الرياضيات البحتة

3
ثانوى
2025

الجبر والهندسة الفراغية

التفاضل والتكامل

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم

بنك الأسئلة
والامتحانات التدريبية

الجزء الخاص بالإجابات

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

أولًا مسائل على نظرية ذات الحدين

١ د ٢ جـ ٣ أ ٤ أ ٥ جـ
٦ ب ٧ أ ٨ جـ ٩ أ ١٠ أ
١١ ب ١٢ د ١٣ د ١٤ ب ١٥ ب
١٦ ب ١٧ أ ١٨ جـ ١٩ جـ ٢٠ أ
٢١ ب ٢٢ ب ٢٣ ب ٢٤ ب ٢٥ جـ
٢٦ ب ٢٧ أ ٢٨ ب ٢٩ ب ٣٠ أ
٣١ أ ٣٢ جـ ٣٣ جـ ٣٤ أ ٣٥ د
٣٦ أ ٣٧ ب ٣٨ د ٣٩ ب ٤٠ أ
٤١ ب ٤٢ أ ٤٣ أ ٤٤ د ٤٥ ب
٤٦ جـ ٤٧ ب ٤٨ جـ ٤٩ أ ٥٠ ب
٥١ ب ٥٢ جـ ٥٣ جـ ٥٤ جـ ٥٥ جـ
٥٦ جـ ٥٧ جـ ٥٨ جـ ٥٩ جـ ٦٠ ب
٦١ ب ٦٢ ب ٦٣ أ ٦٤ جـ ٦٥ د
٦٦ ب ٦٧ د ٦٨ د ٦٩ جـ ٧٠ ب
٧١ د ٧٢ د ٧٣ جـ ٧٤ جـ ٧٥ جـ
٧٦ د ٧٧ ب ٧٨ أ ٧٩ د ٨٠ ب
٨١ د ٨٢ جـ ٨٣ أ ٨٤ جـ ٨٥ جـ
٨٦ جـ ٨٧ أ ٨٨ جـ ٨٩ د ٩٠ أ
٩١ جـ ٩٢ جـ ٩٣ أ ٩٤ جـ ٩٥ ب
٩٦ جـ ٩٧ جـ ٩٨ أولًا : ب ثانيًا : د
٩٩ د ١٠٠ أ ١٠١ جـ ١٠٢ جـ ١٠٣ ب
١٠٤ أ ١٠٥ جـ ١٠٦ د

ثانيًا مسائل على الأعداد المركبة

①

١ جـ ٢ أ ٣ جـ ٤ ب ٥ ب
٦ أ ٧ ب ٨ جـ ٩ ب ١٠ أ
١١ أ ١٢ ب ١٣ ب ١٤ ب ١٥ أ
١٦ ب ١٧ جـ ١٨ د ١٩ جـ
٢٠ أولًا : ب ثانيًا : أ ثالثًا : ب
٢١ ب ٢٢ أ ٢٣ جـ ٢٤ أ ٢٥ د
٢٦ أ ٢٧ جـ ٢٨ ب ٢٩ د
٣٠ أولًا : د ثانيًا : أ ٣١ د ٣٢ جـ
٣٣ ب ٣٤ ب ٣٥ جـ ٣٦ أ ٣٧ جـ
٣٨ أ ٣٩ أ ٤٠ جـ ٤١ د ٤٢ جـ
٤٣ أ ٤٤ د ٤٥ أ ٤٦ ب ٤٧ جـ
٤٨ ب ٤٩ أ ٥٠ ب ٥١ د ٥٢ ب
٥٣ جـ ٥٤ أ ٥٥ أ ٥٦ أ ٥٧ د
٥٨ د ٥٩ جـ ٦٠ أ ٦١ د ٦٢ د
٦٣ د ٦٤ د ٦٥ د ٦٦ د ٦٧ جـ
٦٨ أ ٦٩ أ ٧٠ جـ ٧١ جـ ٧٢ جـ
٧٣ أ ٧٤ د ٧٥ ب ٧٦ أ ٧٧ جـ
٧٨ أ ٧٩ جـ ٨٠ أ ٨١ ب ٨٢ جـ
٨٣ د ٨٤ جـ ٨٥ ب
٨٦ أولًا : أ ثانيًا : د ٨٧ ب ٨٨ جـ
٨٩ جـ ٩٠ د ٩١ جـ ٩٢ د ٩٣ ب
٩٤ ب ٩٥ جـ ٩٦ ب ٩٧ ب ٩٨ أ
٩٩ جـ ١٠٠ جـ ١٠١ د ١٠٢ د ١٠٣ أ
١٠٤ أولًا : جـ ثانيًا : د ١٠٥ جـ ١٠٦ د
١٠٧ جـ ١٠٨ جـ ١٠٩ جـ ١١٠ ب ١١١ جـ
١١٢ ب ١١٣ أ ١١٤ أ ١١٥ ب ١١٦ أ
١١٧ أ ١١٨ جـ ١١٩ ب ١٢٠ ب ١٢١ ب
١٢٢ ب ١٢٣ جـ ١٢٤ أ ١٢٥ أ ١٢٦ أ
١٢٧ أ ١٢٨ أ ١٢٩ د ١٣٠ ب ١٣١ أ
١٣٢ أ ١٣٣ أ

②

١ أ ٢ ب ٣ أ ٤ ب
٥ أولًا : ب ثانيًا : جـ ٦ ب ٧ جـ
٨ جـ ٩ جـ ١٠ ب ١١ د ١٢ جـ

إجابات

بنك أسئلة الاختيار من متعدد

للحصول على كل الكتب والمذكرات
اضغط هنا
او ابحث في تليجرام @C355C

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١٣ (د)	١٤ (جـ)	١٥ (أ)	١٦ (ب)	١٧ (أ)
١٨ (جـ)	١٩ (جـ)	٢٠ (جـ)	٢١ (د)	٢٢ (ب)
٢٣ (جـ)	٢٤ (جـ)	٢٥ (جـ)	٢٦ (د)	٢٧ (جـ)
٢٨ (ب)	٢٩ (ب)	٣٠ (جـ)	٣١ (أ)	

٢

١ (جـ)	٢ (جـ)	٣ (جـ)	٤ (د)	٥ (أ)
٦ (أ)	٧ (د)	٨ (د)	٩ (د)	١٠ (أ)
١١ (جـ)	١٢ (جـ)	١٣ (ب)	١٤ (ب)	١٥ (جـ)
١٦ (أ)	١٧ (د)	١٨ (جـ)	١٩ (د)	٢٠ (أ)
٢١ (جـ)	٢٢ (أ)	٢٣ (د)	٢٤ (د)	٢٥ (أ)
٢٦ (ب)	٢٧ (أ)	٢٨ (أ)	٢٩ (د)	٣٠ (د)
٣١ (جـ)	٣٢ (ب)	٣٣ (أ)	٣٤ (جـ)	٣٥ (أ)
٣٦ (ب)	٣٧ (جـ)	٣٨ (ب)	٣٩ (ب)	٤٠ (د)
٤١ (د)	٤٢ (ب)	٤٣ (أ)	٤٤ (ب)	٤٥ (د)
٤٦ (جـ)	٤٧ (ب)	٤٨ (ب)	٤٩ (ب)	٥٠ (أ)
٥١ (د)	٥٢ (د)	٥٣ (ب)	٥٤ (أ)	٥٥ (ب)
٥٦ (جـ)	٥٧ (ب)	٥٨ (أ)	٥٩ (أ)	٦٠ (جـ)
٦١ (جـ)	٦٢ (جـ)	٦٣ (أ)	٦٤ (أ)	٦٥ (أ)
٦٦ (ب)	٦٧ (أ)	٦٨ (د)	٦٩ (د)	٧٠ (ب)
٧١ (أ)	٧٢ (أ)	٧٣ (ب)	٧٤ (أ)	٧٥ (د)
٧٦ (جـ)	٧٧ (جـ)	٧٨ (جـ)		

ثالثًا مسائل على النظام الإحداثى المتعامد فى ثلاثة أبعاد

١ (ب)	٢ (د)	٣ (ب)	٤ (ب)	٥ (د)
٦ (ب)	٧ (ب)	٨ (جـ)	٩ (جـ)	١٠ (ب)
١١ (د)	١٢ (ب)	١٣ (د)	١٤ (جـ)	١٥ (أ)
١٦ (جـ)	١٧ (جـ)	١٨ (أ)	١٩ (ب)	٢٠ (د)
٢١ (ب)	٢٢ (ب)	٢٣ (ب)	٢٤ (د)	٢٥ (ب)
٢٦ (د)	٢٧ (أ)	٢٨ (ب)	٢٩ (ب)	٣٠ (جـ)
٣١ (د)	٣٢ (ب)	٣٣ (د)	٣٤ (جـ)	٣٥ (أ)
٣٦ (ب)	٣٧ (د)	٣٨ (جـ)	٣٩ (د)	٤٠ (جـ)

٤١ (أ) ٤٢ أولًا : (ب) ثانيًا : (د) ثالثًا : (ب)

٤٣ أولًا : (جـ) ثانيًا : (ب) ثالثًا : (جـ) رابعًا : (جـ)

رابعًا مسائل على المتجهات فى الفراغ

١ (ب)	٢ (ب)	٣ (جـ)	٤ (ب)	٥ (جـ)
٦ (ب)	٧ (أ)	٨ (جـ)	٩ (ب)	١٠ (د)
١١ (جـ)	١٢ (ب)	١٣ (د)	١٤ (جـ)	١٥ (جـ)
١٦ (جـ)	١٧ (ب)	١٨ (ب)	١٩ (جـ)	٢٠ (أ)
٢١ (ب)	٢٢ (جـ)	٢٣ (أ)	٢٤ (د)	٢٥ (جـ)
٢٦ (ب)	٢٧ (ب)	٢٨ (ب)	٢٩ (جـ)	٣٠ (ب)
٣١ (جـ)	٣٢ (د)	٣٣ (ب)	٣٤ (جـ)	٣٥ (أ)
٣٦ (جـ)	٣٧ (جـ)	٣٨ (أ)	٣٩ (جـ)	٤٠ (أ)
٤١ (ب)	٤٢ (جـ)	٤٣ (د)	٤٤ (د)	٤٥ (جـ)
٤٦ (ب)	٤٧ (أ)	٤٨ (ب)	٤٩ (جـ)	٥٠ (أ)
٥١ (د)	٥٢ (جـ)	٥٣ (د)	٥٤ (د)	٥٥ (جـ)
٥٦ (ب)	٥٧ (جـ)	٥٨ (أ)	٥٩ (د)	٦٠ (ب)
٦١ (د)	٦٢ (د)	٦٣ (د)	٦٤ (أ)	٦٥ (د)
٦٦ (ب)	٦٧ (ب)	٦٨ (جـ)	٦٩ (جـ)	٧٠ (ب)
٧١ (جـ)	٧٢ (ب)	٧٣ (ب)	٧٤ (ب)	٧٥ (جـ)
٧٦ (جـ)				

خامسًا مسائل على الضرب القياسى

١ (د)	٢ (أ)	٣ (د)	٤ (جـ)	٥ (ب)
٦ (جـ)	٧ (د)	٨ (أ)	٩ (د)	١٠ (جـ)
١١ (جـ)	١٢ (جـ)	١٣ (جـ)	١٤ (ب)	١٥ (جـ)
١٦ (د)	١٧ (جـ)	١٨ (جـ)	١٩ (أ)	٢٠ (أ)
٢١ (د)	٢٢ (ب)	٢٣ (د)	٢٤ (د)	٢٥ (جـ)
٢٦ (جـ)	٢٧ (د)	٢٨ (أ)	٢٩ (د)	٣٠ (د)
٣١ (ب)	٣٢ (جـ)	٣٣ (جـ)	٣٤ (جـ)	٣٥ (أ)
٣٦ (د)	٣٧ (ب)	٣٨ (د)	٣٩ (أ)	٤٠ (ب)
٤١ (أ)	٤٢ (ب)	٤٣ (جـ)	٤٤ (د)	٤٥ (ب)
٤٦ (أ)	٤٧ (جـ)	٤٨ (ب)	٤٩ (جـ)	٥٠ (ب)
٥١ (د)	٥٢ (ب)	٥٣ (جـ)	٥٤ (ب)	٥٥ (د)
٥٦ (جـ)	٥٧ (جـ)	٥٨ (ب)	٥٩ (أ)	٦٠ (ب)
٦١ (ب)	٦٢ (ب)	٦٣ (جـ)	٦٤ (جـ)	٦٥ (جـ)
٦٦ (د)	٦٧ (ب)	٦٨ (أ)	٦٩ (د)	٧٠ (ب)
٧١ (د)	٧٢ (د)	٧٣ (أ)	٧٤ (جـ)	٧٥ (ب)

٧٦ (أ)	٧٧ (ب)	٧٨ (أ)	٧٩ (جـ)	٨٠ (ب)
٨١ (ب)	٨٢ (د)	٨٣ (أ)	٨٤ أولًا : (أ)	
ثانيًا : (جـ)	٨٥ (ب)	٨٦ (ب)	٨٧ (د)	٨٨ (جـ)
٨٩ (جـ)	٩٠ (ب)	٩١ (أ)	٩٢ (أ)	٩٣ (د)
٩٤ (جـ)	٩٥ (أ)	٩٦ (ب)	٩٧ (جـ)	٩٨ (أ)
٩٩ (أ)				

سادسًا مسائل على الضرب الاتجاهى

١ (أ)	٢ (أ)	٣ (د)	٤ (ب)	٥ (جـ)
٦ (ب)	٧ (ب)	٨ (د)	٩ (جـ)	١٠ (جـ)
١١ (جـ)	١٢ (ب)	١٣ (جـ)	١٤ (ب)	١٥ (أ)
١٦ (جـ)	١٧ (د)	١٨ (جـ)	١٩ (د)	٢٠ (ب)
٢١ (جـ)	٢٢ (جـ)	٢٣ (جـ)	٢٤ (ب)	٢٥ (د)
٢٦ (جـ)	٢٧ (جـ)	٢٨ (أ)	٢٩ (ب)	٣٠ (د)
٣١ (ب)	٣٢ (د)	٣٣ (جـ)	٣٤ (ب)	٣٥ (د)
٣٦ (أ)	٣٧ (أ)	٣٨ (جـ)	٣٩ (جـ)	٤٠ (جـ)
٤١ (جـ)	٤٢ (د)	٤٣ (ب)	٤٤ (أ)	٤٥ (أ)
٤٦ (ب)	٤٧ (جـ)	٤٨ (ب)	٤٩ (د)	٥٠ (ب)
٥١ (أ)	٥٢ (جـ)	٥٣ (جـ)	٥٤ (أ)	٥٥ (جـ)
٥٦ (جـ)	٥٧ (أ)	٥٨ (د)	٥٩ (د)	٦٠ (أ)
٦١ (ب)	٦٢ (ب)	٦٣ (د)	٦٤ (د)	٦٥ (أ)
٦٦ (أ)	٦٧ (ب)	٦٨ (جـ)	٦٩ (جـ)	٧٠ (ب)
٧١ (جـ)	٧٢ (جـ)	٧٣ (جـ)		

سابعًا مسائل على معادلة الخط المستقيم فى الفراغ

١ (أ)	٢ (جـ)	٣ (ب)	٤ (أ)	٥ (جـ)
٦ (ب)	٧ (جـ)	٨ (د)	٩ (د)	١٠ (ب)
١١ (جـ)	١٢ (د)	١٣ (جـ)	١٤ (د)	١٥ (جـ)
١٦ (د)	١٧ (ب)	١٨ (أ)	١٩ (أ)	٢٠ (أ)
٢١ (ب)	٢٢ (جـ)	٢٣ (د)	٢٤ (د)	٢٥ (ب)
٢٦ (جـ)	٢٧ (أ)	٢٨ (د)	٢٩ (جـ)	٣٠ (أ)
٣١ (أ)	٣٢ (د)	٣٣ (أ)	٣٤ (ب)	٣٥ (ب)
٣٦ (جـ)	٣٧ (ب)	٣٨ (جـ)	٣٩ (جـ)	٤٠ (أ)
٤١ (أ)	٤٢ (جـ)	٤٣ (جـ)	٤٤ (أ)	٤٥ (أ)
٤٦ (جـ)	٤٧ (ب)	٤٨ (ب)	٤٩ (أ)	٥٠ (أ)

٥١ (ب)	٥٢ (د)	٥٣ (جـ)	٥٤ (جـ)	٥٥ (د)
٥٦ (جـ)	٥٧ (ب)	٥٨ (أ)	٥٩ (أ)	٦٠ (أ)
٦١ (أ)	٦٢ (جـ)	٦٣ (ب)	٦٤ (د)	٦٥ (ب)
٦٦ (د)	٦٧ (ب)	٦٨ (أ)	٦٩ (أ)	٧٠ (جـ)
٧١ (أ)	٧٢ (أ)	٧٣ (د)	٧٤ (جـ)	٧٥ (جـ)
٧٦ (د)	٧٧ (د)	٧٨ (جـ)	٧٩ (ب)	٨٠ (أ)

ثامنًا مسائل على معادلة المستوى فى الفراغ

١ (د)	٢ (جـ)	٣ (ب)	٤ (ب)	٥ (ب)
٦ (د)	٧ (أ)	٨ (ب)	٩ (ب)	١٠ (د)
١١ (أ)	١٢ (أ)	١٣ (د)	١٤ (ب)	١٥ (جـ)
١٦ (جـ)	١٧ (ب)	١٨ (جـ)	١٩ (د)	٢٠ (د)
٢١ (ب)	٢٢ (أ)	٢٣ (جـ)	٢٤ (د)	٢٥ (جـ)
٢٦ (ب)	٢٧ (جـ)	٢٨ (د)	٢٩ (د)	٣٠ (جـ)
٣١ (جـ)	٣٢ (جـ)	٣٣ (جـ)	٣٤ (د)	٣٥ (جـ)
٣٦ (ب)	٣٧ (ب)	٣٨ (جـ)	٣٩ (أ)	٤٠ (ب)
٤١ (ب)	٤٢ (جـ)	٤٣ (أ)	٤٤ (جـ)	٤٥ (د)
٤٦ (جـ)	٤٧ (ب)	٤٨ (أ)	٤٩ (د)	٥٠ (أ)
٥١ (د)	٥٢ (ب)	٥٣ (جـ)	٥٤ (جـ)	٥٥ (جـ)
٥٦ (جـ)	٥٧ (أ)	٥٨ (أ)	٥٩ (ب)	٦٠ (أ)
٦١ (أ)	٦٢ (أ)	٦٣ (أ)	٦٤ (جـ)	٦٥ (د)
٦٦ (جـ)	٦٧ (ب)	٦٨ (د)	٦٩ (جـ)	٧٠ (د)
٧١ (د)	٧٢ (أ)	٧٣ (ب)	٧٤ (جـ)	٧٥ (جـ)
٧٦ (ب)	٧٧ (جـ)	٧٨ (جـ)	٧٩ (جـ)	٨٠ (ب)
٨١ (جـ)	٨٢ (جـ)	٨٣ (ب)	٨٤ (د)	٨٥ (د)
٨٦ (جـ)	٨٧ (أ)	٨٨ (د)	٨٩ (أ)	٩٠ (ب)
٩١ (أ)	٩٢ (ب)	٩٣ (أ)	٩٤ (ب)	٩٥ (ب)
٩٦ (ب)	٩٧ (د)	٩٨ (د)	٩٩ (أ)	١٠٠ (د)
١٠١ (ب)	١٠٢ (جـ)	١٠٣ (جـ)	١٠٤ (د)	١٠٥ (جـ)
١٠٦ (جـ)	١٠٧ (أ)	١٠٨ (جـ)	١٠٩ (د)	١١٠ (ب)
١١١ (ب)	١١٢ (جـ)	١١٣ (أ)	١١٤ (د)	١١٥ (أ)
١١٦ (جـ)	١١٧ (جـ)	١١٨ (أ)	١١٩ (د)	١٢٠ (جـ)
١٢١ (جـ)	١٢٢ (جـ)	١٢٣ (د)	١٢٤ (ب)	١٢٥ (جـ)
١٢٦ (ب)	١٢٧ (جـ)	١٢٨ (ب)	١٢٩ (أ)	١٣٠ (أ)

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

ثانيًا | التفاضل والتكامل

أولا مسائل على الاشتقاق - الاشتقاق الضمنى والبارامترى - المشتقات العليا

١

١ (ب) ٢ (د) ٣ (د) ٤ (ب) ٥ (د)
٦ (أ) ٧ (ب) ٨ (أ) ٩ (جـ) ١٠ (ب)
١١ (د) ١٢ (أ) ١٣ (جـ) ١٤ (أ) ١٥ (أ)
١٦ (أ) ١٧ (أ) ١٨ (ب) ١٩ (جـ) ٢٠ (أ)
٢١ (جـ) ٢٢ (ب) ٢٣ (جـ) ٢٤ (جـ) ٢٥ (أ)
٢٦ (د) ٢٧ (جـ) ٢٨ (جـ) ٢٩ (أ) ٣٠ (ب)
٣١ (ب) ٣٢ (د) ٣٣ (جـ) ٣٤ (أ) ٣٥ (ب)
٣٦ (ب) ٣٧ (د) ٣٨ (د) ٣٩ (جـ) ٤٠ (ب)
٤١ (ب) ٤٢ (د) ٤٣ (د) ٤٤ (ب) ٤٥ (أ)
٤٦ (جـ) ٤٧ (أ) ٤٨ (د) ٤٩ (جـ) ٥٠ (أ)
٥١ (ب) ٥٢ (أ) ٥٣ (ب) ٥٤ (ب) ٥٥ (أ)
٥٦ (أ) ٥٧ (د) ٥٨ (ب) ٥٩ (ب) ٦٠ (جـ)
٦١ (أ) ٦٢ (ب) ٦٣ (أ) ٦٤ (جـ) ٦٥ (جـ)
٦٦ (أ) ٦٧ (جـ) ٦٨ (أ) ٦٩ (أ) ٧٠ (ب)
٧١ (ب) ٧٢ (ب) ٧٣ (جـ) ٧٤ (ب) ٧٥ (ب)
٧٦ (ب) ٧٧ (جـ) ٧٨ (ب) ٧٩ (جـ) ٨٠ (جـ)
٨١ (د) ٨٢ (أ) ٨٣ (جـ) ٨٤ (ب) ٨٥ (جـ)
٨٦ (د) ٨٧ (د) ٨٨ (د) ٨٩ (جـ) ٩٠ (ب)
٩١ (أ) ٩٢ (ب) ٩٣ (ب) ٩٤ (أ) ٩٥ (أ)
٩٦ (د) ٩٧ (ب) ٩٨ (أ) ٩٩ (جـ) ١٠٠ (جـ)
١٠١ (ب) ١٠٢ (جـ) ١٠٣ (د) ١٠٤ (جـ) ١٠٥ (د)
١٠٦ (جـ) ١٠٧ (ب) ١٠٨ (د) ١٠٩ (جـ) ١١٠ (ب)
١١١ (أ) ١١٢ (جـ) ١١٣ (جـ) ١١٤ (جـ) ١١٥ (أ)
١١٦ (ب) ١١٧ (ب) ١١٨ (د) ١١٩ (د) ١٢٠ (ب)
١٢١ (أ) ١٢٢ (أ) ١٢٣ (ب) ١٢٤ (أ) ١٢٥ (د)
١٢٦ (أ) ١٢٧ (أ) ١٢٨ (أ) ١٢٩ (ب) ١٣٠ (أ)
١٣١ (أ) ١٣٢ (أ) ١٣٣ (ب) ١٣٤ (ب) ١٣٥ (أ)
١٣٦ (د) ١٣٧ (د) ١٣٨ (جـ) ١٣٩ (جـ) ١٤٠ (جـ)
١٤١ (أ) ١٤٢ (د) ١٤٣ (أ) ١٤٤ (أ) ١٤٥ (د)
١٤٦ (د) ١٤٧ (أ) ١٤٨ (ب) ١٤٩ (أ) ١٥٠ (جـ)
١٥١ (أ) ١٥٢ (أ) ١٥٣ (د) ١٥٤ (ب) ١٥٥ (ب)
١٥٦ (د) ١٥٧ (ب) ١٥٨ (د) ١٥٩ (جـ) ١٦٠ (د)
١٦١ (أ) ١٦٢ (د) ١٦٣ (أ) ١٦٤ (د) ١٦٥ (أ)
١٦٦ (جـ) ١٦٧ (أ) ١٦٨ (ب) ١٦٩ (أ) ١٧٠ (جـ)
١٧١ (جـ) ١٧٢ (أ) ١٧٣ (د) ١٧٤ (د) ١٧٥ (أ)
١٧٦ (د) ١٧٧ (جـ) ١٧٨ (د) ١٧٩ (جـ) ١٨٠ (ب)
١٨١ (جـ) ١٨٢ (أ) ١٨٣ (ب) ١٨٤ (د) ١٨٥ (جـ)
١٨٦ (أ) ١٨٧ (جـ) ١٨٨ أولًا : (د) ثانيًا : (جـ)
ثالثًا : (جـ) رابعًا : (جـ) خامسًا : (أ) سادسًا : (ب)

٢

١ (ب) ٢ (أ) ٣ (أ) ٤ (ب) ٥ (ب)
٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (أ) ٩ (ب) ١٠ (جـ)
١١ (ب) ١٢ (أ) ١٣ (أ) ١٤ (أ) ١٥ (أ)
١٦ (جـ) ١٧ (أ) ١٨ (أ) ١٩ (أ) ٢٠ (ب)
٢١ (جـ) ٢٢ (جـ) ٢٣ (جـ) ٢٤ (ب) ٢٥ (د)
٢٦ (د) ٢٧ (د) ٢٨ (د) ٢٩ (د) ٣٠ (د)
٣١ (أ) ٣٢ (أ) ٣٣ (د) ٣٤ (أ) ٣٥ (د)
٣٦ (د) ٣٧ (جـ) ٣٨ (جـ) ٣٩ (أ) ٤٠ (د)
٤١ (د) ٤٢ (ب) ٤٣ (أ) ٤٤ (جـ) ٤٥ (د)
٤٦ (جـ)

ثانيًا مسائل على المعدلات الزمنية المرتبطة

١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥ (ب)
٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٩ (د) ١٠ (أ)
١١ (أ) ١٢ (ب) ١٣ (أ) ١٤ (ب) ١٥ (ب)
١٦ (جـ) ١٧ (ب) ١٨ (ب) ١٩ (د) ٢٠ (جـ)
٢١ (ب) ٢٢ (ب) ٢٣ (ب) ٢٤ (د) ٢٥ (ب)
٢٦ (جـ) ٢٧ (جـ) ٢٨ (أ) ٢٩ (جـ)
٣٠ أولًا : (د) ثانيًا : (د) ثالثًا : (ب) رابعًا : (د)
٣١ (أ) ٣٢ (جـ) ٣٣ (أ) ٣٤ (جـ) ٣٥ (د)
٣٦ (جـ) ٣٧ (د) ٣٨ (ب) ٣٩ (أ) ٤٠ (د)
٤١ أولًا : (أ) ثانيًا : (ب) ٤٢ (أ) ٤٣ (د)
٤٤ (جـ) ٤٥ (ب) ٤٦ (د) ٤٧ (ب) ٤٨ (أ)
٤٩ (جـ) ٥٠ (أ) ٥١ (ب) ٥٢ (د) ٥٣ (د)
٥٤ (جـ) ٥٥ (جـ) ٥٦ (جـ) ٥٧ (ب) ٥٨ (أ)
٥٩ (أ) ٦٠ (ب) ٦١ (ب) ٦٢ (أ) ٦٣ (أ)

٦٤ (أ) ٦٥ (أ) ٦٦ (د) ٦٧ (جـ) ٦٨ (ب)
٦٩ (جـ) ٧٠ (ب) ٧١ (جـ) ٧٢ (جـ) ٧٣ (جـ)
٧٤ (ب) ٧٥ (أ) ٧٦ (ب) ٧٧ (د)
٧٨ أولًا : (ب) ثانيًا : (جـ) ثالثًا : (أ) رابعًا : (ب)
٧٩ (جـ) ٨٠ (جـ) ٨١ (ب)

ثالثًا مسائل على سلوك الدوال

١

١ (ب) ٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (ب)
٦ (أ) ٧ (جـ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (ب)
١١ (ب) ١٢ (د) ١٣ (أ) ١٤ (أ) ١٥ (أ)
١٦ (ب) ١٧ (جـ) ١٨ (د) ١٩ (أ) ٢٠ (د)
٢١ (د) ٢٢ (د) ٢٣ (أ) ٢٤ (جـ) ٢٥ (جـ)
٢٦ (د) ٢٧ (جـ) ٢٨ (جـ) ٢٩ (أ) ٣٠ (جـ)
٣١ (ب) ٣٢ (جـ) ٣٣ (ب) ٣٤ (أ) ٣٥ (جـ)
٣٦ (د) ٣٧ (أ) ٣٨ (د) ٣٩ (ب) ٤٠ (أ)
٤١ (ب) ٤٢ (ب) ٤٣ (د) ٤٤ (أ) ٤٥ (ب)
٤٦ (أ) ٤٧ (أ) ٤٨ (د) ٤٩ (ب) ٥٠ (د)
٥١ (ب) ٥٢ (د) ٥٣ (ب) ٥٤ (ب) ٥٥ (د)
٥٦ (أ) ٥٧ (د) ٥٨ (د) ٥٩ (ب) ٦٠ (جـ)
٦١ (أ) ٦٢ (أ) ٦٣ (أ) ٦٤ (أ) ٦٥ (ب)
٦٦ (أ) ٦٧ (جـ) ٦٨ (أ) ٦٩ (د) ٧٠ (جـ)
٧١ (أ) ٧٢ (جـ) ٧٣ (ب) ٧٤ (ب) ٧٥ (ب)
٧٦ (أ) ٧٧ (جـ) ٧٨ (أ) ٧٩ (د) ٨٠ (أ)
٨١ (ب) ٨٢ (د) ٨٣ (جـ) ٨٤ (ب) ٨٥ (جـ)
٨٦ (ب) ٨٧ (د) ٨٨ (جـ) ٨٩ (جـ) ٩٠ (د)
٩١ (ب) ٩٢ (أ) ٩٣ (ب) ٩٤ (جـ) ٩٥ (جـ)
٩٦ (ب) ٩٧ (أ) ٩٨ (ب)

٢

١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (ب) ٤ (ب) ٥ (جـ)
٦ (ب)

رابعًا مسائل على تطبيقات القيم العظمى والصغرى

١ (جـ) ٢ (أ) ٣ (جـ) ٤ (جـ) ٥ (أ)
٦ (ب) ٧ (د) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (أ)
١١ (د) ١٢ (ب) ١٣ (ب) ١٤ (أ) ١٥ (د)
١٦ (ب) ١٧ (جـ) ١٨ (ب) ١٩ (جـ) ٢٠ (د)
٢١ (ب) ٢٢ (جـ) ٢٣ (جـ) ٢٤ (ب) ٢٥ (جـ)
٢٦ (د) ٢٧ (ب) ٢٨ (ب) ٢٩ (جـ) ٣٠ (أ)
٣١ (أ) ٣٢ (أ) ٣٣ (ب) ٣٤ (ب) ٣٥ (أ)
٣٦ (جـ) ٣٧ (د) ٣٨ (ب) ٣٩ (أ) ٤٠ (د)
٤١ (د) ٤٢ (جـ) ٤٣ (أ) ٤٤ (ب) ٤٥ (أ)
٤٦ (جـ) ٤٧ (جـ) ٤٨ (ب) ٤٩ (جـ) ٥٠ (ب)
٥١ (د) ٥٢ (جـ) ٥٣ (جـ) ٥٤ (أ) ٥٥ (أ)
٥٦ (د) ٥٧ (ب) ٥٨ (ب) ٥٩ (جـ) ٦٠ (جـ)
٦١ (أ) ٦٢ (أ) ٦٣ (ب) ٦٤ (ب) ٦٥ (ب)
٦٦ (ب) ٦٧ (أ) ٦٨ (ب) ٦٩ (جـ) ٧٠ (أ)
٧١ (ب) ٧٢ (ب)

خامسًا مسائل على سلوك المنحنيات الممثلة بيانيًا

١ أولًا : (جـ) ثانيًا : (ب) ثالثًا : (أ) رابعًا : (ب)
خامسًا : (ب)
٢ (أ) ٣ (أ) ٤ (د) ٥ (د) ٦ (جـ)
٧ (د) ٨ (أ) ٩ (جـ) ١٠ (ب)
١١ أولًا : (ب) ثانيًا : (د) ثالثًا : (جـ) رابعًا : (أ)
خامسًا : (جـ) سادسًا : (ب)
١٢ (جـ) ١٣ أولًا : (جـ) ثانيًا : (ب)
١٤ أولًا : (د) ثانيًا : (أ) ١٥ (جـ) ١٦ (أ)
١٧ (د) ١٨ (ب) ١٩ (ب)
٢٠ أولًا : (جـ) ثانيًا : (د) ٢١ (ب) ٢٢ (د)
٢٣ أولًا : (د) ثانيًا : (د) ثالثًا : (د)
٢٤ أولًا : (ب) ثانيًا : (ب) ثالثًا : (د) رابعًا : (د)
٢٥ (جـ) ٢٦ (د) ٢٧ (د) ٢٨ (د) ٢٩ (جـ)
٣٠ (د) ٣١ (أ) ٣٢ (جـ) ٣٣ (أ) ٣٤ (أ)

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

إجابـات

بنك الأسئلة المقاليـة

للحصول على كل الكتب والمذكرات
اضغط هنا
او ابحث في تليجرام @C355C

٣٥ أ	٣٦ أ	٣٧ أ	٣٨ أ	٣٩ ب
٤٠ جـ	٤١ جـ	٤٢ د	٤٣ أ	٤٤ ب
٤٥ أ	٤٦ جـ			

سادسًا مسائل على التكامل

١ ب	٢ ب	٣ أ	٤ ب	٥ ب
٦ ب	٧ د	٨ د	٩ جـ	١٠ جـ
١١ أ	١٢ د	١٣ أ	١٤ ب	١٥ د
١٦ أ	١٧ أ	١٨ د	١٩ جـ	٢٠ أ
٢١ ب	٢٢ د	٢٣ جـ	٢٤ د	٢٥ أ
٢٦ د	٢٧ ب	٢٨ د	٢٩ أ	٣٠ جـ
٣١ جـ	٣٢ جـ	٣٣ د	٣٤ أ	٣٥ ب
٣٦ أ	٣٧ أ	٣٨ ب	٣٩ أ	٤٠ ب
٤١ د	٤٢ د	٤٣ د	٤٤ جـ	٤٥ د
٤٦ أ	٤٧ د	٤٨ ب	٤٩ أ	٥٠ ب
٥١ ب	٥٢ د	٥٣ أ	٥٤ د	٥٥ جـ
٥٦ جـ	٥٧ د	٥٨ ب	٥٩ أ	٦٠ أ
٦١ د	٦٢ ب	٦٣ ب	٦٤ د	٦٥ أ
٦٦ ب	٦٧ ب	٦٨ جـ	٦٩ د	٧٠ جـ
٧١ د	٧٢ ب	٧٣ ب	٧٤ جـ	٧٥ ب
٧٦ أ	٧٧ أ	٧٨ أ	٧٩ أ	٨٠ ب
٨١ ب	٨٢ جـ	٨٣ أ	٨٤ أ	٨٥ د
٨٦ أ	٨٧ د	٨٨ ب	٨٩ أ	٩٠ ب

سابعًا مسائل على التكامل المحدد

١ ب	٢ جـ	٣ أ	٤ أ	٥ ب
٦ أ	٧ جـ	٨ أ	٩ ب	١٠ جـ
١١ د	١٢ ب	١٣ ب	١٤ ب	١٥ جـ
١٦ ب	١٧ ب	١٨ ب	١٩ د	٢٠ د
٢١ ب	٢٢ ب	٢٣ ب	٢٤ ب	٢٥ ب
٢٦ أ	٢٧ جـ	٢٨ ب	٢٩ أ	٣٠ د
٣١ ب	٣٢ جـ	٣٣ ب	٣٤ جـ	٣٥ جـ
٣٦ جـ	٣٧ جـ	٣٨ جـ	٣٩ أ	٤٠ جـ
٤١ أ	٤٢ جـ	٤٣ د	٤٤ جـ	٤٥ أ
٤٦ د	٤٧ جـ	٤٨ أ	٤٩ جـ	٥٠ ب
٥١ ب	٥٢ جـ	٥٣ ب	٥٤ جـ	٥٥ د
٥٦ د	٥٧ جـ	٥٨ أ	٥٩ جـ	٦٠ د
٦١ أ	٦٢ ب	٦٣ ب	٦٤ ب	٦٥ جـ
٦٦ د	٦٧ جـ	٦٨ د	٦٩ ب	٧٠ جـ
٧١ ب	٧٢ ب	٧٣ د	٧٤ أ	٧٥ جـ
٧٦ ب	٧٧ ب	٧٨ ب	٧٩ د	٨٠ ب
٨١ د	٨٢ جـ	٨٣ أ	٨٤ ب	٨٥ جـ
٨٦ جـ	٨٧ ب	٨٨ د		

ثامنًا مسائل على تطبيقات التكامل

١ أ	٢ د	٣ أ	٤ د	٥ د
٦ ب	٧ جـ	٨ د	٩ د	١٠ أ
١١ ب	١٢ أ	١٣ جـ	١٤ د	١٥ أ
١٦ أ	١٧ د	١٨ د	١٩ أ	٢٠ أ
٢١ جـ	٢٢ ب	٢٣ د	٢٤ أ	٢٥ ب
٢٦ أ	٢٧ ب	٢٨ ب	٢٩ ب	٣٠ جـ
٣١ جـ	٣٢ ب	٣٣ ب	٣٤ د	٣٥ أ
٣٦ ب	٣٧ ب	٣٨ جـ	٣٩ جـ	٤٠ أ
٤١ ب	٤٢ د	٤٣ ب	٤٤ ب	٤٥ ب

تاسعًا مسائل على المساحات والحجوم الدورانية

١ ب	٢ أ	٣ ب	٤ جـ	٥ أ
٦ جـ	٧ أ	٨ جـ	٩ ب	١٠ جـ
١١ أ	١٢ أ	١٣ د	١٤ أ	١٥ جـ
١٦ ب	١٧ جـ	١٨ جـ	١٩ جـ	٢٠ د
٢١ ب	٢٢ أ	٢٣ جـ	٢٤ د	٢٥ د
٢٦ ب	٢٧ أ	٢٨ د	٢٩ جـ	٣٠ ب
٣١ جـ	٣٢ د	٣٣ أ	٣٤ جـ	٣٥ أ
٣٦ جـ	٣٧ أ			

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

إجابات بنك الأسئلة المقالية

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

أولًا مسائل على نظرية ذات الحدين

١

$ح_{ر+١} = {}^{٨}ق_{ر} (س)^{ر} (٥ س^{-١})^{٨-ر}$

$= {}^{٨}ق_{ر} (٥)^{٨-ر} (س)^{٢ر-٨}$

وبوضع $٢ر - ٨ = ٠$ ∴ $ر = ٤$

∴ الحد الخالي من س هو $ح_٥$

∵ عدد الحدود في المفكوك = ٨ + ١ = ٩

∴ الحد الأوسط هو $ح_٥$ = الحد الخالي من س

$= {}^{٨}ق_{٤} (٥)^{٨-٤} = ٧٠ × ٦٢٥ = ٤٣٧٥٠$

، ∵ $\frac{ح_٣}{ح_٧} = \frac{١}{١٦}$ ∴ $\frac{{}^{٨}ق_{٢} (٥)^{٦} (س)^{-٤}}{{}^{٨}ق_{٦} (٥)^{٢} (س)^{٤}} = \frac{١}{١٦}$

∴ $\frac{(٥)^{٤}}{(س)^{٨}} = \frac{١}{١٦}$ ∴ $س^{٨} = ٢^{٤} × ٥^{٤} = ١٠^{٤}$

∴ $س = ± \sqrt{١٠}$

٢

① $\frac{ح_٦}{ح_٥} = \frac{٨-٥+١}{٥} × \frac{\frac{٢}{س}}{س^{٢}} = \frac{٨}{٥ س^{٣}}$

* إذا كان: $\frac{ح_٦}{ح_٥} = \frac{٢٥}{٨}$ ∴ $\frac{٨}{٥ س^{٣}} = \frac{٢٥}{٨}$

∴ $١٢٥ س^{٣} = ٦٤$ ∴ $س^{٣} = \frac{٦٤}{١٢٥}$

∴ $س = \frac{٤}{٥}$

② $ح_{ر+١} = {}^{٨}ق_{ر} (\frac{٢}{س})^{ر} (س^{٢})^{٨-ر}$

$= {}^{٨}ق_{ر} (٢)^{ر} (س)^{-ر} (س)^{١٦-٢ر}$

$= {}^{٨}ق_{ر} (٢)^{ر} (س)^{١٦-٣ر}$

، بوضع $١٦ - ٣ر = ٠$ ∴ $ر = \frac{١٦}{٣} \notin ص^{+}$

∴ لا يوجد حد خالي من س

٣

$ح_{ر+١} = {}^{١٣}ق_{ر} (\frac{١}{٨} س^{-١})^{ر} (س^{٢})^{١٣-ر}$

$= {}^{١٣}ق_{ر} (\frac{١}{٨})^{ر} س^{-ر} × س^{٢٦-٢ر}$

$= {}^{١٣}ق_{ر} (\frac{١}{٨})^{ر} س^{٢٦-٣ر}$

ولكي يكون هناك حد يشتمل على س يجب أن يكون

$٢٦ - ٣ر = ١$

∴ $٣ر = ٢٥$ ∴ $ر = \frac{٢٥}{٣} \notin ص^{+}$

∴ لا يوجد حد يشتمل على س

، ∵ $ح_٤ = ح_{١١}$

∴ ${}^{١٣}ق_{٣} (\frac{١}{٨})^{٣} س^{١٧} = {}^{١٣}ق_{١٠} (\frac{١}{٨})^{١٠} س^{-٤}$

∴ $س^{٢١} = (\frac{١}{٨})^{٧} = ((\frac{١}{٢})^{٣})^{٧} = (\frac{١}{٢})^{٢١}$

∴ $س = \frac{١}{٢}$

٤

∵ $ح_{ر+١} = {}^{١٥}ق_{ر} (\frac{١}{٢ س})^{ر} (س^{٢})^{١٥-ر}$

$= {}^{١٥}ق_{ر} (\frac{١}{٢})^{ر} × (س)^{٣٠-٣ر}$

عند $٣٠ - ٣ر = ٣$ ∴ $ر = ٩$

∴ معامل $س^{٣}$ يساوي ${}^{١٥}ق_{٩} (\frac{١}{٢})^{٩}$

ولإيجاد الحد الخالي من س نضع $٣٠ - ٣ر = ٠$

∴ $ر = ١٠$

∴ قيمة الحد الخالي من س تساوي ${}^{١٥}ق_{١٠} (\frac{١}{٢})^{١٠}$

∴ النسبة بين معامل $س^{٣}$ وقيمة الحد الخالي من س

$= \frac{{}^{١٥}ق_{٩} (\frac{١}{٢})^{٩}}{{}^{١٥}ق_{١٠} (\frac{١}{٢})^{١٠}} = \frac{١٠}{٣}$

، ∵ الحدان الأوسطان هما $ح_٨$ ، $ح_٩$

∴ $ح_٨ = ح_٩$ ∴ $\frac{ح_٩}{ح_٨} = ١$

∴ $\frac{١٥-٨+١}{٨} × \frac{١}{٢ س^{٣}} = ١$

∴ $س^{٣} = \frac{١}{٢}$ ∴ $س = \sqrt[٣]{\frac{١}{٢}}$

٥

$ح_{ر+١} = {}^{٩}ق_{ر} (س^{٢})^{٩-ر} (\frac{١}{س})^{ر}$

$= {}^{٩}ق_{ر} س^{١٨-٣ر}$

بوضع $١٨ - ٣ر = ٠$ ومنها $ر = ٦$

∴ الحد الخالي من س $= ح_٧ = {}^{٩}ق_{٦} = ٨٤$

∴ $\frac{ح_٧}{ح_٦} = \frac{٩}{٤}$ ∴ $\frac{٩-٦+١}{٦} × \frac{\frac{١}{س}}{س^{٢}} = \frac{٩}{٤}$

∴ $\frac{٢}{٣ س^{٣}} = \frac{٩}{٤}$ ∴ $س^{٣} = \frac{٨}{٢٧}$

∴ $س = \frac{٢}{٣}$

٦

① ∵ الحدان الأوسطان هما: $ح_٥$ ، $ح_٦$

، ∵ $ح_٥ = ح_٦$ ∴ $\frac{ح_٦}{ح_٥} = \frac{٩-٥+١}{٥} × \frac{س}{٦} = ١$

∴ $س = ٦$

② $\frac{\text{معامل } ح_{ر+١}}{\text{معامل } ح_{ر}} \ge ١$ ∴ $\frac{٩-ر+١}{ر} × \frac{١}{٦} \ge ١$

∴ $\frac{١٠-ر}{٦ر} \ge ١$ ∴ $٦ر \le ١٠ - ر$

∴ $٧ر \le ١٠$ ∴ $ر \le \frac{١٠}{٧}$

، $\frac{\text{معامل } ح_{ر+٢}}{\text{معامل } ح_{ر+١}} \le ١$ ∴ $\frac{٩-(ر+١)+١}{ر+١} × \frac{١}{٦} \le ١$

∴ $\frac{٩-ر}{٦ر+٦} \le ١$ ∴ $٦ر + ٦ \ge ٩ - ر$

∴ $٧ر \ge ٣$ ∴ $ر \ge \frac{٣}{٧}$

∴ $\frac{٣}{٧} \le ر \le \frac{١٠}{٧}$

، ∵ $ر \in ص^{+}$ ∴ $ر = ١$

∴ أكبر معامل هو معامل $ح_٢ = {}^{٩}ق_{١} × ٢^{٨} × \frac{١}{٣} = ٧٦٨$

٧

الحد الأوسط هو $ح_٥$

، ∵ $ح_{ر+١} = {}^{٨}ق_{ر} × (\frac{١}{أ س})^{ر} × (س^{٢})^{٨-ر}$

$= {}^{٨}ق_{ر} × أ^{-ر} × س^{١٦-٣ر}$

وبوضع $١٦ - ٣ر = ١٠$ ∴ $ر = ٢$

∴ $ح_٣$ هو الحد المشتمل على $س^{١٠}$

، ∵ معامل $ح_٥$ = معامل $ح_٣$

∴ ${}^{٨}ق_{٤} × أ^{-٤} = {}^{٨}ق_{٢} × أ^{-٢}$

∴ $أ^{٢} = \frac{٥}{٢}$ ∴ $أ = ± \frac{\sqrt{١٠}}{٢}$

٨

∵ $ح_{ر+١} = {}^{٨}ق_{ر} (\frac{-١}{س})^{ر} (س^{٣})^{٨-ر}$

$= {}^{٨}ق_{ر} (-١)^{ر} س^{٢٤-٤ر}$

ولإيجاد الحد الخالي من س نضع

$٢٤ - ٤ر = ٠$ ∴ $ر = ٦$

∴ الحد الخالي من س هو $ح_٧ = {}^{٨}ق_{٦} × (-١)^{٦} = {}^{٨}ق_{٢} = ٢٨$

، ∵ الحد الأوسط هو $ح_٥$

∴ $\frac{ح_٥}{ح_٦} = \frac{٥}{٨-٥+١} × \frac{س^{٣}}{(-\frac{١}{س})} = \frac{٥}{٤} × -١٦ = -٢٠$

٩

$١٣ ح_٣ + ١٠ ح_٤ + ح_٥ = ٠$ بالقسمة على $ح_٤$

$١٣ \frac{ح_٣}{ح_٤} + ١٠ + \frac{ح_٥}{ح_٤} = ٠$

$١٣ × \frac{٣}{١٥-٣+١} × \frac{٢ س}{-٣} + ١٠ + \frac{١٥-٤+١}{٤} × \frac{-٣}{٢ س} = ٠$

$-٢ س + ١٠ + \frac{-٩}{٢ س} = ٠$ بالضرب × $(-٢ س)$

$٤ س^{٢} - ٢٠ س + ٩ = ٠$

∴ $س = \frac{٩}{٢}$ أ، $س = \frac{١}{٢}$

١٠

$ح_{ر+١} = {}^{١٢}ق_{ر} (-\frac{١}{س^{٢}})^{ر} (س^{٢})^{١٢-ر}$

$= {}^{١٢}ق_{ر} × (-١)^{ر} × س^{٢٤-٤ر}$

بوضع $٢٤ - ٤ر = ٤$ ∴ $ر = ٥$

∴ الحد المشتمل على $س^{٤} = ح_٦$

$= {}^{١٢}ق_{٥} (-١)^{٥} × س^{٤}$

$= -٧٩٢ س^{٤}$

، ∵ الحد الأوسط هو $ح_٧ = {}^{١٢}ق_{٦} (-١)^{٦} × س^{٢٤-٢٤}$

$= ٩٢٤$

∴ $\frac{\text{معامل } ح_٦}{\text{الحد الأوسط}} = \frac{-٧٩٢}{٩٢٤} = \frac{-٦}{٧}$

حل آخر:

$\frac{\text{معامل } ح_٦}{ح_٧} = \frac{٦}{١٢-٦+١} × \frac{١}{-١} = \frac{-٦}{٧}$

١١

∵ $ح_{١٠} = ح_٩$ ∴ $\frac{ح_{١٠}}{ح_٩} = ١$

Watermarkly
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$\therefore \frac{ن-٩+١}{٩} \times \frac{٣}{٢س^{٢}} = ١ \quad \therefore ن - ٨ = ٦س^{٢}$ (١)

، $\because \frac{ح_{٧}}{ح_{٦}} = \frac{١٥}{٨} \quad \therefore \frac{ن-٦+١}{٦} \times \frac{٣}{٢س^{٢}} = \frac{١٥}{٨}$

$\therefore ٢(ن-٥) = ١٥س^{٢}$ (٢)

وبقسمة (١) على (٢) : $\therefore ن = ٢٠$

، $\because ح_{ر+١} = {}^{٢٠}ق_{ر} \left(\frac{٣}{س^{٢}}\right)^{ر} (٢س)^{٢٠-ر}$

$= {}^{٢٠}ق_{ر} (٣)^{ر} (٢)^{٢٠-ر} (س)^{٢٠-٣ر}$

ولإيجاد الحد الخالى من س $\therefore ٢٠ - ٣ر = ٠$

$\therefore ر = \frac{٢٠}{٣} \notin ص^{+}$ ∴ لا يوجد حد خالٍ من س

١٢

$\because \frac{ح_{١٠}}{ح_{٨}} = \frac{٢٨}{١} \quad \therefore \frac{ح_{١٠}}{ح_{٩}} \times \frac{ح_{٩}}{ح_{٨}} = ٢٨$

$\therefore \frac{ن-٩+١}{٩} \times ٢س \times \frac{ن-٨+١}{٨} \times ٢س = ٢٨$

$\therefore \frac{ن-٨}{٩} \times \frac{ن-٧}{٨} \times ٤س^{٢} = ٢٨$

وعند $س = ٢ \quad \therefore \frac{ن-٨}{٩} \times \frac{ن-٧}{٨} \times ٤ \times ٩ = ٢٨$

$\therefore (ن-٨)(ن-٧) = ٥٦$

$\therefore ن^{٢} - ١٥ن = ٠ \quad \therefore ن(ن-١٥) = ٠$

$\therefore ن = ٠$ (مرفوض) أ، $ن = ١٥$

١٣

$\because ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} (س^{-١})^{ر} (س^{٢})^{ن-ر}$

$= {}^{ن}ق_{ر} س^{٢ن-٣ر}$

، لإيجاد الحد الخالى من س

$\therefore ٢ن - ٣ر = ٠ \quad \therefore ر = \frac{٢ن}{٣}$

، $\because ر \in ص^{+}$ ∴ ن مضاعف للعدد ٣

، عندما $ن = ١٢ \quad \therefore ر = ٨$

∴ الحد الخالى من س هو $ح_{٩} = {}^{١٢}ق_{٨}$

∴ النسبة بين الحد الخالى من س ومعامل الحد التالى له مباشرة

$= \frac{{}^{١٢}ق_{٨}}{{}^{١٢}ق_{٩}} = \frac{٩}{١٢-٩+١} = \frac{٩}{٤}$

١٤

$\because \frac{ح_{٤}}{ح_{٢}} = \frac{ح_{٤}}{ح_{٣}} \times \frac{ح_{٣}}{ح_{٢}} = \frac{٢٥}{٣}$

$\therefore \frac{ن-٣+١}{٣} \times \frac{س}{١} \times \frac{ن-٢+١}{٢} \times \frac{س}{١} = \frac{٢٥}{٣}$

$\therefore (ن-٢)(ن-١)س^{٢} = ٥٠$ (١)

، $\because \frac{ح_{٦}}{ح_{٥}} = ١ \quad \therefore \frac{ن-٥+١}{٥} \times \frac{س}{١} = ١$

$\therefore (ن-٤)س = ٥$ (٢)

وبتربيع الطرفين : $\therefore (ن-٤)^{٢} س^{٢} = ٢٥$ (٣)

من (١) ، (٣) :

$\therefore ٢(ن-٤)^{٢} = (ن-٢)(ن-١)$

$\therefore ن^{٢} - ١٢ن + ٣٠ = ٠$

$\therefore (ن-٣)(ن-١٠) = ٠$

$\therefore ن = ٣$ (مرفوض) أ، $ن = ١٠$

ومن (٢) : $\therefore س = \frac{٥}{٦}$

١٥

$\frac{ح_{٣}}{ح_{٢}} = \frac{٧٢٠}{٢٤٠} \quad \therefore \frac{ن-٢+١}{٢} \times \frac{ص}{س} = ٣$

$\therefore (ن-١) \times \frac{ص}{س} = ٦$ (١)

، $\frac{ح_{٤}}{ح_{٣}} = \frac{١٠٨٠}{٧٢٠} \quad \therefore \frac{ن-٣+١}{٣} \times \frac{ص}{س} = \frac{٣}{٢}$

$\therefore (ن-٢) \times \frac{ص}{س} = \frac{٩}{٢}$ (٢)

بقسمة (١) على (٢) :

$\therefore \frac{ن-١}{ن-٢} = \frac{٤}{٣} \quad \therefore ن = ٥$

، من (١) : $\therefore ص = \frac{٣}{٢} س$ (٣)

، $\because ح_{٢} = ٢٤٠ \quad \therefore {}^{ن}ق_{١} ص س^{ن-١} = ٢٤٠$

$\therefore {}^{٥}ق_{١} \times \frac{٣}{٢} س \times س^{٤} = ٢٤٠$

$\therefore س^{٥} = ٣٢ \quad \therefore س = ٢$

، من (٣) : $\therefore ص = ٣$

١٦

نفرض أن الحدود المتتالية هى $ح_{ر}$ ، $ح_{ر+١}$ ، $ح_{ر+٢}$

$\frac{\text{معامل } ح_{ر+٢}}{\text{معامل } ح_{ر+١}} = \frac{٧}{٢١} = \frac{١}{٣} \quad \therefore \frac{ن-(ر+١)+١}{(ر+١)} = \frac{١}{٣}$

$٣ن - ٣ر = ر + ١$

$٣ن - ٤ر = ١$ (١)

$\frac{\text{معامل } ح_{ر+١}}{\text{معامل } ح_{ر}} = \frac{٢١}{٣٥} = \frac{٣}{٥}$

$\frac{ن-ر+١}{ر} = \frac{٣}{٥}$

$٥ن - ٥ر + ٥ = ٣ر$

$٥ن - ٨ر = -٥$ (٢)

من (١) ، (٢) : $ن = ٧$ ، $ر = ٥$

∴ رتب الحدود هى $ح_{٥}$ ، $ح_{٦}$ ، $ح_{٧}$

١٧

$ح_{٤}$ ، $ح_{٥}$ ، $ح_{٦}$ تكون متتابعة حسابية

$\therefore ٢ح_{٥} = ح_{٤} + ح_{٦}$ بالقسمة على $ح_{٥}$

$٢ = \frac{ح_{٤}}{ح_{٥}} + \frac{ح_{٦}}{ح_{٥}}$

$٢ = \frac{٤}{ن-٤+١} \times ٢ + \frac{ن-٥+١}{٥} \times \frac{١}{٢}$

$٢ = \frac{٨}{ن-٣} + \frac{ن-٤}{١٠}$ بالضرب × $١٠(ن-٣)$

$٢٠(ن-٣) = ٨٠ + (ن-٣)(ن-٤)$

$ن^{٢} - ٢٧ن + ١٥٢ = ٠ \quad \therefore ن = ١٩$ أ، $ن = ٨$

١٨

$ح_{ر+١}$ هو الحد العام فى مفكوك $(١+س)^{١١} = {}^{١١}ق_{ر} س^{ر}$

$\therefore (١ - س + س^{٢}) \times {}^{١١}ق_{ر} س^{ر}$

$= {}^{١١}ق_{ر} س^{ر} - {}^{١١}ق_{ر} س^{ر+١} + {}^{١١}ق_{ر} س^{ر+٢}$

الجزء الأول يحتوى على $س^{٥}$

، نضع $ر = ٥$ وقيمته ${}^{١١}ق_{٥}$

، الجزء الثانى يحتوى على $س^{٥}$

، نضع $ر + ١ = ٥$

$\therefore ر = ٤$ وقيمته $-{}^{١١}ق_{٤}$

، الجزء الثالث يحتوى على $س^{٥}$

، نضع $ر + ٢ = ٥$

$\therefore ر = ٣$ وقيمته ${}^{١١}ق_{٣}$

∴ معامل $س^{٥} = {}^{١١}ق_{٥} - {}^{١١}ق_{٤} + {}^{١١}ق_{٣} = ٢٩٧$

١٩

نفرض أن $ح_{ر+١}$ هو أكبر حد : $\therefore \frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} \geq ١$

$\frac{٦-ر+١}{ر} \left|\frac{٢(١)}{٣}\right| \geq ١$ ، $\frac{٢(٧-ر)}{٣ر} \geq ١$

$١٤ - ٢ر \geq ٣ر \quad \therefore ٥ر \leq ١٤$

، $ر \leq ٢\frac{٤}{٥} \quad \therefore ر = ٢$ أ، ١ أ، صفر

$\therefore ح_{٣} > ح_{٢} > ح_{١}$

، $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر+٢}} \geq ١ \quad \therefore \frac{ح_{ر+٢}}{ح_{ر+١}} \leq ١$

$\therefore \frac{٦-(ر+١)+١}{ر+١} \times \left|\frac{٢(١)}{٣}\right| \leq ١$

$\therefore \frac{٢(٦-ر)}{٣(ر+١)} \leq ١ \quad \therefore ١٢ - ٢ر \leq ٣ر + ٣$

$\therefore ٥ر \geq ٩ \quad \therefore ر \geq ١\frac{٤}{٥}$

$\therefore ر = ٢$ أ، ٣ أ، ... أ، ٦

$\therefore ح_{٣} > ح_{٤} > ح_{٥} > ح_{٦} > ح_{٧}$

$\therefore ح_{٣}$ هو أكبر حد

ثانيًا مسائل على الأعداد المركبة

١

$ع_{١} = \sqrt{٢}\left(\frac{١}{\sqrt{٢}} - \frac{١}{\sqrt{٢}}ت\right) = ١ - ت$

$\therefore ع_{١}^{٢} = (١-ت)^{٢} = ١ - ٢ت + ت^{٢} = -٢ت$

$\therefore \frac{ع_{١}^{٢}}{ع_{٢}} = \frac{-٢ت}{١+ت} \times \frac{١-ت}{١-ت} = \frac{-٢-٢ت}{٢} = -١ - ت$

$\therefore ع = -١ - ت \quad \therefore س = -١$ ، $ص = -١$

$\therefore ل = \sqrt{٢}$ ، $\text{جتا}\,\theta = \frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ، $\text{جا}\,\theta = \frac{-١}{\sqrt{٢}}$

$\therefore \theta = \frac{٥\pi}{٤} = \frac{-٣\pi}{٤} \quad \therefore ع = \sqrt{٢}\, ه^{\frac{-٣\pi}{٤}ت}$

٢

$ع_{١} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢}ت\right)^{٤} = (\text{جتا}\,٣٠^{\circ} + ت\,\text{جا}\,٣٠^{\circ})^{٤}$

$= \text{جتا}\,١٢٠^{\circ} + ت\,\text{جا}\,١٢٠^{\circ}$

، $ع_{٢} = \text{جا}\,٦٠^{\circ} + ت\,\text{جتا}\,٦٠^{\circ} = \text{جتا}\,٣٠^{\circ} + ت\,\text{جا}\,٣٠^{\circ}$

$\therefore ع = \frac{ع_{١}}{ع_{٢}} = \frac{\text{جتا}\,١٢٠^{\circ} + ت\,\text{جا}\,١٢٠^{\circ}}{\text{جتا}\,٣٠^{\circ} + ت\,\text{جا}\,٣٠^{\circ}}$

$= \text{جتا}\,٩٠^{\circ} + ت\,\text{جا}\,٩٠^{\circ}$

أى أن: $ع = \text{جتا}\,\frac{\pi}{٢} + ت\,\text{جا}\,\frac{\pi}{٢} = ه^{\frac{\pi}{٢}ت}$

٣

$ع_{١} = ٦\left(\text{جتا}\left(٢\pi - \frac{٤}{٣}\pi\right) + ت\,\text{جا}\left(٢\pi - \frac{٤}{٣}\pi\right)\right)^{٢}$

$= ٦\left(\text{جتا}\,\frac{٢}{٣}\pi + ت\,\text{جا}\,\frac{٢}{٣}\pi\right)^{٢}$

$= ٦\left(\text{جتا}\,\frac{٤}{٣}\pi + ت\,\text{جا}\,\frac{٤}{٣}\pi\right)$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

، $ع_2 = 2\left(\text{جتا}\frac{5\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{5\pi}{3}\right)$

∴ $ع_2^2 = 4\left(\text{جتا}\frac{10\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{10\pi}{3}\right)$

∴ $ع = ع_1 ع_2^2 = 24\left(\text{جتا}\frac{14}{3}\pi + ت\,\text{جا}\frac{14}{3}\pi\right)$

$= 24\left(\text{جتا}\frac{2}{3}\pi + ت\,\text{جا}\frac{2}{3}\pi\right)$

---

(4)

$ع_1 = 1 - \sqrt{3}ت$ ∴ $ل = \sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$

، ∵ س > 0 ، ص < 0 ∴ θ تقع فى الربع الرابع

∴ $\theta = \text{ظا}^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right) = -60^\circ = -\frac{\pi}{3}$

∴ $ع_1 = 2\left[\text{جتا}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + ت\,\text{جا}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]$

، $ع_2 = هـ^{-\frac{\pi}{6}ت} = \text{جتا}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + ت\,\text{جا}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

، $ع_3 = \left(\text{جتا}\left(-\frac{\pi}{12}\right) + ت\,\text{جا}\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)^2$

$= \text{جتا}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + ت\,\text{جا}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

∴ $ع = \frac{ع_1 ع_2}{ع_3}$

$= \frac{2\left(\text{جتا}-\frac{\pi}{3} + ت\,\text{جا}-\frac{\pi}{3}\right)\cdot\left(\text{جتا}-\frac{\pi}{6} + ت\,\text{جا}-\frac{\pi}{6}\right)}{\text{جتا}-\frac{\pi}{6} + ت\,\text{جا}-\frac{\pi}{6}}$

$= 2\left[\text{جتا}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + ت\,\text{جا}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right] = 2هـ^{-\frac{\pi}{3}ت}$

---

(5)

سعة $(ع_1 ع_2^3)$ = (سعة $ع_1$) + 3 × (سعة $ع_2$)

$= 81^\circ$ (1)

، سعة $\left(\frac{ع_1}{ع_2}\right)$ = (سعة $ع_1$) − (سعة $ع_2$) $= 33^\circ$ (2)

بحل المعادلتين :

سعة $ع_1 = 45^\circ$ ، سعة $ع_2 = 12^\circ$

∴ $ع_1 = \text{جتا}45^\circ + ت\,\text{جا}45^\circ$

، $ع_2 = \text{جتا}12^\circ + ت\,\text{جا}12^\circ$

∴ $ع_1^{15} ع_2^{15} = (ع_1 ع_2)^{15} = (\text{جتا}57^\circ + ت\,\text{جا}57^\circ)^{15}$

$= \text{جتا}135^\circ + ت\,\text{جا}135^\circ$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}ت$

---

(6)

$ع = \left(\frac{8}{1+\sqrt{3}ت} \times \frac{1-\sqrt{3}ت}{1-\sqrt{3}ت}\right) = 2 - 2\sqrt{3}ت$

∴ $ل = 4$

، ∵ س > 0 ، ص < 0

∴ θ تقع فى الربع الرابع.

∴ $\theta = \text{ظا}^{-1}\left(\frac{-2\sqrt{3}}{2}\right) = -60^\circ = \frac{-\pi}{3}$

∴ $ع = 4\left[\text{جتا}\left(\frac{-\pi}{3}\right) + ت\,\text{جا}\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right]$

$= 4هـ^{\frac{-\pi}{3}ت}$

، الجذر التربيعى للعدد ع $= 2هـ^{\left(\frac{\frac{-\pi}{3}+2\pi ر}{2}\right)ت}$

حيث ر = 0 ، 1

عند ر = 0

∴ الجذر التربيعى الأول $= 2هـ^{\frac{-\pi}{6}ت}$

، عند ر = 1

∴ الجذر التربيعى الثانى $= 2هـ^{\frac{5\pi}{6}ت}$

---

(7)

$ع = \frac{8(\sqrt{3}+ت)}{\sqrt{3}-ت} \times \frac{\sqrt{3}+ت}{\sqrt{3}+ت} = \frac{8(2+2\sqrt{3}ت)}{4}$

$= 4 + 4\sqrt{3}ت$

، $ل = \sqrt{(4)^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8$

، ∵ س > 0 ، ص > 0 ∴ θ تقع فى الربع الأول

∴ $\theta = \text{ظا}^{-1}\left(\frac{4\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\pi}{3}$

∴ $ع = 8\left(\text{جتا}\frac{\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{3}\right) = 8هـ^{\frac{\pi}{3}ت}$

الجذور التكعيبية للعدد $\sqrt[3]{ع} = 2هـ^{\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi ر}{3}ت}$

حيث : ر = 0 ، 1 ، −1

عند ر = 0 ∴ $ع_1 = 2هـ^{\frac{\pi}{9}ت}$

عند ر = 1 $ع_2 = 2هـ^{\frac{7}{9}\pi ت}$

عند ر = −1 $ع_3 = 2هـ^{-\frac{5}{9}\pi ت}$

---

(8)

∵ $ع = \left(\frac{1+ت}{1-ت}\right)^5$

∴ $ع = \left(\frac{1+ت}{1-ت}\times\frac{1+ت}{1+ت}\right)^5 = \left(\frac{1+2ت-1}{2}\right)^5$

$= ت^5 = ت^4 \times ت = ت$

∴ $ع = ت = \text{جتا}\frac{\pi}{2} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{2}$

∴ $ع^{\frac{1}{2}} = \text{جتا}\frac{\frac{\pi}{2}+2ر\pi}{2} + ت\,\text{جا}\frac{\frac{\pi}{2}+2ر\pi}{2}$

حيث ر = 0 ، −1

عندما ر = 0 فإن $\sqrt{ع} = \text{جتا}\frac{\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{4}$

، عندما ر = −1

فإن $\sqrt{ع} = \text{جتا}\frac{-3\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{-3\pi}{4}$

---

(9)

$ع = \frac{2(5-3\sqrt{3}ت)}{1+2\sqrt{3}ت}\times\frac{1-2\sqrt{3}ت}{1-2\sqrt{3}ت} = -2 - 2\sqrt{3}ت$

∴ $|ع| = \sqrt{4+12} = 4$

∵ س < 0 ، ص < 0 ∴ θ تقع فى الربع الثالث

∴ $\theta = \text{ظا}^{-1}(\sqrt{3}) - \pi = \frac{-2\pi}{3}$

∴ $ع = 4\left(\text{جتا}\frac{-2\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{-2\pi}{3}\right) = 4هـ^{\frac{-2\pi}{3}ت}$

∴ $\sqrt{ع} = 2هـ^{\frac{\frac{-2\pi}{3}+2\pi ر}{2}ت}$

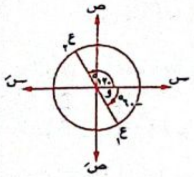
حيث ر = 0 ، 1

، عند ر = 0

∴ $\sqrt{ع} = ع_1 = 2هـ^{\frac{-\pi}{3}ت}$

، عند ر = 1

∴ $\sqrt{ع} = ع_2 = 2هـ^{\frac{2\pi}{3}ت}$



---

(10)

$ع_1 = \left(\text{جتا}\frac{7\pi}{18} + ت\,\text{جا}\frac{7\pi}{18}\right)^5 = \text{جتا}\frac{-\pi}{18} + ت\,\text{جا}\frac{-\pi}{18}$

، $ع_2 = \left(\text{جتا}\frac{\pi}{9} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{9}\right)^4 = \text{جتا}\frac{4\pi}{9} + ت\,\text{جا}\frac{4\pi}{9}$

∴ $ع = \frac{ع_1}{ع_2} = \text{جتا}\frac{-\pi}{2} + ت\,\text{جا}\frac{-\pi}{2} = هـ^{\frac{-\pi}{2}ت}$

∴ $\sqrt{ع} = هـ^{\left(\frac{\frac{-\pi}{2}+2ر\pi}{2}\right)ت}$ حيث ر = 0 ، 1

عند ر = 0 ∴ $\sqrt{ع} = هـ^{\frac{-\pi}{4}ت}$

، عند ر = 1 ∴ $\sqrt{ع} = هـ^{\frac{3\pi}{4}ت}$

---

(11)

$ع_1 = 2\left(\text{جا}\frac{\pi}{3} + ت\,\text{جتا}\frac{\pi}{3}\right)$

$= 2\left(\text{جتا}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right) + ت\,\text{جا}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

$= 2\left(\text{جتا}\frac{\pi}{6} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{6}\right)$

، $ع_2 = \sqrt{2}\left(\text{جا}\frac{\pi}{4} - ت\,\text{جتا}\frac{\pi}{4}\right)$

$= \sqrt{2}\left(\text{جتا}\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right) + ت\,\text{جا}\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$= \sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{7\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{7\pi}{4}\right)$

$= \sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{-\pi}{4}\right)$

$ع_3 = 1 + \sqrt{3}ت$ ∴ $ل = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

∴ س > 0 ، ص > 0 ∴ θ تقع فى الربع الأول

∴ $\theta = \text{ظا}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

∴ $ع_3 = 2\left(\text{جتا}\frac{\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{3}\right)$

$ع = \frac{\left[2\left(\text{جتا}\frac{\pi}{6} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{6}\right)\right]^3 \times \left[\sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{-\pi}{4}\right)\right]^4}{\left[2\left(\text{جتا}\frac{\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{3}\right)\right]^5}$

$= \frac{8\left(\text{جتا}\frac{\pi}{2} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{2}\right)\times 4\left(\text{جتا}-\pi + ت\,\text{جا}-\pi\right)}{32\left(\text{جتا}\frac{5\pi}{3} + ت\,\text{جا}\frac{5\pi}{3}\right)}$

$= \text{جتا}\frac{-13\pi}{6} + ت\,\text{جا}\frac{-13\pi}{6}$

$= \text{جتا}-\frac{\pi}{6} + ت\,\text{جا}-\frac{\pi}{6} = هـ^{\frac{-\pi}{6}ت}$

الجذور التربيعية للعدد ع

$= \text{جتا}\left(\frac{\frac{-\pi}{6}+2\pi ر}{2}\right) + ت\,\text{جا}\left(\frac{\frac{-\pi}{6}+2\pi ر}{2}\right)$

حيث ر = 0 ، 1

عند ر = 0

∴ الجذر التربيعى الأول للعدد ع = $\text{جتا}\left(\frac{-\pi}{12}\right) + ت\,\text{جا}\left(\frac{-\pi}{12}\right)$

عند ر = 1

∴ الجذر التربيعى الثانى للعدد ع = $\text{جتا}\left(\frac{11\pi}{12}\right) + ت\,\text{جا}\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

---

(12)

$ع = \frac{2+6ت}{3-ت}\times\frac{3+ت}{3+ت} = 2ت = 2هـ^{\frac{\pi}{2}ت}$

∴ $ع = 2\left(\text{جتا}\frac{\pi}{2} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{2}\right)$

$ع^{-1} = \frac{1}{2}\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{2} + ت\,\text{جا}\frac{-\pi}{2}\right)$

$\bar{ع} = 2\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{2} + ت\,\text{جا}\frac{-\pi}{2}\right)$

$\sqrt{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi ر}{2} + ت\,\text{جا}\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi ر}{2}\right)$

حيث ر = 0 ، 1

∴ عند ر = 0

الجذر التربيعى الأول = $\sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{4}\right)$

عند ر = 1 الجذر التربيعى الثانى

$= \sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{5\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{5\pi}{4}\right)$

$= \sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{-3\pi}{4} + ت\,\text{جا}\frac{-3\pi}{4}\right)$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

(١٢)

$\text{ع} + 2 = \text{ت}\,(\text{ع} - 2)$

$\text{ع} - \text{ت}\,\text{ع} = -2\,\text{ت} - 2$

$\text{ع}\,(1 - \text{ت}) = -2\,\text{ت} - 2$

$\therefore \text{ع} = \frac{-2\text{ت} - 2}{1 - \text{ت}} \times \frac{1 + \text{ت}}{1 + \text{ت}} = \frac{-4\text{ت}}{2} = -2\,\text{ت}$

$\therefore \text{ع} = 2\left[\text{جتا}\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{-\pi}{2}\right)\right]$

$\therefore \sqrt{\text{ع}} = \sqrt{2}\left[\text{جتا}\,\frac{\frac{-\pi}{2} + 2\pi\text{ر}}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\frac{-\pi}{2} + 2\pi\text{ر}}{2}\right]$

حيث $\text{ر} = 0 ، 1$

عند $\text{ر} = 0$ $\quad \sqrt{\text{ع}} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi}{4} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{4}\right)$

عند $\text{ر} = 1$ $\quad \sqrt{\text{ع}} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\,\frac{3\pi}{4} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{3\pi}{4}\right)$

---

(١٤)

$\because \text{ع} = \left(1 + \text{جتا}\,\frac{\pi}{3} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{3}\right)^6$

$\therefore \text{ع} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{ت}\right)^6$

$\therefore \text{ع} = \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{ت}\right)^6 = \left(\sqrt{3}\right)^6\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\,\text{ت}\right)^6$

$= 27\left(\text{جتا}\,\frac{\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{6}\right)^6$

$= 27\left(\text{جتا}\,\pi + \text{ت}\,\text{جا}\,\pi\right)$

$\therefore \text{ع} = 27\,\text{هـ}^{\pi\text{ت}}$ $\qquad \therefore \sqrt[3]{\text{ع}} = 3\,\text{هـ}^{\frac{(\pi + 2\pi\text{ر})}{3}\text{ت}}$

حيث $\text{ر} = 0 ، 1 ، -1$

عند $\text{ر} = 0$ $\qquad \therefore \text{ع}_1 = 3\,\text{هـ}^{\frac{\pi}{3}\text{ت}}$

، عند $\text{ر} = 1$ $\qquad \therefore \text{ع}_2 = 3\,\text{هـ}^{\pi\text{ت}}$

، عند $\text{ر} = -1$ $\qquad \therefore \text{ع}_3 = 3\,\text{هـ}^{\frac{-\pi}{3}\text{ت}}$

---

(١٥)

بفرض أن : $\sqrt{-3 + 4\,\text{ت}} = \text{س} + \text{ت}\,\text{ص}$

$\therefore (\text{س} + \text{ت}\,\text{ص})^2 = -3 + 4\,\text{ت}$

$\therefore \text{س}^2 - \text{ص}^2 + 2\,\text{س}\,\text{ص}\,\text{ت} = -3 + 4\,\text{ت}$

$\therefore \text{س}^2 - \text{ص}^2 = -3$ $\qquad (1)$

، $2\,\text{س}\,\text{ص} = 4$

$\therefore \text{س}\,\text{ص} = 2$ $\qquad \therefore \text{ص} = \frac{2}{\text{س}}$

بالتعويض فى (١) : $\therefore \text{س}^2 - \frac{4}{\text{س}^2} = -3$

$\therefore \text{س}^4 + 3\,\text{س}^2 - 4 = 0$

$\therefore (\text{س}^2 + 4)(\text{س}^2 - 1) = 0$ $\quad \therefore \text{س} = \pm 2\,\text{ت}$ (مرفوض)

، $\text{س} = \pm 1$ $\qquad \therefore \text{ص} = \pm 2$

$\therefore \sqrt{-3 + 4\,\text{ت}} = \pm(1 + 2\,\text{ت})$

حل آخر : $\sqrt{-3 + 4\,\text{ت}} = \sqrt{1 + 4\,\text{ت} + 4\,\text{ت}^2}$

$= \sqrt{(1 + 2\,\text{ت})^2} = \pm(1 + 2\,\text{ت})$

---

(١٦)

$\text{ع} = \text{جا}\,\frac{\pi}{9} + \text{ت}\,\text{جتا}\,\frac{\pi}{9}$

$\therefore \text{ع} = \text{جتا}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9}\right)$

$= \text{جتا}\left(\frac{7\pi}{18}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{7\pi}{18}\right)$

$\therefore \overline{\text{ع}} = \text{جتا}\left(\frac{-7\pi}{18}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{-7\pi}{18}\right)$

$\therefore (\overline{\text{ع}})^9 = \text{جتا}\left(\frac{-7\pi}{2}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{-7\pi}{2}\right)$

$= \text{جتا}\left(\frac{\pi}{2}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore$ الجذور التكعيبية للعدد $(\overline{\text{ع}})^9$

$= \text{جتا}\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi\text{ر}}{3}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi\text{ر}}{3}\right)$

حيث $\text{ر} = 0 ، 1 ، -1$ $\qquad$ عند $\text{ر} = 0$

$\therefore$ الجذر التكعيبى الأول $= \text{جتا}\left(\frac{\pi}{6}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{\pi}{6}\right)$

عند $\text{ر} = 1$

$\therefore$ الجذر التكعيبى الثانى $= \text{جتا}\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

عند $\text{ر} = -1$

$\therefore$ الجذر التكعيبى الثالث $= \text{جتا}\left(\frac{-\pi}{2}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(\frac{-\pi}{2}\right)$

---

(١٧)

$\text{س} = \frac{4}{\sqrt{3} + \text{ت}} \times \frac{\sqrt{3} - \text{ت}}{\sqrt{3} - \text{ت}} = \frac{4(\sqrt{3} - \text{ت})}{3 + 1} = \sqrt{3} - \text{ت}$

، $\text{ص} = \frac{2}{\text{جتا}\,\frac{\pi}{6} - \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{6}} \times \frac{\text{جتا}\,\frac{\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{6}}{\text{جتا}\,\frac{\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{6}}$

$= 2\left(\text{جتا}\,\frac{\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{6}\right) = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\,\text{ت}\right)$

$= \sqrt{3} + \text{ت}$

$\therefore$ س ، ص مترافقان

$\text{ع} = (\text{س} - \text{ص})^2 = \left(\sqrt{3} - \text{ت} - \sqrt{3} - \text{ت}\right)^2 = (-2\,\text{ت})^2$

$= -4 = 4\left(\text{جتا}\,\pi + \text{ت}\,\text{جا}\,\pi\right)$

$\therefore \sqrt[3]{\text{ع}} = \sqrt[3]{4}\left(\text{جتا}\,\pi + \text{ت}\,\text{جا}\,\pi\right)^{\frac{1}{3}}$

$= \sqrt[3]{4}\left(\text{جتا}\,\frac{\pi + 2\pi\text{ر}}{3} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi + 2\pi\text{ر}}{3}\right)$

حيث $\text{ر} = 0 ، 1 ، -1$

عند $\text{ر} = 0$

$\therefore \text{ع}_1 = \sqrt[3]{4}\left(\text{جتا}\,\frac{\pi}{3} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt[3]{4}\,\text{هـ}^{\frac{\pi}{3}\text{ت}}$

، عند $\text{ر} = 1$

$\therefore \text{ع}_2 = \sqrt[3]{4}\left(\text{جتا}\,\pi + \text{ت}\,\text{جا}\,\pi\right) = \sqrt[3]{4}\,\text{هـ}^{\pi\text{ت}}$

، عند $\text{ر} = -1$

$\therefore \text{ع}_3 = \sqrt[3]{4}\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi}{3} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{3}\right) = \sqrt[3]{4}\,\text{هـ}^{\frac{-\pi}{3}\text{ت}}$

---

(١٨)

$\text{ع}_1 = \frac{6 + 4\,\text{ت}}{1 + \text{ت}} \times \frac{1 - \text{ت}}{1 - \text{ت}} = 5 - \text{ت}$

، $\text{ع}_2 = \frac{26}{5 - \text{ت}} \times \frac{5 + \text{ت}}{5 + \text{ت}} = 5 + \text{ت}$

، $\text{ع} = 4\,(\text{ع}_1 - \text{ع}_2) = 4\left[(5 - \text{ت}) - (5 + \text{ت})\right]$

$= -8\,\text{ت} = 8\,\text{هـ}^{-\frac{\pi}{2}\text{ت}}$

الجذور التكعيبية للعدد $4\,(\text{ع}_1 - \text{ع}_2)$

$= 2\left(\text{جتا}\,\frac{\frac{-\pi}{2} + 2\pi\text{ر}}{3} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\frac{-\pi}{2} + 2\pi\text{ر}}{3}\right)$

حيث $\text{ر} = 0 ، 1 ، -1$

عند $\text{ر} = 0$

$\therefore$ الجذر التكعيبى الأول للعدد $4\,(\text{ع}_1 - \text{ع}_2)$

$= 2\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{6}\right)$

، عند $\text{ر} = 1$

$\therefore$ الجذر التكعيبى الثانى للعدد $4\,(\text{ع}_1 - \text{ع}_2)$

$= 2\left(\text{جتا}\,\frac{\pi}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{2}\right)$

عند $\text{ر} = -1$

$\therefore$ الجذر التكعيبى الثالث للعدد $4\,(\text{ع}_1 - \text{ع}_2)$

$= 2\left(\text{جتا}\,\frac{-5\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-5\pi}{6}\right)$

---

(١٩)

$\text{ع}^4 = -4 = 4\left(\text{جتا}\,180 + \text{ت}\,\text{جا}\,180\right)$

$\therefore \text{ع} = 4^{\frac{1}{4}}\left(\text{جتا}\,\frac{180 + 360\text{ر}}{4} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{180 + 360\text{ر}}{4}\right)$

حيث $\text{ر} = 0 ، -1 ، 1 ، -2$

عند $\text{ر} = 0$ $\qquad \therefore \text{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\,45 + \text{ت}\,\text{جا}\,45\right)$

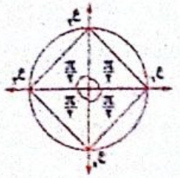
عند $\text{ر} = -1$ $\qquad \text{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\,-45 + \text{ت}\,\text{جا}\,-45\right)$

عند $\text{ر} = 1$ $\qquad \text{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\,135 + \text{ت}\,\text{جا}\,135\right)$

عند $\text{ر} = -2$ $\qquad \text{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\,-135 + \text{ت}\,\text{جا}\,-135\right)$

---

(٢٠)



$\text{ع}^4 = 1 = \text{جتا}\,0 + \text{ت}\,\text{جا}\,0$

$\therefore \text{ع} = \text{جتا}\,\frac{2\pi\text{ر}}{4} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{2\pi\text{ر}}{4}$

حيث $\text{ر} = 0 ، 1 ، 2 ، 3$

عند $\text{ر} = 0$:

$\therefore \text{ع}_1 = \text{جتا}\,0 + \text{ت}\,\text{جا}\,0$ $\qquad \therefore \text{ع}_1 = 1$

عند $\text{ر} = 1$:

$\therefore \text{ع}_2 = \text{جتا}\,\frac{\pi}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{2}$ $\qquad \therefore \text{ع}_2 = \text{ت}$

عند $\text{ر} = 2$:

$\therefore \text{ع}_3 = \text{جتا}\,\pi + \text{ت}\,\text{جا}\,\pi$ $\qquad \therefore \text{ع}_3 = -1$

عند $\text{ر} = 3$:

$\therefore \text{ع}_4 = \text{جتا}\,\frac{3\pi}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{3\pi}{2} = \text{جتا}\,\frac{-\pi}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{2}$

$\therefore \text{ع}_4 = -\text{ت}$

---

(٢١)

$\because \text{ع}^3 = -8\,\text{ت} = 8\,\text{هـ}^{\frac{-\pi}{2}\text{ت}}$

$\therefore \text{ع} = (8)^{\frac{1}{3}}\,\text{هـ}^{\frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi\text{ك}}{3}\text{ت}}$

حيث $\text{ك} = 0 ، 1 ، -1$

الجذر الأول $= 2\,\text{هـ}^{\frac{-\pi}{6}\text{ت}} = 2\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{6}\right)$

الجذر الثانى $= 2\,\text{هـ}^{\frac{\pi}{2}\text{ت}} = 2\left(\text{جتا}\,\frac{\pi}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{2}\right)$

الجذر الثالث $= 2\,\text{هـ}^{\frac{-5\pi}{6}\text{ت}} = 2\left(\text{جتا}\,\frac{-5\pi}{6} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-5\pi}{6}\right)$

---

(٢٢)

$\because \text{ل} = \sqrt{(1)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = 2$

$\because \text{س} > 0 ، \text{ص} < 0$ $\qquad \therefore \theta$ تقع فى الربع الرابع

، $\theta = \text{ظا}^{-1}\,\frac{-\sqrt{3}}{1} = -\frac{\pi}{3}$

$\therefore \text{ع} = 2\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi}{3} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{3}\right)$

$\therefore \text{ع}^{\frac{2}{3}} = \left(\left[2\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi}{3} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{3}\right)\right]^3\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(8\left(\text{جتا} - \pi + \text{ت}\,\text{جا} - \pi\right)\right)^{\frac{1}{2}}$

$= 2\sqrt{2}\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi + 2\pi\text{ر}}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi + 2\pi\text{ر}}{2}\right)$

حيث $\text{ر} = 0 ، 1$

عند $\text{ر} = 0$ $\qquad \therefore \text{ع}^{\frac{2}{3}} = 2\sqrt{2}\left(\text{جتا}\,\frac{-\pi}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{-\pi}{2}\right)$

عند $\text{ر} = 1$ $\qquad \therefore \text{ع}^{\frac{2}{3}} = 2\sqrt{2}\left(\text{جتا}\,\frac{\pi}{2} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{2}\right)$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

Watermarkly

٢٣

(١) المقدار = $(١ - ٣ω + ω^٢)(١ + ω - ٢ω^٢)$

$= (-٣ω - ω)(-ω^٢ - ٢ω^٢)$

$= (-٤ω)(-٣ω^٢) = ١٢ω^٣ = ١٢$

(٢) المقدار = $\left(\frac{ω^٢\text{س} + ω\text{ص}}{\text{ص} + ω^٢\text{س}} - \frac{ω^٣\text{ص} + ω^٢\text{س}}{\text{س} + ω\text{ص}}\right)^٤$

$= \left[\frac{ω(ω^٢\text{س} + \text{ص})}{\text{ص} + ω^٢\text{س}} - \frac{ω^٢(ω\text{ص} + \text{س})}{\text{س} + ω\text{ص}}\right]^٤$

$= (ω - ω^٢)^٤ = (\pm\sqrt{٣}\,\text{ت})^٤ = ٩$

(٣) المقدار = $\frac{١}{٤ + ٢ω^٢ + ٣ω} + \frac{١}{٥ + ٣ω + ٤ω^٢}$

$= \frac{١}{٢ + ٢ + ٢ω^٢ + ٢ω + ω}$

$+ \frac{١}{٢ + ٣ + ٣ω + ٣ω^٢ + ω^٢}$

$= \frac{١}{٢ + ω} + \frac{١}{٢ + ω^٢}$

$= \frac{٢ + ω^٢ + ٢ + ω}{٤ + ٢(ω + ω^٢) + ١} = \frac{٤ - ١}{٤ - ٢ + ١} = ١$

(٤) المقدار = $\left(٥ - \frac{٥}{-ω} + \frac{٧}{ω^٢}\right)^٣ = (٥ + ٥ω^٢ + ٧ω)^٣$

$= (٥ + ٥ω^٢ + ٥ω + ٢ω)^٣$

$= (٢ω)^٣ = ٨ω^٣ = ٨$

(٥) المقدار = $\left(\frac{١}{ω^٣ + ٣ω^٢} - \frac{١}{١ + ٣ω}\right)^٢$

$= \left(\frac{١}{١ + ٣ω^٢} - \frac{١}{١ + ٣ω}\right)^٢$

$= \left(\frac{١ + ٣ω - ١ - ٣ω^٢}{١ + ٣ω + ٣ω^٢ + ٩}\right)^٢$

$= \left(\frac{٣(ω - ω^٢)}{١٠ + ٣(ω + ω^٢)}\right)^٢$

$= \left(\frac{٣(\pm\sqrt{٣}\,\text{ت})}{١٠ - ٣}\right)^٢ = \left[\frac{٣}{٧}(\pm\sqrt{٣}\,\text{ت})\right]^٢$

$= \frac{٩}{٤٩} \times (-٣) = \frac{-٢٧}{٤٩}$

(٦) المقدار = $(٢ - ٢\text{ت}^٢ω + ٣ω^٢)^٢ + (٥ + ٦ω + ٥ω^٢)^٢$

$= (٢ + ٢ω + ٢ω^٢ + ω^٢)^٢$

$+ (٥ + ٥ω + ٥ω^٢ + ω)^٢$

$= (ω^٢)^٢ + (ω)^٢ = ω + ω^٢ = -١$

(٧) المقدار = $\left(\frac{١ + \text{ت}}{١ + ٢ω}\right)^٤ + \left(\frac{١ - \text{ت}}{١ + ٢ω^٢}\right)^٤$

$= \left(\frac{١ + \text{ت}^٢ + ٢\text{ت}}{١ + ٤ω^٢ + ٤ω}\right)^٢ + \left(\frac{١ + \text{ت}^٢ - ٢\text{ت}}{١ + ٤ω^٤ + ٤ω^٢}\right)^٢$

$= \left(\frac{٢\text{ت}}{-٣}\right)^٢ + \left(\frac{-٢\text{ت}}{-٣}\right)^٢ = \frac{٤\text{ت}^٢}{٩} + \frac{٤\text{ت}^٢}{٩} = \frac{-٨}{٩}$

(٨) المقدار = $\left[\text{ك} - \frac{\text{ك} - ١}{-ω^٢} + (\text{ك} + ١)ω^٢\right]^٨$

$= [\text{ك} + ω(\text{ك} - ١) + (\text{ك} + ١)ω^٢]^٨$

$= [\text{ك} + \text{ك}ω - ω + \text{ك}ω^٢ + ω^٢]^٨$

$= [\text{ك}(١ + ω + ω^٢) + (ω^٢ - ω)]^٨$

$= [\text{صفر} + (\pm\sqrt{٣}\,\text{ت})]^٨ = ٨١$

(٩) المقدار = $\frac{ω^٢}{١ + ٤ω^٢ + ٤ω} + \frac{ω^٤}{١ + ٤ω^٢ + ٤ω}$

$= \frac{ω^٢ + ω}{١ + ٤ω^٢ + ٤ω} = \frac{-١}{١ - ٤} = \frac{١}{٣}$

٢٤

(١) الطرف الأيمن = $\left(\frac{٣ + ٥ω + ٣ω^٢}{١ - ٢ω - ٤ω^٢} + \frac{٣ + ٥ω^٢ + ٣ω}{١ - ٢ω^٢ - ٤ω}\right)$

$= \frac{٥ω - ٣ω}{١ - ٢ω - ٤(-١ - ω)}$

$+ \frac{٥ω^٢ - ٣ω^٢}{١ - ٢ω^٢ - ٤(-١ - ω^٢)}$

$= \frac{٢ω}{١ - ٢ω + ٤ + ٤ω} + \frac{٢ω^٢}{١ - ٢ω^٢ + ٤ + ٤ω^٢}$

$= \frac{٢ω}{٥ + ٢ω} + \frac{٢ω^٢}{٥ + ٢ω^٢}$

$= \frac{٢ω(٥ + ٢ω^٢) + ٢ω^٢(٥ + ٢ω)}{(٥ + ٢ω)(٥ + ٢ω^٢)}$

$= \frac{١٠ω + ٤ + ١٠ω^٢ + ٤}{٢٥ + ١٠ω^٢ + ١٠ω + ٤}$

$= \frac{٨ + ١٠\cdot(-١)}{٢٩ + ١٠(-١)} = \frac{-٢}{١٩} =$ الطرف الأيسر.

(٢) الطرف الأيمن = $\left(\frac{ω}{١ - ω} - \frac{ω^٢}{١}\right)^٢$

$= \left(\frac{ω - ω^٢ + ١}{١ - ω}\right)^٢ = \left(\frac{-٢ω^٢}{١ - ω}\right)^٢$

$= \frac{٤ω^٤}{١ + ω^٢ - ٢ω} = \frac{٤ω}{-٣ω} = \frac{-٤}{٣}$

(٣) الطرف الأيمن = $\left(\frac{١}{١ + ω\text{ت}} - \frac{ω + \text{ت}}{١ + ω^٢\text{ت}}\right)^٨$

$= \left(\frac{١ + ω^٢\text{ت} - (ω + \text{ت} + ω^٢\text{ت} - ω)}{١ + ω^٢\text{ت} + ω\text{ت} + (-١)}\right)^٨$

$= \left(\frac{١ - \text{ت}}{ω^٢\text{ت} + ω\text{ت}}\right)^٨ = \left(\frac{١ - \text{ت}}{\text{ت}(-١)}\right)^٨$

$= \left(\frac{١ - \text{ت}}{-\text{ت}}\right)^٨ = \left(\frac{(١ - \text{ت})^٢}{(-\text{ت})^٢}\right)^٤ = \left(\frac{-٢\text{ت}}{-١}\right)^٤$

$= \frac{١٦}{١} = ١٦ =$ الطرف الأيسر.

(٤) الطرف الأيمن = $\left(\frac{ω^٢(٥ω - ٣)}{٥ω - ٣} - \frac{ω(٢ω^٢ - ٧)}{٢ω^٢ - ٧}\right)^٤$

$= (ω^٢ - ω)^٤ = (\pm\sqrt{٣}\,\text{ت})^٤$

$= ٩\text{ت}^٤ = ٩ =$ الطرف الأيسر

(٥) الطرف الأيمن = $(\text{أ}(١ + ω^٢) + \text{ب}ω)$

$(\text{أ}(١ + ω) + \text{ب}ω^٢)$

$= (\text{ب}ω - \text{أ}ω)(\text{ب}ω^٢ - \text{أ}ω^٢)$

$= ω^٣(\text{ب} - \text{أ})(\text{ب} - \text{أ}) = (\text{ب} - \text{أ})^٢$

٢٥

$(\text{س} + \text{ت}\,\text{ص})(١ - ٣\text{ت}) = ٣٧\left(\frac{١}{٣ - ٤ω^٢} + \frac{١}{٧ + ٤ω^٢}\right)$

$= ٣٧\left(\frac{٧ + ٤ω^٢ + ٣ - ٤ω^٢}{(٣ - ٤ω^٢)(٧ + ٤ω^٢)}\right)$

$= ٣٧\left(\frac{١٠}{٢١ + ١٢ω^٢ - ٢٨ω^٢ - ١٦ω^٤}\right)$

$= \frac{٣٧ \times ١٠}{(٢١ - ١٦ω - ١٦ω^٢)} = \frac{٣٧٠}{٢١ + ١٦} = ١٠$

∴ $\text{س} + \text{ت}\,\text{ص} = \frac{١٠}{١ - ٣\text{ت}} \times \frac{١ + ٣\text{ت}}{١ + ٣\text{ت}}$

$= \frac{١٠(١ + ٣\text{ت})}{١ + ٩} = ١ + ٣\text{ت}$

∴ س = ١ ، ص = ٣

٢٦

الجذر الأول = $(١ + ω - ω^٢)^٣ = (-٢ω^٢)^٣ = -٨ω^٦$

$= -٨$

، الجذر الثانى = $(١ - ω + ω^٢)^٣ = (-٢ω)^٣ = -٨ω^٣$

$= -٨$

∴ مجموع الجذرين = −١٦

، حاصل ضرب الجذرين = ٦٤

∴ المعادلة هى : $\text{س}^٢ + ١٦\text{س} + ٦٤ = ٠$

٢٧

$(\text{س} - ١)^٦ - ٩(\text{س} - ١)^٣ + ٨ = ٠$

∴ $[(\text{س} - ١)^٣ - ٨]\,[(\text{س} - ١)^٣ - ١] = ٠$

فى حالة $(\text{س} - ١)^٣ = ٨$ ، حيث أن الجذور التكعيبية للعدد ٨ هى ٢ ، $٢ω$ ، $٢ω^٢$

∴ س − ١ = ٢ ومنها س = ٣

أ، س − ١ = $٢ω$ ومنها س = $٢ω + ١$

أ، س − ١ = $٢ω^٢$ ومنها س = $٢ω^٢ + ١$

أ، $(\text{س} - ١)^٣ = ١$ ، حيث أن الجذور التكعيبية للعدد ١ هى ١ ، $ω$ ، $ω^٢$

∴ س − ١ = ١ ومنها س = ٢

أ، س − ١ = $ω$ ومنها س = $١ + ω = -ω^٢$

أ، س − ١ = $ω^٢$ ومنها س = $١ + ω^٢ = -ω$

ثالثًا مسائل على النظام الإحداثى المتعامد فى ثلاثة أبعاد

١

$\text{أب} = \sqrt{(٤ - ٢)^٢ + (١ - ١)^٢ + (٩ - ٦)^٢}$

$= \sqrt{١٣}$ وحدة طول.

٢

$\left(\frac{٢ + (-٦)}{٢} ، \frac{٥ + ٣}{٢} ، \frac{-٢ + ٤}{٢}\right) = (-٢ ، ٤ ، ١)$

٣

$\sqrt{(٢\text{ل})^٢ + \text{ل}^٢} = ٢\sqrt{٥}$ ∴ $٥\text{ل}^٢ = ٢٠$

∴ $\text{ل}^٢ = ٤$ ∴ $\text{ل} = \pm٢$

أ(٧ ، ٤ ، ٢) أو أ(٣ ، −٤ ، −٢)

٤

$\text{أب} = \sqrt{٢^٢ + (-٢)^٢ + (-١)^٢} = ٣$ وحدة طول.

$\text{بحـ} = \sqrt{٢^٢ + (-٢)^٢ + ١^٢} = ٣$ وحدة طول.

$\text{أحـ} = \sqrt{٤^٢ + (-٤)^٢ + (٠)^٢} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول.

∵ أب = بحـ

∴ Δ أبحـ متساوى الساقين.

٥

$\text{أب} = \sqrt{(٢ - ٦)^٢ + (٥ + ٣)^٢ + (-١ - ٣)^٢}$

$= ٤\sqrt{٦}$ وحدة طول

، $\text{بحـ} = \sqrt{(٦ + ٤)^٢ + (-٣ - ٧)^٢ + (٣ - ١)^٢}$

$= ٢\sqrt{٥١}$ وحدة طول

، $\text{أحـ} = \sqrt{(٢ + ٤)^٢ + (٥ - ٧)^٢ + (-١ - ١)^٢}$

$= ٢\sqrt{١١}$ وحدة طول

∴ محيط Δ أبحـ = $٤\sqrt{٦} + ٢\sqrt{٥١} + ٢\sqrt{١١}$

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ محيط المثلث الناتج من توصيل منتصفات أضلاع المثلث
أ ب حـ = ٢ √٦ + √١٥ + √١١ ≃ ١٥.٤ وحدة طول

٦

أ ب = √((-٢)² + (-٢)² + (٣ - ك)²) = √(٨ + (٣ - ك)²)
ب حـ = √(٢² + (-٢)² + (ك - ٣)²)
= √(٨ + (ك - ٣)²)
∴ أ ب = ب حـ لجميع قيم ك
∴ Δ أ ب حـ متساوي الساقين.
∵ أ حـ = √(٠ + (-٤)² + ٠) = ٤
Δ أ ب حـ يكون متساوي الأضلاع إذا كان
√(٨ + (ك - ٣)²) = ٤
∴ ٨ + (ك - ٣)² = ١٦   ∴ (ك - ٣)² = ٨
∴ ك - ٣ = ± ٢ √٢   ∴ ك = ٣ ± ٢ √٢

رابعًا مسائل على المتجهات في الفراغ

١

∵ أ // ب   ∴ ١/ك = ٦/٣ = ٢/م
∴ ك = ١/٢ ، م = ١   ∴ حـ = (١/٢ ، ١ ، ٣/٢)
∴ ‖حـ‖ = √((١/٢)² + (١)² + (٣/٢)²) = √١٤ / ٢

٢

① أ ب = ب - أ = (٢ ، ٢ ، ١)
، أ حـ = حـ - أ = (م - ١ ، -١ ، ٢ - ١٠ م)
∵ أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة
∴ أ حـ = ك أ ب
(م - ١ ، -١ ، ٢ - ١٠ م) = ك (٢ ، ٢ ، ١)
∴ -١ = ٢ ك   ∴ ك = -١/٢
∴ م - ١ = ٢ ك = -٢/٢   ∴ م = ١/٢
② أ ب . أ حـ
= (٢ ، ٢ ، ١) . (م - ١ ، -١ ، ٢ - ١٠ م) = ٠
٢ م - ٢ + (-٢) + ٢ - ١٠ م = ٠
∴ -٨ م = ٢   ∴ م = -١/٤

٣

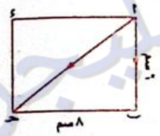
∵ حـ = ٥ √٢ س + ٥ ص + ٥ ع
‖حـ‖ = √((٥ √٢)² + (٥)² + (٥)²) = ١٠
∴ جتا θ_س = ٥ √٢ / ١٠ = √٢ / ٢   ∴ θ_س = ٤٥°
، جتا θ_ص = ٥/١٠ = ١/٢   ∴ θ_ص = ٦٠°
، جتا θ_ع = ٥/١٠ = ١/٢   ∴ θ_ع = ٦٠°

٤

① ∵ (٤٥° ، ٦٠° ، θ) هي زوايا الاتجاه للمتجه أ
∴ جتا² ٤٥° + جتا² ٦٠° + جتا² θ = ١
∴ جتا² θ = ١/٤
∴ جتا θ = ± ١/٢ (السالب مرفوض)
∴ θ = ٦٠°
② أ = ١٠ (جتا ٤٥° ، جتا ٦٠° ، جتا ٦٠°)
= ١٠ (١/√٢ ، ١/٢ ، ١/٢) = ٥ √٢ س + ٥ ص + ٥ ع

خامسًا مسائل على الضرب القياسي

١



① أ ب . أ حـ
= ‖أ ب‖ ‖أ حـ‖ جتا (ب أ حـ)
= ٦ × ١٠ × ٦/١٠ = ٣٦
② مركبة حـ ء في اتجاه ب حـ
= (حـ ء . ب حـ) / ‖ب حـ‖ = صفر (لأنهما متعامدان)

٢

أ ب = ب - أ = (١ ، ٠ ، √٣)
م = (٣ ، ٢ ، ٢ √٣) ، ‖م‖ = ٥
المركبة الاتجاهية لـ أ ب في اتجاه م
= (أ ب . م / ‖م‖²) م = ((٣ + ٠ + ٦)/٢٥) (٣ ، ٢ ، ٢ √٣)
= ٩/٢٥ (٣ ، ٢ ، ٢ √٣) = (٢٧/٢٥ ، ١٨/٢٥ ، ١٨ √٣ / ٢٥)

٣

أ ب = ب - أ = (-٢ ، -٢ ، ٣)
∴ ‖أ ب‖ = √(٤ + ٤ + ٩) = √١٧
∴ مركبة القوة ق في اتجاه أ ب = (ق . أ ب) / ‖أ ب‖
= ((٢ ، -٣ ، ٥) . (-٢ ، -٢ ، ٣)) / √١٧
= (-٤ + ٦ + ١٥) / √١٧ = √١٧

٤

① ب أ = أ - ب = (-١ ، -٢ ، -٣)
جتا (∠ أ ب حـ) = (ب أ . ب حـ) / (‖ب أ‖ ‖ب حـ‖)
= ((-١ ، -٢ ، -٣) . (-١ ، ٤ ، ٠)) / (√((-١)² + (-٢)² + (-٣)²) √((-١)² + (٤)² + (٠)²))
= -٧ / (√١٤ √١٧)
∴ ق (∠ أ ب حـ) ≃ ١١٧°
② ∵ أ حـ = أ ب + ب حـ = (١ ، ٢ ، ٣) + (-١ ، ٤ ، ٠)
= (٠ ، ٦ ، ٣)
∴ المركبة الاتجاهية للمتجه أ حـ في اتجاه أ ب
= ((أ حـ . أ ب) / ‖أ ب‖²) أ ب
= [((٠ ، ٦ ، ٣) . (١ ، ٢ ، ٣)) / ((١)² + (٢)² + (٣)²)] (١ ، ٢ ، ٣)
= ٢١/١٤ (١ ، ٢ ، ٣) = (٣/٢ ، ٣ ، ٩/٢)

٥

أ . ب = ٢ جتا² θ + لو٣ س . لو٥ ٢٧ + ٢ جا² θ = ١١
∴ لو٣ س لو٥ ٢٧ = ٩
∴ (لو س / لو ٣) × (لو ٢٧ / لو ٥) = ٩   ∴ (لو س / لو ٣) × (٣ لو ٣ / لو ٥) = ٩
∴ لو س / لو ٥ = ٣   ∴ لو س = ٣ لو ٥
∴ لو س = لو ٥³   ∴ س = ١٢٥

٦

ب ء = ء - ب = (٠ ، ٠ ، ٠) - (٤ ، ٨ ، ٦)
= (-٤ ، -٨ ، -٦)
، حـ أ = أ - حـ = (٠ ، ٨ ، ٠) - (٤ ، ٠ ، ٦)
= (-٤ ، ٨ ، -٦)
∴ ب ء . حـ أ = (-٤ ، -٨ ، -٦) . (-٤ ، ٨ ، -٦)
= ١٦ - ٦٤ + ٣٦ = -١٢

سادسًا مسائل على الضرب الاتجاهي

١

∵ جا θ = ‖أ × ب‖ / (‖أ‖ ‖ب‖) = ٦٥ / (٥ × ٢٦) = ١/٢
∴ θ = ٣٠° أو ١٥٠°

٢

∵ ٢/٣ ، -٢/٣ ، ١/٣ هي جيوب تمام زوايا الاتجاه للمتجه أ
∴ أ = ٦ (٢/٣ ، -٢/٣ ، ١/٣) = (٤ ، -٤ ، ٢)
∴ أ × ب =
س	ص	ع
٤	-٤	٢
-٢	٣	٥

= -٢٦ س - ٢٤ ص + ٤ ع
∴ مساحة متوازي الأضلاع
= ‖أ × ب‖ = √((-٢٦)² + (-٢٤)² + (٤)²)
= ٢ √٣١٧ وحدة مساحة.

٣

① أ ب = ب - أ = (٢ ، ٢ ، ٣)
ب حـ = حـ - ب = (-٢ ، ٢ ، ٠)
ء حـ = حـ - ء = (٢ ، ٢ ، ٣)
أ ء = ء - أ = (-٢ ، ٢ ، ٠)
∴ أ ب = ء حـ ، ب حـ = أ ء
∴ أ ب حـ ء متوازي أضلاع
أ ب × أ ء =
س	ص	ع
٢	٢	٣
-٢	٢	٠

= -٦ س - ٦ ص + ١٠ ع
∴ مساحة متوازي الأضلاع = ‖أ ب × أ ء‖
= √((-٦)² + (-٦)² + (١٠)²)
= ٢ √٤٣ وحدة مساحة
② متجه الوحدة العمودي على مستوى متوازي الأضلاع
= (أ ب × أ ء) / ‖أ ب × أ ء‖ = ± (-٦/(٢ √٤٣) ، -٦/(٢ √٤٣) ، ١٠/(٢ √٤٣))
= ± (-٣/√٤٣ ، -٣/√٤٣ ، ٥/√٤٣)

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 C355C@

4

① ∵ $\overline{أ} . \overline{ب} \times \overline{حـ} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 49$

∴ حجم متوازى السطوح = ٤٩ وحدة حجم

② ∵ $\overline{أ} \times \overline{ب} = \begin{vmatrix} \overline{س} & \overline{ص} & \overline{ع} \\ 1 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

$= -7\overline{ص} + 14\overline{ع}$

∴ $\|\overline{أ} \times \overline{ب}\| = \sqrt{49 + 196} = 7\sqrt{5}$ وحدة مساحة

∴ مساحة القاعدة = $7\sqrt{5}$

∴ ارتفاع متوازى السطوح = $\frac{\text{الحجم}}{\text{مساحة القاعدة}}$

$= \frac{49}{7\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$ وحدة طول.

5

$\|2\overline{أ} - \overline{ب} + 3\overline{حـ}\|^2$

$= (2\overline{أ} - \overline{ب} + 3\overline{حـ}) . (2\overline{أ} - \overline{ب} + 3\overline{حـ})$

$= 4\|\overline{أ}\|^2 - 2\overline{أ}.\overline{ب} + 6\overline{أ}.\overline{حـ} - 2\overline{أ}.\overline{ب}$

$+ \|\overline{ب}\|^2 - 3\overline{ب}.\overline{حـ} + 6\overline{أ}.\overline{حـ}$

$- 3\overline{ب}.\overline{حـ} + 9\|\overline{حـ}\|^2$

$= 4 - 0 + 0 - 0 + 1 - 0 + 0 - 0 + 9 = 14$

∴ $\|2\overline{أ} - \overline{ب} + 3\overline{حـ}\| = \sqrt{14}$

، $\overline{أ} \times \overline{ب} = \begin{vmatrix} \overline{س} & \overline{ص} & \overline{ع} \\ \frac{16}{25} & \frac{-3}{5} & \frac{12}{25} \\ \frac{3}{5} & 0 & \frac{-4}{5} \end{vmatrix}$

$= \frac{12}{25}\overline{س} + \frac{4}{5}\overline{ص} + \frac{9}{25}\overline{ع}$

∴ $\overline{حـ} = \pm\left(\frac{12}{25}\overline{س} + \frac{4}{5}\overline{ص} + \frac{9}{25}\overline{ع}\right)$

سابعًا مسائل على معادلة الخط المستقيم فى الفراغ

1

∵ $\frac{س + 2}{2} = \frac{2ص - 1}{5} = \frac{3ع + 2}{4}$

∴ $\frac{س + 2}{2} = \frac{ص - \frac{1}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{ع + \frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$ وهى المعادلة الإحداثية

∴ س = ٢ك − ٢ ، ص = $\frac{5}{2}$ك + $\frac{1}{2}$

، ع = $\frac{4}{3}$ك − $\frac{2}{3}$

وهى المعادلات البارامترية للمستقيم

، المعادلة المتجهة :

$\overline{ر} = \left(-2 ، \frac{1}{2} ، \frac{-2}{3}\right) + ك\left(2 ، \frac{5}{2} ، \frac{4}{3}\right)$

2

متجه الاتجاه المستقيم = (٢ ، ٤ ، ٣)

$\overline{ر}$ = (−٢ ، ٣ ، ٥) + ك (٢ ، ٤ ، ٣) المعادلة المتجهة

، س = −٢ + ٢ك ، ص = ٣ + ٤ك

، ع = ٥ + ٣ك المعادلة البارامترية

، $\frac{س + 2}{2} = \frac{ص - 3}{4} = \frac{ع - 5}{3}$ المعادلة الإحداثية

3

نفرض أن المستقيمين متقاطعان فى نقطة حـ

حـ ∋ المستقيم $ل_1$

∴ حـ = (٢ + ك ، ١ + ٢ك ، ١ − ك)

متجه اتجاه $ل_2$ (المستقيم المطلوب)

$\overline{ى_2} = \overline{أحـ}$ = (−١ + ك ، ٢ + ٢ك ، ١ − ك)

∵ المستقيمين متعامدان ∴ $\overline{ى_1} . \overline{ى_2} = 0$

∴ (١ ، ٢ ، −١) . (−١ + ك ، ٢ + ٢ك ، ١ − ك) = ٠

∴ −١ + ك + ٤ + ٤ك − ١ + ك = ٠

∴ ك = $-\frac{1}{3}$ ∴ $\overline{ى_2} = \left(\frac{-4}{3} ، \frac{4}{3} ، \frac{4}{3}\right)$

∴ متجه اتجاه المستقيم المطلوب يمكن أن يكون (−١ ، ١ ، ١)

∴ معادلة $ل_2$ هى : $\overline{ر}$ = (٣ ، −١ ، ٠) + ك (−١ ، ١ ، ١)

4

∵ المستقيم يصنع زوايا متساوية مع الاتجاهات الموجبة لمحاور الإحداثيات.

∴ $جتا^2 θ_س + جتا^2 θ_ص + جتا^2 θ_ع = 1$

∴ $جتا θ_س = جتا θ_ص = جتا θ_ع = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ متجه اتجاه المستقيم = $\pm\left(\frac{1}{\sqrt{3}} ، \frac{1}{\sqrt{3}} ، \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

أى أن متجه اتجاه المستقيم = (١ ، ١ ، ١)

∴ المعادلة المتجهة :

$\overline{ر}$ = (٣ ، ٢ ، −١) + ك (١ ، ١ ، ١)

، المعادلة البارامترية :

س = ٣ + ك ، ص = ٢ + ك ، ع = −١ + ك

، المعادلة الإحداثية : س − ٣ = ص − ٢ = ع + ١

5

متجه الاتجاه = $\overline{بحـ}$ = (٢ ، ١ ، ٠) − (−٣ ، ٢ ، ١)

= (٥ ، −١ ، −١)

المعادلة المتجهة : $\overline{ر}$ = (١ ، −١ ، ٠) + ك (٥ ، −١ ، −١)

، المعادلة البارامترية :

س = ١ + ٥ك ، ص = −١ − ك ، ع = −ك

، المعادلة الإحداثية : $\frac{س - 1}{5} = \frac{ص + 1}{-1} = \frac{ع}{-1}$

، ∵ $\frac{-14 - 1}{5} = -3$ ، $\frac{2 + 1}{-1} = -3$ ، $\frac{3}{-1} = -3$

∴ النقطة (−١٤ ، ٢ ، ٣) تقع على المستقيم.

6

$\overline{ى_1}$ = (−٢ ، ٠ ، ٢) ، $\overline{ى_2}$ = (٠ ، ٣ ، −٣)

$جتا θ = \frac{|(-2 ، 0 ، 2) . (0 ، 3 ، -3)|}{\sqrt{(-2)^2 + (2)^2}\sqrt{(3)^2 + (-3)^2}}$

$= \frac{|-6|}{2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

∴ ق(د θ) = ٦٠°

7

$جتا θ = \frac{|(1 ، 1 ، 2) . (\sqrt{3} - 1 ، -\sqrt{3} - 1 ، 4)|}{\sqrt{6} \times 2\sqrt{6}}$

$= \frac{|\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1 + 8|}{12} = \frac{1}{2}$

∴ ق(د θ) = ٦٠°

8

∵ $ل_1$ // $ل_2$

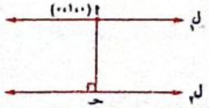
∴ $\frac{2}{ب} = \frac{3}{6} = \frac{أ}{2}$ ∴ ب = ٤ ، أ = ١

9

∵ $\overline{ى_1}$ = (١ ، ٢ ، −١) ، $\overline{ى_2}$ = (−٢ ، −٤ ، ٢)

، ∵ $\frac{1}{-2} = \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2}$

∴ المستقيمان متوازيان



بفرض أن حـ موقع العمودى المرسوم من أ إلى المستقيم $ل_2$

∴ حـ = (١ − ٢$ك_2$ ، ١ − ٤$ك_2$ ، ١ + ٢$ك_2$)

∴ $\overline{أحـ}$ = (١ − ٢$ك_2$ ، −٤$ك_2$ ، ١ + ٢$ك_2$)

∵ $\overline{أحـ} \perp ل_2$ ∴ $\overline{أحـ} . \overline{ى_2}$ = صفر

∴ (١ − ٢$ك_2$ ، −٤$ك_2$ ، ١ + ٢$ك_2$) . (−٢ ، −٤ ، ٢) = ٠

∴ −٢ + ٤$ك_2$ + ١٦$ك_2$ + ٢ + ٤$ك_2$ = ٠

∴ $ك_2$ = صفر ∴ $\overline{أحـ}$ = (١ ، ٠ ، ١)

∴ طول العمود = $\|\overline{أحـ}\| = \sqrt{1 + 0 + 1} = \sqrt{2}$ وحدة طول.

∴ البعدُ بين المستقيمين = $\sqrt{2}$ وحدة طول.

10

∵ $\overline{ى_1}$ = (٤ ، −٢ ، ٢) ، $\overline{ى_2}$ = (−٦ ، ٢١ ، ٣٣)

∴ $\overline{ى_1} . \overline{ى_2}$ = (٤ ، −٢ ، ٢) . (−٦ ، ٢١ ، ٣٣)

= −٢٤ − ٤٢ + ٦٦ = صفر

∴ $\overline{ى_1} \perp \overline{ى_2}$ ∴ المستقيمان متعامدان.

11

عند تقاطع المستقيمين : $\overline{ر_1} = \overline{ر_2}$

∴ (٠ ، ١ ، ٠) + $ك_1$ (١ ، ٢ ، −١)

= (١ ، ١ ، ١) + $ك_2$ (−٢ ، −٢ ، ٠)

∴ $ك_1$ = ١ − ٢$ك_2$ ∴ $ك_1$ + ٢$ك_2$ = ١ (١)

، ١ + ٢$ك_1$ = ١ − ٢$ك_2$

∴ ٢$ك_1$ + ٢$ك_2$ = ٠ (٢)

، −$ك_1$ = ١ ∴ $ك_1$ = −١ (٣)

ومن (١) ، (٣) ينتج أن : $ك_1$ = −١ ، $ك_2$ = ١

وهذه القيم تحقق معادلة (٢)

∴ (س ، ص ، ع) = (٠ ، ١ ، ٠) + −١ (١ ، ٢ ، −١)

ومنها س = −١ ، ص = −١ ، ع = ١

∴ المستقيمان متقاطعان فى النقطة (−١ ، −١ ، ١)

12

بوضع س = $\frac{ص - 4}{-1} = \frac{ع + 1}{2} = ك_2$

∴ س = $ك_2$ ، ص = −$ك_2$ + ٤ ، ع = ٢$ك_2$ − ١

، عند تقاطع المستقيمين :

٣ + ٤$ك_1$ = $ك_2$ ∴ ٤$ك_1$ − $ك_2$ = −٣ (١)

، −١ + $ك_1$ = −$ك_2$ + ٤

∴ $ك_1$ + $ك_2$ = ٥ (٢)

ابحث في تليجرام كل الكتب والملخصات @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

، ن + ٣ $ك_١$ = ٢ $ك_٢$ − ١

٣ $ك_١$ − ٢ $ك_٢$ = −١ − ن (٣)

ومن (١) ، (٢) : $ك_١ = \frac{٢}{٥}$ ، $ك_٢ = \frac{٢٢}{٥}$

، ∵ المستقيمين متقاطعان

∴ قيم $ك_١$ ، $ك_٢$ تحقق المعادلة (٣)

∴ ٣ × $\frac{٢}{٥}$ − ٢ × $\frac{٢٢}{٥}$ = −١ − ن

∴ ن = ٧

، نقطة التقاطع هى : $\left(\frac{٢٢}{٥} ، \frac{-٣}{٥} ، \frac{٤١}{٥}\right)$

١٣

$\overrightarrow{ه_١}$ = (٢ ، −١ ، ١) ، $\overrightarrow{ه_٢}$ = (−٢ ، ٧ ، ١١)

∴ $\overrightarrow{ه_١} \cdot \overrightarrow{ه_٢}$ = (٢ ، −١ ، ١) . (−٢ ، ٧ ، ١١)

= ٢ × (−٢) + (−١) × ٧ + ١ × ١١ = صفر

∴ المستقيمان متعامدان

، عند نقطة التقاطع يكون : $\overrightarrow{ر_١} = \overrightarrow{ر_٢}$

∴ (١ ، ٢ ، ٤) + $ك_١$ (٢ ، −١ ، ١)

= (١ ، ١ ، ١) + $ك_٢$ (−٢ ، ٧ ، ١١)

∴ ١ + ٢ $ك_١$ = ١ − ٢ $ك_٢$

∴ $ك_١$ + $ك_٢$ = ٠ (١)

، ٢ − $ك_١$ = ١ + ٧ $ك_٢$ ∴ − $ك_١$ − ٧ $ك_٢$ = −١ (٢)

، ٤ + $ك_١$ = ١ + ١١ $ك_٢$

∴ $ك_١$ − ١١ $ك_٢$ = −٣ (٣)

ومن (١) ، (٢) ينتج أن : $ك_١ = \frac{-١}{٦}$ ، $ك_٢ = \frac{١}{٦}$

، بالتعويض فى معادلة (٣) : $\frac{-١}{٦}$ − ١١ × $\frac{١}{٦}$ ≠ −٣

أى أن هذه القيم لا تحقق معادلة (٣)

∴ المستقيمان غير متقاطعين.

∴ المستقيمان متخالفان.

١٤

∵ أ = (٥ ، −١ ، ٥) نقطة على المستقيم ل

، ∵ $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$ = (٠ ، ٠ ، −٥)

، $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{ه}$ = $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٠ & ٠ & -٥ \\ ٢ & ٢ & ١ \end{vmatrix}$ = ١٠ $\overrightarrow{س}$ − ١٠ $\overrightarrow{ص}$

∴ طول العمود = $\frac{\| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{ه} \|}{\| \overrightarrow{ه} \|} = \frac{\sqrt{(١٠)^٢ + (-١٠)^٢}}{\sqrt{(٢)^٢ + (٢)^٢ + (١)^٢}}$

= $\frac{١٠\sqrt{٢}}{٣}$ وحدة طول.

١٥

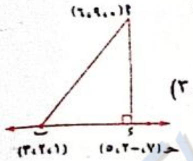
∵ النقطة ب (١ ، ٢ ، ٥) تقع على المستقيم

∴ $\overrightarrow{بأ}$ = (٠ ، −٤ ، −٣) ، $\overrightarrow{ه}$ = (٠ ، ٠ ، ٣)

∴ $\overrightarrow{بأ} \times \overrightarrow{ه}$ = $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٠ & -٤ & -٣ \\ ٠ & ٠ & ٣ \end{vmatrix}$ = −١٢ $\overrightarrow{س}$

∴ طول العمود = $\frac{\| \overrightarrow{بأ} \times \overrightarrow{ه} \|}{\| \overrightarrow{ه} \|} = \frac{\sqrt{١٤٤ + ٠ + ٠}}{\sqrt{٠ + ٠ + ٩}}$ = ٤ وحدة طول.

١٦



نوجد معادلة الخط المستقيم $\overleftrightarrow{بحـ}$:

متجه اتجاه المستقيم

$\overrightarrow{بحـ}$ = (٧ ، −٢ ، ٥) − (١ ، ٢ ، ٣)

= (٦ ، −٤ ، ٢)

∴ معادلة الخط المستقيم $\overleftrightarrow{بحـ}$ هى :

$\overrightarrow{ر}$ = (١ ، ٢ ، ٣) + ك (٦ ، −٤ ، ٢)

∴ نقطة المسقط ولتكن

ء = (١ + ٦ ك ، ٢ − ٤ ك ، ٣ + ٢ ك)

$\overrightarrow{أء}$ = (١ + ٦ ك ، ٢ − ٤ ك ، ٣ + ٢ ك) − (٠ ، ٩ ، ٦)

= (١ + ٦ ك ، −٧ − ٤ ك ، −٣ + ٢ ك)

∵ $\overleftrightarrow{أء} \perp \overleftrightarrow{بحـ}$ ∴ $\overrightarrow{أء} \cdot \overrightarrow{بحـ}$ = صفر

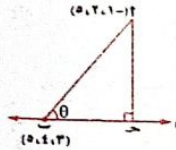
(١ + ٦ ك ، −٧ − ٤ ك ، −٣ + ٢ ك) . (٦ ، −٤ ، ٢) = صفر

∴ ٦ + ٣٦ ك + ٢٨ + ١٦ ك + (−٦) + ٤ ك = ٠

∴ ٥٦ ك = −٢٨ ∴ ك = $-\frac{١}{٢}$

∴ النقطة ء هى (−٢ ، ٤ ، ٢)

١٧



بفرض أن متجه اتجاه المستقيم $\overrightarrow{ر}$

هو $\overrightarrow{ه_١}$ = (٢ ، −٣ ، ٦)

، $\overrightarrow{ه_٢} = \overrightarrow{أب}$ = (٤ ، ٢ ، ٠)

حتا θ = $\frac{|(٢ ، -٣ ، ٦) . (٤ ، ٢ ، ٠)|}{\sqrt{٤ + ٩ + ٣٦}\sqrt{١٦ + ٤}}$

∴ ق (د θ) ≃ ٢٠ َ ٨٦° ، $\| \overrightarrow{أب} \| = \sqrt{٤^٢ + ٢^٢} = \sqrt{٢٠}$

∴ البعد العمودى (أحـ) = أب جا θ = $\sqrt{٢٠}$ جا ٢٠ َ ٨٦°

≃ ٤٫٤٦ وحدة طول.

أى أن بعد النقطة عن المستقيم = ٤٫٤٦ وحدة طول.

ثامنًا مسائل على معادلة المستوى فى الفراغ

١

$\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$ = (١ ، ٠ ، −١)

، $\overrightarrow{بحـ} = \overrightarrow{حـ} - \overrightarrow{ب}$ = (−١ ، ١ ، ٠)

∴ $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{بحـ}$ = $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ١ & ٠ & -١ \\ -١ & ١ & ٠ \end{vmatrix}$

= $\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ع}$

∴ $\| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{بحـ} \| = \sqrt{٣}$

$\overrightarrow{ى} = \pm \frac{\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{بحـ}}{\| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{بحـ} \|} = \pm \left(\frac{١}{\sqrt{٣}} \overrightarrow{س} + \frac{١}{\sqrt{٣}} \overrightarrow{ص} + \frac{١}{\sqrt{٣}} \overrightarrow{ع} \right)$

حل آخر :

∵ المستوى يقطع محاور الإحداثيات فى النقط

(١ ، ٠ ، ٠) ، (٠ ، ١ ، ٠) ، (٠ ، ٠ ، ١)

∴ معادلة المستوى هى : س + ص + ع = ١

∴ متجه الاتجاه العمودى عليه = (١ ، ١ ، ١)

∴ متجه الوحدة العمودى على المستوى

= $\pm \frac{(١ ، ١ ، ١)}{\sqrt{١^٢ + ١^٢ + ١^٢}} = \pm \left(\frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}} \right)$

٢

$\overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{أ}$

(٢ ، −٣ ، ٤) . $\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، −٣ ، ٤) . (١ ، −١ ، ٤)

(٢ ، −٣ ، ٤) . $\overrightarrow{ر}$ = ٢١ (الصورة المتجهة)

، ٢ (س − ١) − ٣ (ص + ١) + ٤ (ع − ٤) = ٠

(الصورة القياسية)

٢ س − ٣ ص + ٤ ع − ٢١ = ٠ (الصورة العامة)

٣

$\overrightarrow{ن_١}$ = (٢ ، ١ ، −١) ، $\overrightarrow{ن_٢}$ = (٣ ، −٢ ، ٠)

∴ حتا θ = $\frac{|(٢ ، ١ ، -١) . (٣ ، -٢ ، ٠)|}{\sqrt{٤ + ١ + ١}\sqrt{٩ + ٤}} = \frac{٤}{\sqrt{٧٨}}$

∴ ق (د θ) ≃ ٤ َ ٦٣°

٤

معادلة المستوى هى :

س − ٢ ص + ٤ ع − ٩ = صفر

∴ طول العمود = $\frac{|٢ - ٢(-١) + ٤(٤) - ٩|}{\sqrt{١ + ٤ + ١٦}}$

= $\frac{١١}{\sqrt{٢١}}$ وحدة طول.

٥

متجه الاتجاه العمودى على المستوى

= $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٦ & -٢ & -١ \\ ١ & -٣ & ٣ \end{vmatrix}$ = (−٩ ، −١٩ ، −١٦)

، ∵ المستوى يحوى المستقيم

$\overrightarrow{ر}$ = (٠ ، ٢ ، −٥) + $ك_١$ (٦ ، −٢ ، −١)

∴ المستوى يحوى النقطة (٠ ، ٢ ، −٥)

∴ المعادلة المطلوبة هى :

$\overrightarrow{ر}$. (−٩ ، −١٩ ، −١٦)

= (٠ ، ٢ ، −٥) . (−٩ ، −١٩ ، −١٦)

∴ −٩ س − ١٩ ص − ١٦ ع − ٢٣ = ٠

٦

∵ $\frac{|\sqrt{٢}(٠) + (-١) - (٢) + ك|}{\sqrt{٢ + ١ + ١}}$ = ٢

∴ |ك − ٣| = ٤ ∴ ك − ٣ = ±٤

∴ ك = ٧ أ، ك = −١

٧

∵ المستوى المطلوب يوازى المستوى ٢ س + ص − ٤ ع = ٠

∴ المستوى المطلوب على الصورة ٢ س + ص − ٤ ع + ك = ٠

∵ المستوى يبعد مسافة $\sqrt{٢١}$ وحدة طول من النقطة (١ ، ٢ ، ٠)

∴ $\sqrt{٢١} = \frac{|٢(١) + (٢) - ٤(٠) + ك|}{\sqrt{٢^٢ + ١^٢ + (-٤)^٢}}$

∴ |ك + ٤| = $\sqrt{٢١} \times \sqrt{٢١}$ = ٢١

∴ ك + ٤ = ٢١ ومنها ك = ١٧

∴ المعادلة : ٢ س + ص − ٤ ع + ١٧ = ٠

أ، ك + ٤ = −٢١ ومنها ك = −٢٥

∴ المعادلة : ٢ س + ص − ٤ ع − ٢٥ = ٠

٨

بفرض س = ص = ع = ك

وبالتعويض فى معادلة المستوى

∴ ك + ٢ ك + ٣ ك = ١٢

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

∴ ٦ ك = ١٢ ∴ ك = ٢

∴ النقطة هى (٢ ، ٢ ، ٢)

---

(٩)

بالقسمة على ٤ ∴ $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٤} + \frac{ع}{٤} = ١$

∴ أ(٤ ، ٠ ، ٠) ، ب(٠ ، ٤ ، ٠) ، حـ(٠ ، ٠ ، ٤)

∴ أب = $\sqrt{١٦ + ١٦ + ٠} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{٠ + ١٦ + ١٦} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ حـ = $\sqrt{١٦ + ٠ + ١٦} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

∴ محيط △ أ ب حـ = $٤\sqrt{٢} \times ٣ = ١٢\sqrt{٢}$ وحدة طول

---

(١٠)

∵ المعادلة هى $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٦} + \frac{ع}{٢} = ١$

∴ النقط هى أ(٤ ، ٠ ، ٠) ، ب(٠ ، ٦ ، ٠)

، حـ(٠ ، ٠ ، ٢)

$\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} = (-٤ ، ٦ ، ٠)$

، $\overrightarrow{أحـ} = \overrightarrow{حـ} - \overrightarrow{أ} = (-٤ ، ٠ ، ٢)$

∴ $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أحـ} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ -٤ & ٦ & ٠ \\ -٤ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$

$= ١٨\overrightarrow{س} + ١٢\overrightarrow{ص} + ٢٤\overrightarrow{ع}$

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أحـ} \|$

$= \frac{١}{٢}\sqrt{(١٨)^٢ + (١٢)^٢ + (٢٤)^٢}$

$= ٣\sqrt{٢٩}$ وحدة مربعة.

---

(١١)

∵ (٢ ، -١ ، ٣) متجه اتجاه للمستقيم

، (٣ ، ٢ ، ١) متجه اتجاه عمودى على المستوى

، ∵ (٢ ، -١ ، ٣) . (٣ ، ٢ ، ١) = ٧ ≠ صفر

∴ الخط المستقيم لا يوازى المستوى

∴ الخط المستقيم يقطع المستوى

∴ جا θ = $\frac{|(٢ ، -١ ، ٣) . (٣ ، ٢ ، ١)|}{\sqrt{٤ + ١ + ٩} \times \sqrt{٩ + ٤ + ١}} = \frac{١}{٢}$

∴ θ = ٦٠° وهى الزاوية بين متجه اتجاه المستقيم والمتجه العمودى على المستوى.

∴ قياس الزاوية الصغرى بين المستقيم والمستوى

= ٩٠° - ٦٠° = ٣٠°

---

(١٢)

متجه الاتجاه العمودى على المستوى الذى يحوى المستقيمين

$\overrightarrow{ن} = \overrightarrow{هـ_١} \times \overrightarrow{هـ_٢} = (٢ ، ٦ ، -٣)$

∴ معادلة المستوى هى $\overrightarrow{ن} . \overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ن} . \overrightarrow{أ}$

(٢ ، ٦ ، -٣) . (س ، ص ، ع) = (٢ ، ٦ ، -٣) . (٣ ، ٤ ، ٥)

٢ س + ٦ ص - ٣ ع = ١٥

ثانيًا | التفاضل والتكامل

أولًا مسائل على الاشتقاق - الاشتقاق الضمنى والبارامترى - المشتقات العليا

١

(١) نفرض ص = $\sqrt{١٦ + س^٢}$ ، ع = $\frac{س}{س - ٢}$

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{٢س}{٢\sqrt{١٦ + س^٢}} = \frac{س}{\sqrt{١٦ + س^٢}}$

، $\frac{ءع}{ءس} = \frac{(س - ٢) - (س)}{(س - ٢)^٢} = \frac{-٢}{(س - ٢)^٢}$

∴ $\frac{ءص}{ءع} = \frac{ءص}{ءس} \div \frac{ءع}{ءس} = \frac{س}{\sqrt{١٦ + س^٢}} \div \frac{-٢}{(س - ٢)^٢}$

$= \frac{-س(س - ٢)^٢}{٢\sqrt{١٦ + س^٢}}$

عند س = -٣ :

$\frac{ءص}{ءع} = \frac{-(-٣)(-٣ - ٢)^٢}{٢\sqrt{١٦ + (-٣)^٢}} = \frac{٧٥}{١٠} = \frac{١٥}{٢}$

---

(٢) بفرض أن ص = لو$_هـ$ (٩ + س^٣)

∴ $\frac{ءص}{ءس} = ٣س^٢ \times \frac{١}{٩ + س^٣}$

بفرض أن ع = س^٢ + ٣ ∴ $\frac{ءع}{ءس} = ٢س$

∴ $\frac{ءص}{ءع} = \frac{ءص}{ءس} \div \frac{ءع}{ءس} = \frac{٣س^٢}{٩ + س^٣} \times \frac{١}{٢س}$

$= \frac{٣}{٢} \times \frac{س}{٩ + س^٣}$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءع}\right)_{س = ١} = \frac{٣}{٢}\left(\frac{١}{١٠}\right) = \frac{٣}{٢٠}$

---

(٣) ∵ س × ص = $\frac{ع + ١}{ع - ١} \times \frac{ع - ١}{ع + ١} = ١$

∴ ص = $\frac{١}{س}$ = س$^{-١}$ ∴ صَ = - س$^{-٢}$

∴ صً = ٢ س$^{-٣}$

، عند ع = ٠ ∴ س = -١

∴ صً = ٢ (-١)$^{-٣}$ = -٢

(٤) $\frac{ءع}{ءس} = ٢س - ٣$ ، $\frac{ءص}{ءس} = س^٢ + ١$

∴ $\frac{ءع}{ءص} = \frac{ءع}{ءس} \div \frac{ءص}{ءس} = \frac{٢س - ٣}{س^٢ + ١}$

∴ $\frac{ء^٢ع}{ءص^٢} = \frac{(س^٢ + ١)(٢) - (٢س - ٣)(٢س)}{(س^٢ + ١)^٢} \times \frac{ءس}{ءص}$

$= \frac{-٢س^٢ + ٦س + ٢}{(س^٢ + ١)^٣}$

∴ $\left(\frac{ء^٢ع}{ءص^٢}\right)_{عند\ س = ١} = \frac{-٢(١)^٢ + ٦(١) + ٢}{(١^٢ + ١)^٣}$

$= \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

---

(٥) س^٢ + ٩ ص^٢ = ٦ س ص + ٤

بإيجاد المشتقة الأولى للطرفين بالنسبة للمتغير س

٢ س + ١٨ ص $\frac{ءص}{ءس}$ = ٦ ص + ٦ س $\frac{ءص}{ءس}$

١٨ ص $\frac{ءص}{ءس}$ - ٦ س $\frac{ءص}{ءس}$ = ٦ ص - ٢ س

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ (١٨ ص - ٦ س) = ٦ ص - ٢ س

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{٦ص - ٢س}{١٨ص - ٦س} = \frac{١}{٣}$

---

(٦) ص = س^٢ لو$_هـ$ س

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ س لو$_هـ$ س + س^٢ × $\frac{١}{س}$

= ٢ س لو$_هـ$ س + س

= س (٢ لو$_هـ$ س + ١)

---

(٧) هـ$^{س ص}$ - س^٢ + ص^٣ = ٠ (١)

عند س = ٠ فإن : ١ - ٠ + ص^٣ = ٠

∴ ص^٣ = -١ ∴ ص = -١

باشتقاق (١) بالنسبة إلى س :

∴ هـ$^{س ص}$ (ص + س صَ) - ٢ س + ٣ ص^٢ صَ = ٠

، عند (٠ ، -١) :

∴ ١ (-١ + ٠) - ٠ + ٣ (-١)^٢ صَ = ٠

∴ -١ + ٣ صَ = ٠

∴ صَ = $\frac{١}{٣}$ ∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{س = ٠} = \frac{١}{٣}$

---

(٨) ∵ ص = د (س) = س جا س

∴ صَ = دَ (س) = جا س + س جتا س

، صً = دً (س) = جتا س + جتا س - س جا س

= ٢ جتا س - س جا س

∴ دً (-س) = ٢ جتا (-س) - (-س) جا (-س)

= ٢ جتا س - س جا س

= دً (س)

∴ دً (س) دالة زوجية.

---

(٩) س هـ^ص = ٢ - لو$_هـ$ ٢ + لو$_هـ$ س

بالاشتقاق بالنسبة إلى ن :

∴ س هـ^ص $\frac{ءص}{ءن}$ + هـ^ص $\frac{ءس}{ءن}$ = $\frac{١}{س} \times \frac{ءس}{ءن}$

∵ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٦ عند س = ٢ ، ص = ٠

∴ ٢ × هـ^{صفر} × $\frac{ءص}{ءن}$ + هـ^{صفر} × ٦ = $\frac{١}{٢}$ × ٦

∴ ٢ $\frac{ءص}{ءن}$ = -٣ ∴ $\frac{ءص}{ءن} = \frac{-٣}{٢}$

---

(١٠) ∴ ص = (س^٢ + ٥)^س بأخذ لوغاريتم كل من الطرفين

∴ لو$_هـ$ ص = س لو$_هـ$ (س^٢ + ٥)

$\frac{١}{ص}\frac{ءص}{ءس}$ = لو$_هـ$ (س^٢ + ٥) + س × $\frac{٢س}{س^٢ + ٥}$

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = (س^٢ + ٥)^س [لو$_هـ$ (س^٢ + ٥) + $\frac{٢س^٢}{س^٢ + ٥}$]

---

(١١) س جتا ص + ص جتا س = ١

(بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ جتا ص + س (- جا ص) $\frac{ءص}{ءس}$ + $\frac{ءص}{ءس}$ جتا س

+ ص (- جا س) = ٠

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ (- س جا ص + جتا س)

= - جتا ص + ص جا س

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{ص\ جا\ س - جتا\ ص}{جتا\ س - س\ جا\ ص}$

---

(١٢) ∵ ص = ٢ جتا (٣ س + ١)

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = -٦ جا (٣ س + ١)

∴ $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = -١٨ جتا (٣ س + ١)

= -٩ × ٢ جتا (٣ س + ١) = -٩ ص

∴ $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ + ٩ ص = ٠

---

(١٣) $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا س ، $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = - جا س

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)^٢$ - ص $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$

= جتا^٢ س - جا س × - جا س

= جتا^٢ س + جا^٢ س = ١

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

(14) $\because$ ص = قا س $\quad \therefore \frac{ءص}{ءس}$ = قا س ظا س

$\therefore \frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = قا س قا² س + (قا س ظا س) ظا س

= قا³ س + قا س ظا² س

= قا س (قا² س + ظا² س)

$\therefore$ ص $\frac{ء^2ص}{ءس^2} + \left(\frac{ءص}{ءس}\right)^2$

= قا س . قا س (قا² س + ظا² س) + قا² س ظا² س

= قا² س (قا² س + ٢ ظا² س)

= قا² س (٣ قا² س − ٢) = ص² (٣ ص² − ٢)

---

(15) $\frac{ءص}{ءس}$ = −٢ جا ٢ س ، $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = −٤ جتا ٢ س

$\therefore$ ٤ $\left[\frac{ءص}{ءس}\right]^2 + \left[\frac{ء^2ص}{ءس^2}\right]^2$

= ٤ × (−٢ جا ٢ س)² + (−٤ جتا ٢ س)²

= ١٦ جا² ٢ س + ١٦ جتا² ٢ س

= ١٦ (جا² ٢ س + جتا² ٢ س) = ١٦ × ١ = ١٦

---

(16) ص = أ هـ^(س² + ١)

$\therefore \frac{ءص}{ءس}$ = ٢ س أ هـ^(س² + ١) = ٢ س ص

$\therefore \frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ٢ س × $\frac{ءص}{ءس}$ + ٢ ص

= (٢ س) (٢ س ص) + ٢ ص

= ٤ س² ص + ٢ ص

= ٢ ص (٢ س² + ١)

$\therefore \frac{ء^3ص}{ءس^3}$ = ٢ $\frac{ءص}{ءس}$ (٢ س² + ١) + ٢ ص × ٤ س

= ٤ س ص (٢ س² + ١) + ٨ س ص

= ٨ س³ ص + ١٢ س ص

= ٤ س ص (٢ س² + ٣)

حل آخر :

$\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ س أ هـ^(س² + ١)

$\therefore \frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ٢ أ هـ^(س² + ١) + ٤ س² × أ هـ^(س² + ١)

= ٢ أ هـ^(س² + ١) (١ + ٢ س²)

$\therefore \frac{ء^3ص}{ءس^3}$ = ٤ س أ هـ^(س² + ١) (١ + ٢ س²) + ٢ أ هـ^(س² + ١) (٤ س)

= ٤ س أ هـ^(س² + ١) (١ + ٢ س² + ٢)

= ٤ س ص (٣ + ٢ س²)

---

(17) ص = هـ^(٣ س) + س² (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{ءص}{ءس}$ = ٣ هـ^(٣ س) + ٢ س

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ٩ هـ^(٣ س) + ٢ ولكن (هـ^(٣ س) = ص − س²)

$\therefore \frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ٩ (ص − س²) + ٢

---

(18) $\because$ صَ = أ هـ^(ب/س) × $\frac{-ب}{س^2}$ = $\frac{-ب ص}{س^2}$

$\therefore$ س² صَ = −ب ص «وبالاشتقاق بالنسبة لـ س»

$\therefore$ س² صً + ٢ س صَ = −ب صَ

وبالتعويض عن «−ب = $\frac{س^2 صَ}{ص}$»

$\therefore$ س² صً + ٢ س صَ = $\frac{س^2 صَ^2}{ص}$ (بالضرب × $\frac{ص}{س}$)

$\therefore$ س ص صً + ٢ ص صَ = س صَ²

$\therefore$ س ص صً + ٢ ص صَ − س صَ² = ٠

حل آخر :

$\because$ ص = أ هـ^(ب/س) بأخذ لوغاريتم الطرفين للأساس (هـ)

$\therefore$ لو_هـ ص = لو_هـ (أ هـ^(ب/س))

$\therefore$ لو_هـ ص = لو_هـ أ + لو_هـ هـ^(ب/س)

$\therefore$ لو_هـ ص = لو_هـ أ + $\frac{ب}{س}$

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$\therefore \frac{صَ}{ص} = \frac{-ب}{س^2}$

$\therefore$ س² صَ = −ب ص (١)

بالاشتقاق مره أخرى بالنسبة إلى س

$\therefore$ س² صً + ٢ س صَ = −ب صَ (بالضرب فى (ص))

$\therefore$ س² ص صً + ٢ س ص صَ = −ب ص صَ

بالتعويض من (١) :

$\therefore$ س² ص صً + ٢ س ص صَ = س² صَ × صَ

(بالقسمة على س)

$\therefore$ س ص صً + ٢ ص صَ − س صَ² = ٠

---

(19) $\because$ ص = أ س^(ن + ١) + ب س^(−ن)

(بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{ءص}{ءس}$ = (ن + ١) أ س^ن − ن ب س^(−ن − ١)

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ن (ن + ١) أ س^(ن − ١)

+ ن (ن + ١) ب س^(−ن − ٢)

(بالضرب × س²)

$\therefore$ س² $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ن (ن + ١) أ س^(ن + ١)

+ ن (ن + ١) ب س^(−ن)

$\therefore$ س² $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ن (ن + ١)

[أ س^(ن + ١) + ب س^(−ن)]

$\therefore$ س² $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ن (ن + ١) ص

---

(20) ص س = ١٠ − جتا س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore$ ص + س $\frac{ءص}{ءس}$ = جا س

(بالاشتقاق مره أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{ءص}{ءس}$ + س $\frac{ء^2ص}{ءس^2} + \frac{ءص}{ءس}$ = جتا س

$\therefore$ س $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ + ٢ $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا س

---

(21) ص = $\frac{أ س + ب}{حـ س + ء}$

$\therefore$ (حـ س + ء) ص = أ س + ب

(بالاشتقاق بالنسبة لـ س)

$\therefore$ (حـ س + ء) صَ + حـ ص = أ

(بالاشتقاق مرة أخرى)

$\therefore$ (حـ س + ء) صً + حـ صَ + حـ صَ = ٠

$\therefore$ (حـ س + ء) صً = −٢ حـ صَ (١)

(بالاشتقاق مرة أخرى)

$\therefore$ (حـ س + ء) صً‎َ + حـ صً = −٢ حـ صً

$\therefore$ (حـ س + ء) صً‎َ = −٣ حـ صً (٢)

بقسمة المعادلة (٢) ÷ المعادلة (١)

$\therefore \frac{(حـ س + ء) صً‎َ}{(حـ س + ء) صً} = \frac{-٣ حـ صً}{-٢ حـ صَ}$

$\therefore$ ٢ حـ صَ صً‎َ = ٣ حـ (صً)² (÷ حـ)

$\therefore$ ٢ $\frac{ءص}{ءس} . \frac{ء^3ص}{ءس^3}$ = ٣ $\left(\frac{ء^2ص}{ءس^2}\right)^2$

---

(22) $\because$ ص² = س $\quad \therefore$ ٢ ص $\frac{ءص}{ءس}$ = ١

$\therefore$ ص $\frac{ءص}{ءس} = \frac{1}{2}$

وبالاشتقاق بالنسبة إلى س مرة أخرى

$\therefore$ ص × $\frac{ء^2ص}{ءس^2} + \frac{ءص}{ءس} \times \frac{ءص}{ءس}$ = ٠

وبالضرب × ص

$\therefore$ ص² $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ + ص $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)^2$ = ٠

$\therefore$ س $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ + ص $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)^2$ = ٠

---

(23) $\because$ س ص = جا ٢ س (١)

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$\therefore$ س $\frac{ءص}{ءس}$ + ص = ٢ جتا ٢ س

بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س

$\therefore$ س $\frac{ء^2ص}{ءس^2} + \frac{ءص}{ءس} + \frac{ءص}{ءس}$ = −٤ جا ٢ س

، من (١) :

$\therefore$ س $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ + ٢ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)$ + ٤ س ص = ٠

---

(24) $\because$ س³ ص³ = ١ $\quad \therefore$ س ص = ١

$\therefore$ س $\frac{ءص}{ءس}$ + ص = ٠ (١)

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{-ص}{س}$

وباشتقاق المعادلة (١) بالنسبة إلى س

$\therefore$ س $\frac{ء^2ص}{ءس^2} + \frac{ءص}{ءس} + \frac{ءص}{ءس}$ = ٠

$\therefore$ س $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ + ٢ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠

$\therefore$ س $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ٢ $\frac{ص}{س}$

$\therefore$ س² $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = ٢ ص

حل آخر :

$\because$ س ص = ١ $\quad \therefore$ ص = $\frac{1}{س}$ = س^(−١)

$\therefore$ صَ = −س^(−٢) $\quad \therefore$ صً = ٢ س^(−٣)

$\therefore$ س² صً = س² × $\frac{٢}{س^3} = \frac{٢}{س}$ = ٢ ص

---

(25) $\because$ ٤ س² + ص² = ٢٥

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$\therefore$ ٨ س + ٢ ص $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠

$\therefore$ ٤ س + ص $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠ (١)

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{-٤س}{ص}$ (٢)

وبالاشتقاق للعلاقة (١) مرة أخرى بالنسبة إلى س

$\therefore ٤ + \left(\frac{ءص}{ءس}\right)^{٢} + ص \times \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٠$ (٣)

ثم نعوض من (٢) في (٣) :

$\therefore ٤ + \frac{١٦س^{٢}}{ص^{٢}} + ص \times \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٠$

(بالضرب × $ص^{٢}$)

$\therefore ٤ص^{٢} + ١٦س^{٢} + ص^{٣} \times \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٠$

$\therefore ٤(ص^{٢} + ٤س^{٢}) + ص^{٣}\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٠$

$\therefore ٤ \times ٢٥ + ص^{٣}\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٠$

$\therefore ص^{٣}\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} + ١٠٠ = ٠$

---

٢٦ $ص^{٢} + ٢سص = ٨$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore ٢ص\frac{ءص}{ءس} + ٢ص + ٢س\frac{ءص}{ءس} = ٠$

(بالقسمة على ٢)

$\therefore \frac{ءص}{ءس}(س + ص) + ص = ٠$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}}(س + ص) + \frac{ءص}{ءس}\left(١ + \frac{ءص}{ءس}\right) + \frac{ءص}{ءس} = ٠$

$\therefore (س + ص)\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} + ٢\frac{ءص}{ءس} + \left(\frac{ءص}{ءس}\right)^{٢} = ٠$

---

٢٧ $س^{٢}ص = أ \, لو_{هـ} س$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore س^{٢}ص' + ٢سص = \frac{أ}{س}$ (بالضرب × س)

$\therefore س^{٣}ص' + ٢س^{٢}ص = أ$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore ٣س^{٢}ص' + س^{٣}ص'' + ٢س^{٢}ص' + ٤سص = ٠$

$\therefore ٥س^{٢}ص' + س^{٣}ص'' + ٤سص = ٠$

(بالقسمة على س)

$\therefore س^{٢}ص'' + ٥سص' + ٤ص = ٠$

---

٢٨ $\because سص = أ \qquad \therefore ص = أس^{-١}$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = -أس^{-٢} \ ، \ \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٢أس^{-٣}$

، $س = أص^{-١}$

$\therefore \frac{ءس}{ءص} = -أص^{-٢} \ ، \ \frac{ء^{٢}س}{ءص^{٢}} = ٢أص^{-٣}$

$\therefore \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} \times \frac{ء^{٢}س}{ءص^{٢}} = ٢أس^{-٣} \times ٢أص^{-٣}$

$= ٤أ^{٢}س^{-٣}ص^{-٣}$

$= ٤أ^{٢}(أ^{-٣}) = \frac{٤}{أ}$

، $\frac{ءص}{ءس} \times \frac{ءس}{ءص} = -أس^{-٢} \times -أص^{-٢}$

$= أ^{٢}س^{-٢}ص^{-٢} = أ^{٢}(أ^{-٢}) = ١$

$\because \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} \times \frac{ء^{٢}س}{ءص^{٢}} > \frac{ءص}{ءس} \times \frac{ءس}{ءص}$ ،

$\therefore \frac{٤}{أ} > ١ \qquad \therefore ٤ > أ$

$\therefore أ \in]٠ ، ٤[$

---

٢٩ $جاص + جتا٢س = ٠$

(بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore جتاص\frac{ءص}{ءس} - ٢جا٢س = ٠$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore جتاص\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} + \frac{ءص}{ءس} \times -جاص \times \frac{ءص}{ءس} - ٤جتا٢س = ٠$

(بالقسمة على جتا ص)

$\therefore \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} - \left(\frac{ءص}{ءس}\right)^{٢} ظاص = ٤ جتا٢س قاص$

---

٣٠ $\because جاس = سص$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore جتاس = سص' + ص$ (١)

$\therefore ص' = \frac{جتاس - ص}{س}$

وبالاشتقاق للعلاقة (١) مرة أخرى بالنسبة إلى س

$\therefore -جاس = سص'' + ص' + ص'$

$\therefore -جاس = سص'' + ٢ص'$

$\therefore -سص = سص'' + ٢ \times \left(\frac{جتاس - ص}{س}\right)$

$\therefore -س^{٢}ص = س^{٢}ص'' + ٢جتاس - ٢ص$

$\therefore س^{٢}(ص + ص'') + ٢جتاس = ٢ص$

٢

١ $ص = ٣س^{٢} - لو_{هـ} س$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = ٦س - \frac{١}{س}$

$\therefore \left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{س=١} = ٦ - ١ = ٥$

$\therefore$ معادلة المماس : $\frac{ص - ٣}{س - ١} = ٥$

أى أن : $٥س - ص - ٢ = ٠$

٢ $ص = لو_{هـ}(٢ - ٢\sqrt{٢} جتاس)$

، عند $س = \frac{\pi}{٤}$ فإن : ص = ٠

، $\frac{ءص}{ءس} = \frac{٢\sqrt{٢} جاس}{٢ - ٢\sqrt{٢} جتاس}$

$\therefore$ ميل المماس $= \left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{س=\frac{\pi}{٤}} = ١$

$\therefore$ معادلة المماس هى : $\frac{ص - ٠}{س - \frac{\pi}{٤}} = ١$

منها $س - ص - \frac{\pi}{٤} = ٠$

---

٣ $ص^{٣} = س^{٢} \qquad \therefore ص = س^{\frac{٢}{٣}}$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{٢}{٣}س^{-\frac{١}{٣}} = \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{س}}$

$\therefore$ ميل المماس عند (س = ٨) $= \left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{س=٨} = \frac{١}{٣}$

$\therefore ظاθ = \frac{١}{٣} \qquad \therefore θ = ١٨° \, ٢٦'$

---

٤ $٢س + س\frac{ءص}{ءس} + ص + ٢ص\frac{ءص}{ءس} = ٠$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{-٢س - ص}{س + ٢ص}$

، $\because$ المماس // محور الصادات

$\therefore س + ٢ص = ٠ \qquad \therefore س = -٢ص$ (١)

وبالتعويض فى معادلة المنحنى

$\therefore ٤ص^{٢} - ٢ص^{٢} + ص^{٢} = ٣$

$\therefore ص^{٢} = ١$

$\therefore ص = ١$ ، من (١) : $س = -٢$

أ، $ص = -١$ ، من (١) : $س = ٢$

$\therefore$ النقط هى : (٢ ، −١) ، (−٢ ، ١)

---

٥ $س^{٣} + ص^{٣} = ٦سص$

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$\therefore ٣س^{٢} + ٣ص^{٢}\frac{ءص}{ءس} = ٦ص + ٦س\frac{ءص}{ءس}$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{٦ص - ٣س^{٢}}{٣ص^{٢} - ٦س} = \frac{٢ص - س^{٢}}{ص^{٢} - ٢س}$

عند النقطة (٣ ، ٣)

$\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{(٣ ، ٣)} = -١$

$\therefore$ ميل العمودى $= \frac{-١}{-١} = ١$

منها معادلة العمودى $\frac{ص - ٣}{س - ٣} = ١$

$\therefore س - ص =$ صفر

---

٦ $س = ن^{٢} + ٤ن \qquad \therefore \frac{ءس}{ءن} = ٢ن + ٤$

، $ص = ٢ن^{٢} \qquad \therefore \frac{ءص}{ءن} = ٤ن$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءن} \div \frac{ءس}{ءن} = \frac{٤ن}{٢ن + ٤}$

$\therefore \left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{ن=١} = \frac{٢}{٣} \qquad \therefore$ ميل المماس $= \frac{٢}{٣}$

، ميل العمودى $= \frac{-٣}{٢}$

، عند $ن = ١ \qquad س = ٥ ، ص = ٢$

$\therefore$ النقطة هى : (٥ ، ٢)

$\therefore$ معادلة المماس : $\frac{ص - ٢}{س - ٥} = \frac{٢}{٣}$

أى أن : $٢س - ٣ص - ٤ = ٠$

، معادلة العمودى : $\frac{ص - ٢}{س - ٥} = \frac{-٣}{٢}$

أى أن : $٣س + ٢ص - ١٩ = ٠$

---

٧ $س = قاθ \qquad \therefore \frac{ءس}{ءθ} = قاθ ظاθ$

، $ص = ظاθ \qquad \therefore \frac{ءص}{ءθ} = قا^{٢}θ$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{قا^{٢}θ}{قاθ ظاθ} = قتاθ$

$\therefore \left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{θ=\frac{\pi}{٦}} = ٢$

$\therefore$ ميل المماس = ٢ ، ميل العمودى $= \frac{-١}{٢}$

، عند $θ = \frac{\pi}{٦}$ فإن : $س = \frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$ ، $ص = \frac{\sqrt{٣}}{٣}$

$\therefore$ النقطة $\left(\frac{٢\sqrt{٣}}{٣} ، \frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)$

$\therefore$ معادلة المماس : $\frac{ص - \frac{\sqrt{٣}}{٣}}{س - \frac{٢\sqrt{٣}}{٣}} = ٢$

أى أن : $٢س - ص - \sqrt{٣} = ٠$

، معادلة العمودى : $\frac{ص - \frac{\sqrt{٣}}{٣}}{س - \frac{٢\sqrt{٣}}{٣}} = \frac{-١}{٢}$

أى أن : $٢س + ٦ص - ٤\sqrt{٣} = ٠$

---

٨ $س = قا^{٢}θ - ١$

$\therefore \frac{ءس}{ءθ} = ٢قاθ قاθ ظاθ = ٢قا^{٢}θ ظاθ$

، $ص = ظاθ \qquad \therefore \frac{ءص}{ءθ} = قا^{٢}θ$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{قا^{٢}θ}{٢قا^{٢}θ ظاθ} = \frac{١}{٢ظاθ}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

٩ ∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{\theta=\frac{\pi}{٤}} = \frac{١}{٢}$

∴ ميل المماس = $\frac{١}{٢}$ ، ميل العمودى = −٢

عند $\theta = \frac{\pi}{٤}$ فإن : س = ١ ، ص = ١

∴ النقطة تكون (١ ، ١)

∴ معادلة المماس : $\frac{ص - ١}{س - ١} = \frac{١}{٢}$

أى أن : س − ٢ ص + ١ = ٠

، معادلة العمودى : $\frac{ص - ١}{س - ١} = −٢$

أى أن : ٢ س + ص − ٣ = ٠

---

٩ س جا ٢ ص = ص جتا ٢ س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ جا ٢ ص + ٢ س جتا ٢ ص $\frac{ءص}{ءس}$

= $\frac{ءص}{ءس}$ جتا ٢ س − ٢ ص جا ٢ س

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{جا ٢ ص + ٢ ص جا ٢ س}{جتا ٢ س - ٢ س جتا ٢ ص}$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{\left(\frac{\pi}{٤} ، \frac{\pi}{٢}\right)} = ٢$

∴ ميل المماس = ٢ ، ميل العمودى = $\frac{-١}{٢}$

∴ معادلة المماس : $\frac{ص - \frac{\pi}{٢}}{س - \frac{\pi}{٤}} = ٢$

أى أن : ٢ س − ص = ٠

، معادلة العمودى : $\frac{ص - \frac{\pi}{٢}}{س - \frac{\pi}{٤}} = \frac{-١}{٢}$

منها : ٤ س + ٨ ص − ٥ π = ٠

---

١٠ $\frac{ءص}{ءس}$ = − جا (س + ص) $\left(١ + \frac{ءص}{ءس}\right)$

، ∵ $\frac{ءص}{ءس}$ = الميل = $-\frac{١}{٢}$

∴ $-\frac{١}{٢}$ = − جا (س + ص) × $\frac{١}{٢}$

∴ جا (س + ص) = ١ (١)

∴ س + ص = $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ ن π حيث ن ∈ ص

∴ ص = جتا $\left(\frac{\pi}{٢} + ٢ ن \pi\right)$ = جتا $\frac{\pi}{٢}$ = صفر (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ جا س = ١

∴ س = $\frac{\pi}{٢}$ لأن س ∈ [٠ ، π]

∴ نقطة التماس هى : $\left(\frac{\pi}{٢} ، ٠\right)$

∴ معادلة المماس هى : ص − ٠ = − $\frac{١}{٢}$ $\left(س - \frac{\pi}{٢}\right)$

∴ ٢ س + ٤ ص − π = ٠

١١ بوضع ص = ٠ فى معادلة المنحنى

∴ س^{٢} − س − ٢ = ٠

∴ (س − ٢) (س + ١) = ٠

∴ س = ٢ أ، س = −١

∴ نقطتا التقاطع مع محور السينات هما :

(٢ ، ٠) ، (−١ ، ٠)

، ∵ معادلة المنحنى هى :

س^{٢} + ص^{٢} − س + ٢ ص − ٢ = ٠

∴ ص^{٢} + ٢ ص = ٢ + س − س^{٢}

وبإجراء الاشتقاق للطرفين بالنسبة لـ س

∴ ٢ ص $\frac{ءص}{ءس}$ + ٢ $\frac{ءص}{ءس}$ = ١ − ٢ س

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ × (٢ ص + ٢) = ١ − ٢ س

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{١ - ٢ س}{٢ ص + ٢}$

∴ ميل المماس عند النقطة (٢ ، ٠)

= $\left[\frac{ءص}{ءس}\right]_{(٢ ، ٠)} = \frac{١ - ٢ (٢)}{٢ (٠) + ٢} = \frac{-٣}{٢}$

∴ ميل العمودى = $\frac{٢}{٣}$

وتكون معادلة العمودى عند هذه النقطة :

$\frac{ص - ٠}{س - ٢} = \frac{٢}{٣}$

∴ ٣ ص = ٢ س − ٤

، ميل المماس عند النقطة (−١ ، ٠)

= $\left[\frac{ءص}{ءس}\right]_{(-١ ، ٠)} = \frac{١ - ٢ (-١)}{٢ (٠) + ٢} = \frac{٣}{٢}$

∴ ميل العمودى = $-\frac{٢}{٣}$

وتكون معادلة العمودى عند هذه النقطة :

$\frac{ص - ٠}{س + ١} = -\frac{٢}{٣}$ ∴ ٣ ص = −٢ س − ٢

---

١٢ س^{٢} + ص^{٢} = ٨ (١)

∴ ٢ س + ٢ ص $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠ ∴ $\frac{ءص}{ءس} = -\frac{س}{ص}$

، ميل المستقيم المعطى = − ١

∴ ميل المماس المطلوب = ١

∴ − $\frac{س}{ص}$ = ١ ∴ ص = − س

ومن (١) :

∴ س^{٢} + (− س^{٢}) = ٨ ∴ س^{٢} = ٤

∴ س = ± ٢

∴ نقطتا التماس هما : (٢ ، − ٢) ، (− ٢ ، ٢)

∴ معادلتا المماسين هما :

$\frac{ص + ٢}{س - ٢} = ١$ **أى أن :** ص − س + ٤ = ٠

أ، $\frac{ص - ٢}{س + ٢} = ١$ **أى أن :** ص − س − ٤ = ٠

ثانيا مسائل على المعطلات الزمنية المرتبطة

١ ∵ س^{٢} + ٤ س − ص = ٢

بالاشتقاق بالنسبة للزمن

∴ ٢ س $\frac{ءس}{ءن}$ + ٤ $\frac{ءس}{ءن}$ − $\frac{ءص}{ءن}$ = ٠

، ∵ $\frac{ءص}{ءن}$ = ٢ $\frac{ءس}{ءن}$

∴ ٢ س $\frac{ءس}{ءن}$ + ٤ $\frac{ءس}{ءن}$ − ٢ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٠

∴ ٢ س + ٤ − ٢ = صفر

∴ س = −١ ومنها ص = −٦

∴ النقطة هى (−١ ، −٦)

---

٢ س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س − ٤ ص = ٢٧ (١)

بتفاضل الطرفين بالنسبة إلى الزمن ن

∴ ٢ س $\frac{ءس}{ءن}$ + ٢ ص $\frac{ءص}{ءن}$ + ٢ $\frac{ءس}{ءن}$ − ٤ $\frac{ءص}{ءن}$ = ٠

، عندما $\frac{ءس}{ءن} = \frac{ءص}{ءن}$

∴ ٢ س $\frac{ءس}{ءن}$ + ٢ ص $\frac{ءس}{ءن}$ + ٢ $\frac{ءس}{ءن}$ − ٤ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٠

وبالقسمة على $\frac{ءس}{ءن}$

∴ ٢ س + ٢ ص + ٢ − ٤ = ٠

∴ س + ص = ١ ∴ ص = ١ − س (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ س^{٢} + (١ − س)^{٢} + ٢ س − ٤ (١ − س) = ٢٧

∴ س^{٢} + ٢ س − ١٥ = ٠

∴ (س + ٥) (س − ٣) = ٠

∴ س = −٥ أ، س = ٣

، من (٢) فإن النقط هى : (−٥ ، ٦) ، (٣ ، −٢)

---

٣ حجم المكعب ح = س^{٣} بالاشتقاق بالنسبة للزمن

∴ $\frac{ءح}{ءن}$ = ٣ س^{٢} . $\frac{ءس}{ءن}$

، عند $\frac{ءح}{ءن}$ = ٢٧ سم^{٣}/د ، س = ٣

∴ ٢٧ = ٣ (٣)^{٢} . $\frac{ءس}{ءن}$ ∴ $\frac{ءس}{ءن}$ = ١

، مساحة أوجهه م = ٦ س^{٢}

بالاشتقاق بالنسبة للزمن ∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ١٢ س . $\frac{ءس}{ءن}$

، عند س = ٣ ، $\frac{ءس}{ءن}$ = ١

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ١٢ (٣) . (١) = ٣٦ سم^{٢} / د

---

٤ بفرض أن حجم البالون «ح» ، المساحة السطحية للبالون «م»

① ح = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

∴ $\frac{ءح}{ءن}$ = ٤ π نق^{٢} × $\frac{ءنق}{ءن}$

∴ ٨ π = ٤ π × (٤)^{٢} × $\frac{ءنق}{ءن}$

∴ $\frac{ءنق}{ءن}$ = $\frac{١}{٨}$ سم/ث

② م = ٤ π نق^{٢}

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ٨ π نق × $\frac{ءنق}{ءن}$

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ٨ π × ٤ × $\frac{١}{٨}$ = ٤ π سم^{٢}/ث

---

٥ مساحة المستطيل = ل ع = ١٢٠٠

بإيجاد المشتقة الأولى للطرفين بالنسبة للزمن

∴ ل $\frac{ءع}{ءن}$ + ع $\frac{ءل}{ءن}$ = ٠

∵ ع = $\frac{١٢٠٠}{ل}$ ، $\frac{ءع}{ءن}$ = −٢ سم/دقيقة

، $\frac{ءل}{ءن}$ = ٦ سم/دقيقة

∴ $\frac{١٢٠٠}{ل}$ × ٦ + ل × −٢ = ٠

∴ ٣٦٠٠ − ل^{٢} = ٠ ∴ ل = ٦٠ سم

منها ع = $\frac{١٢٠٠}{٦٠}$ = ٢٠ سم

نفرض أن قطر المستطيل ى

∴ ى^{٢} = ل^{٢} + ع^{٢}

∴ ٢ ى $\frac{ءى}{ءن}$ = ٢ ل $\frac{ءل}{ءن}$ + ٢ ع $\frac{ءع}{ءن}$

فى هذه اللحظة

$\sqrt{٦٠^{٢} + ٢٠^{٢}}$ $\frac{ءى}{ءن}$ = ٦٠ × ٦ + ٢٠ × −٢

∴ $\frac{ءى}{ءن}$ = $\frac{٨ \sqrt{١٠}}{٥}$ سم/دقيقة

∴ القطر يتزايد بمعدل $\frac{٨ \sqrt{١٠}}{٥}$ سم/دقيقة

---

٦ نفرض أن العرض = س ∴ الطول = $\frac{٢٤}{س}$

① محيط المستطيل (ح) = ٢ $\left(س + \frac{٢٤}{س}\right)$

= ٢ س + $\frac{٤٨}{س}$

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$\therefore \frac{ءع}{ءن} = ٢ \times \frac{ءس}{ءن} - \frac{٤٨}{س^٢} \times \frac{ءس}{ءن}$

$\therefore \left(\frac{ءع}{ءن}\right)_{س=٤} = ٢ \times ١ - \frac{٤٨}{١٦} \times ١$

$= -١$ سم/ث

② عندما $\frac{ءع}{ءن} = ٠$

$\therefore ٢ \frac{ءس}{ءن} - \frac{٤٨}{س^٢} \times \frac{ءس}{ءن} = ٠$

$\therefore ٢ = \frac{٤٨}{س^٢}$ $\quad \therefore س^٢ = ٢٤$

$\therefore$ س $= ٢\sqrt{٦}$ سم ومنها ص $= ٢\sqrt{٦}$ سم

---

٧ بفرض أن طول المستطيل وعرضه بعد مرور زمن (ن) ث :

الطول $= ٢٤ - ٢ن$ ، العرض $= ١٠ + ١,٥ ن$

$\therefore$ المساحة $= (٢٤ - ٢ن)(١٠ + ١,٥ ن)$

$\therefore م = ٢٤٠ + ١٦ ن - ٣ ن^٢$

$\therefore \frac{ءم}{ءن} = ١٦ - ٦ن$

$\therefore$ بعد ٤ ث : $\frac{ءم}{ءن} = ١٦ - ٦ \times ٤ = -٨$ سم^٢/ث

، تتوقف المساحة عن الزيادة عندما $\frac{ءم}{ءن} = ٠$

$\therefore ن = \frac{١٦}{٦} = \frac{٨}{٣}$ ث

---

٨ $\frac{ءنق}{ءن} = ٢$ سم/ث ، $\frac{ءع}{ءن} = ٠,١$ سم/ث

$ح = \pi نق^٢ ع$

$\therefore \frac{ءح}{ءن} = \pi نق^٢ \frac{ءع}{ءن} + ٢ \pi نق ع \frac{ءنق}{ءن}$

عند نق = ٢ سم ، ع = ٥ سم فإن

$\frac{ءح}{ءن} = \pi (٢)^٢ \times ٠,١ + ٢ \pi (٢) \times ٥ \times ٢$

$= ٤٠,٤ \pi$ سم^٣/ث

---

٩ $ح = \pi (نق_٢^٢ - نق_١^٢)$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن

$\therefore \frac{ءح}{ءن} = \pi \left(٢ نق_٢ \frac{ءنق_٢}{ءن} - ٢ نق_١ \frac{ءنق_١}{ءن}\right)$

، نق$_١$ = ٦ سم ، $\frac{ءنق_١}{ءن} = ٠,٣$ سم/ث

، نق$_٢$ = ١٠ سم ، $\frac{ءنق_٢}{ءن} = -٠,٢$ سم/ث

$\therefore \frac{ءح}{ءن} = \pi \left(٢(١٠)(-٠,٢) - ٢(٦)(٠,٣)\right) = -٧,٦\pi$

$\therefore$ معدل تغير المساحة (ح) المحصورة بين الدائرتين

$= -٧,٦ \pi$ سم^٢/ث

---

١٠ نفرض أن سمك طبقة الجليد عند أى لحظة = س سم

$\therefore$ حجم الجليد (ح)

$= \frac{٤}{٣} \pi (٦ + س)^٣ - \frac{٤}{٣} \pi (٦)^٣$

$\therefore \frac{ءح}{ءن} = ٤ \pi (٦ + س)^٢ \times \frac{ءس}{ءن}$

$\therefore -٢٠ = ٤ \pi (٦ + س)^٢ \times \frac{-١}{٢٠ \pi}$

$\therefore س = ٤$

، $\because$ مساحة السطح الخارجى (م)

$= ٤ \pi (٦ + س)^٢$

$\therefore \frac{ءم}{ءن} = ٨ \pi (٦ + س) \times \frac{ءس}{ءن}$

$= ٨ \pi \times ١٠ \times \frac{-١}{٢٠ \pi} = -٤$ سم^٢/دقيقة

$\therefore$ مساحة السطح الخارجى تتغير بمعدل

-٤ سم^٢/دقيقة

---

١١ $\because ح = \frac{٤}{٣} \pi نق^٣$

$\therefore \frac{ءح}{ءن} = ٤ \pi نق^٢ \times \frac{ءنق}{ءن}$ (١)

$\because هـ = ٤ \pi نق^٢$

$\therefore \frac{ءهـ}{ءن} = ٨ \pi نق \times \frac{ءنق}{ءن}$ وبتربيع الطرفين

$\therefore \left(\frac{ءهـ}{ءن}\right)^٢ = \left(٨ \pi نق \times \frac{ءنق}{ءن}\right)^٢$

$\therefore \left(\frac{ءنق}{ءن}\right)^٢ = \frac{١}{٦٤ \pi^٢ نق^٢} \left(\frac{ءهـ}{ءن}\right)^٢$ (٢)

بضرب (١) $\times \frac{ءنق}{ءن}$

$\therefore \frac{ءح}{ءن} \times \frac{ءنق}{ءن} = ٤ \pi نق^٢ \times \left(\frac{ءنق}{ءن}\right)^٢$

بالتعويض من (٢) :

$\therefore \frac{ءح}{ءن} \times \frac{ءنق}{ءن} = ٤ \pi نق^٢ \times \frac{١}{٦٤ \pi^٢ نق^٢} \times \left(\frac{ءهـ}{ءن}\right)^٢$

$= \frac{١}{١٦ \pi} \times \left(\frac{ءهـ}{ءن}\right)^٢$

، عند $\frac{ءح}{ءن} = \pi$ سم^٣/ث

، $\frac{ءهـ}{ءن} = ٢ \pi$ سم^٢/ث

$\therefore \pi \times \frac{ءنق}{ءن} = \frac{١}{١٦ \pi} \times ٤ \pi^٢$

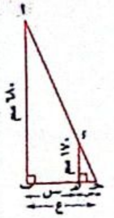
$\therefore \frac{ءنق}{ءن} = \frac{١}{٤}$ سم/ث

، $\because هـ = ٤ \pi نق^٢$ وبالتعويض من (١)

$\therefore هـ = \frac{ءح}{ءن} \div \frac{ءنق}{ءن} = \pi \div \frac{١}{٤} = ٤ \pi$ سم^٢

---

١٢ نفرض أن :



$\overline{ءهـ}$ يمثل الرجل ، بعد الرجل

عن قاعدة المصباح = س

، طول ظل الرجل = ص

، المسافة التى تحركتها

نهاية ظل الرجل = ع

① من تشابه المثلثين أ ب حـ ، ء هـ حـ

$\frac{س + ص}{ص} = \frac{٦٨٠}{١٧٠} = ٤$

$\therefore س + ص = ٤ ص \quad \therefore س = ٣ ص$

$\therefore \frac{ءس}{ءن} = ٣ \frac{ءص}{ءن} \quad \therefore -٢ = ٣ \frac{ءص}{ءن}$

$\therefore \frac{ءص}{ءن} = \frac{-٢}{٣}$ م/ث

② $\because ع = س + ص$

$\therefore \frac{ءع}{ءن} = \frac{ءس}{ءن} + \frac{ءص}{ءن}$

$= -٢ - \frac{٢}{٣} = \frac{-٨}{٣}$ م/ث

---

١٣ $\frac{ءس}{ءن} = ١$ متر/د

، ص طول مسقط

القضيب على الأرض

$\therefore س^٢ + ص^٢ = ٢٥$

$\therefore ٢ س \frac{ءس}{ءن} + ٢ ص \frac{ءص}{ءن} = ٠$

$\therefore \frac{ءص}{ءن} = \frac{-س}{ص} \frac{ءس}{ءن}$

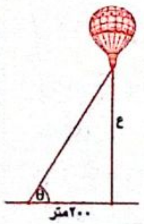
، عندما س = ٣ متر فإن : ص = ٤

$\therefore \frac{ءص}{ءن} = \frac{-٣}{٤} \times ١ = \frac{-٣}{٤}$ متر/د

$\therefore$ معدل تناقص طول مسقط القضيب $= \frac{٣}{٤}$ متر/د

---

١٤ $ظا \theta = \frac{ع}{٢٠٠}$



$\therefore ع = ٢٠٠ ظا \theta$

$\therefore \frac{ءع}{ءن} = ٢٠٠ قا^٢ \theta \frac{ء\theta}{ءن}$

عندما ع = ٢٠٠ ، $\theta = \frac{\pi}{٤}$

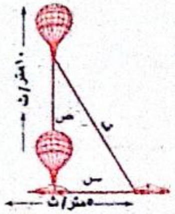
$\therefore ٢٨ = ٢٠٠ قا^٢ \frac{\pi}{٤} \times \frac{ء\theta}{ءن}$

$\therefore ٢٨ = ٢٠٠ \times ٢ \times \frac{ء\theta}{ءن}$

$\therefore \frac{ء\theta}{ءن} = \frac{٢٨}{٤٠٠} = ٠,٠٧^{ء}$/د

---

١٥ $ف^٢ = س^٢ + ص^٢$



$\therefore ٢ ف \frac{ءف}{ءن} = ٢ س \frac{ءس}{ءن} + ٢ ص \frac{ءص}{ءن}$

بعد ثانيتين س $= ٥ \times ٢ = ١٠$

، ص $= ١٠ \times ٢ = ٢٠$

$\therefore ف = \sqrt{١٠^٢ + ٢٠^٢}$

$= ١٠\sqrt{٥}$

$\therefore ١٠\sqrt{٥} \frac{ءف}{ءن} = ١٠ \times ٥ + ٢٠ \times ١٠$

$\therefore \frac{ءف}{ءن} = \frac{٥٠ + ٢٠٠}{١٠\sqrt{٥}} = ٥\sqrt{٥}$ متر/ث

---

١٦ حجم الكرة (ح) $= \frac{٤}{٣} \pi نق^٣$

$\therefore \frac{ءح}{ءن} = ٤ \pi نق^٢ \frac{ءنق}{ءن}$

$\because$ معدل البخر يتناسب مع مساحة السطح

أى أن : $\frac{ءح}{ءن} \propto م$

$\therefore \frac{ءح}{ءن} = ك م$ (حيث ك ثابت)

$\therefore ٤ \pi نق^٢ \frac{ءنق}{ءن} = ك \times ٤ \pi نق^٢$

$\therefore \frac{ءنق}{ءن} = ك$

أى أن : نصف قطر قطرة المطر يتناقص بمعدل ثابت

---

١٧ $\because$ مساحة الدائرة م $= \pi نق^٢$

$\therefore \frac{ءم}{ءن} = ٢ \pi نق \times \frac{ءنق}{ءن}$

$\therefore ٢٧٧,٢ = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times نق \times ٢,١$

$\therefore$ نق = ٢١ سم

، $\because نق = \frac{ءنق}{ءن} \times ن$

$\therefore ٢١ = ٢,١ \times ن$

$\therefore ن = ١٠$ ث

---

١٨ طولا ضلعى القائمة بعد مرور ن دقيقة

هما : $(١٥ + ن)$ سم ، $\left(٢٠ - \frac{١}{٢} ن\right)$ سم

$\therefore$ مساحة المثلث م

$= \frac{١}{٢} (١٥ + ن) \left(٢٠ - \frac{١}{٢} ن\right)$

$\therefore م = ١٥٠ + \frac{٢٥}{٤} ن - \frac{١}{٤} ن^٢$

$\therefore \frac{ءم}{ءن} = \frac{٢٥}{٤} - \frac{١}{٢} ن$

$\therefore \left[\frac{ءم}{ءن}\right]_{ن=٥} = \frac{٢٥}{٤} - \frac{١}{٢} \times ٥ = ٣,٧٥$ سم^٢/دقيقة

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

، عندما $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \text{صفر}$ $\therefore \frac{٢٥}{٤} - \frac{١}{٢}\text{ن} = \text{صفر}$

$\therefore \frac{١}{٢}\text{ن} = \frac{٢٥}{٤}$ $\therefore \text{ن} = ١٢{,}٥$ دقيقة

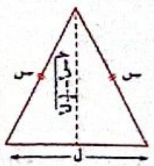
وتكون مساحة المثلث عندها

$= ١٥٠ + \frac{٢٥}{٤} \times ١٢{,}٥ - \frac{١}{٤}(١٢{,}٥)^٢$

$= ١٨٩{,}٠٦٢٥$ سم^٢

---

(١٩) نفرض أن طولا ضلعى المثلث متساوى الساقين س وطول القاعدة ل



$\therefore \text{م} = \frac{١}{٢}\text{ل} \times \sqrt{\text{س}^٢ - \frac{١}{٤}\text{ل}^٢}$

وبالاشتقاق بالنسبة للزمن

$\therefore \frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \frac{١}{٢}\text{ل} \times \frac{٢\text{س}}{٢\sqrt{\text{س}^٢ - \frac{١}{٤}\text{ل}^٢}} \cdot \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

$= \frac{\text{ل س}}{٢\sqrt{\text{س}^٢ - \frac{١}{٤}\text{ل}^٢}} \cdot \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

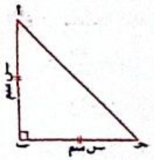
بوضع $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = -٣$ سم/د ، س = ل :

$\therefore \frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \frac{\text{ل}^٢}{٢\sqrt{\text{ل}^٢ - \frac{١}{٤}\text{ل}^٢}}(-٣) = -\sqrt{٣}\,\text{ل}$

$\therefore$ معدل تناقص المساحة $= \sqrt{٣}$ ل سم^٢/د

---

(٢٠) $\because \Delta$ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب



نفرض أن :

أ ب = ب حـ = س سم

$\therefore$ المساحة (م) $= \frac{١}{٢}\text{س}^٢$

$\therefore \frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \frac{١}{٢} \times ٢\text{س} \times \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

$\therefore \frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \text{س} \times \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

$\therefore ٣٢ = ٨ \times \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

$\therefore \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = ٤$ سم/ث

، $\because$ المثلث أ ب حـ متساوى الساقين وقائم الزاوية

$\therefore$ أ حـ $= \sqrt{\text{س}^٢ + \text{س}^٢} = \text{س}\sqrt{٢}$ سم

$\therefore$ المحيط (ح) $= ٢\text{س} + \text{س}\sqrt{٢}$

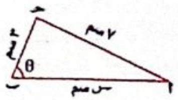
$= (٢ + \sqrt{٢})\text{س}$

$\therefore \frac{\text{ءح}}{\text{ءن}} = (٢ + \sqrt{٢})\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = (٢ + \sqrt{٢}) \times ٤$

$= (٨ + ٤\sqrt{٢})$ سم/ث

---

(٢١)



$\because (\text{أحـ})^٢ = (٣)^٢ + \text{س}^٢ - ٢ \times ٣ \times \text{س} \times \text{جتا}\,\theta$

$\therefore ٤٩ = ٩ + \text{س}^٢ - ٦\text{س}\,\text{جتا}\,\theta$ (١)

وبالاشتقاق بالنسبة لـ ن

$\therefore ٠ = ٢\text{س}\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} - ٦\text{س}\left(-\text{جا}\,\theta\frac{\text{ء}\theta}{\text{ءن}}\right) - ٦\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}\text{جتا}\,\theta$

$\therefore ٢\text{س}\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} + ٦\text{س}\,\text{جا}\,\theta\frac{\text{ء}\theta}{\text{ءن}} - ٦\,\text{جتا}\,\theta\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = ٠$

، عند $\theta = \frac{\pi}{٣}$ من معادلة (١)

$\therefore ٤٩ = ٩ + \text{س}^٢ - ٦\text{س}\,\text{جتا}\,٦٠^\circ$

$\therefore \text{س}^٢ - ٣\text{س} - ٤٠ = ٠$ $\therefore (\text{س} - ٨)(\text{س} + ٥) = ٠$

$\therefore$ س = ٨ أ، س = −٥ (مرفوض)

$\therefore ٢ \times ٨ \times \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} + ٦ \times ٨ \times \text{جا}\,٦٠^\circ \times ١{,}٢$

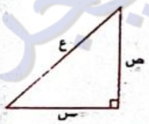
$- ٦\,\text{جتا}\,٦٠^\circ \times \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = ٠$

$\therefore ١٣\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = -٣١{,}٢\sqrt{٣}$

$\therefore \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = -٢{,}٤\sqrt{٣}$ سم/دقيقة

---

(٢٢) $\because$ س + ص + ع = ٤٠



$\therefore \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} + \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} + \frac{\text{ءع}}{\text{ءن}} = ٠$

$\therefore \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} + \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = -٧$ (١)

، $\because \text{س}^٢ + \text{ص}^٢ = \text{ع}^٢$

$\therefore ٢\text{س}\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} + ٢\text{ص}\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ٢\text{ع}\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$

$\therefore \text{س}\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} + \text{ص}\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = \text{ع}\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$

، عندما س = ٨ ، ص = ١٥ ، ع = ١٧

، $\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}} = ٧$ سم/دقيقة

$\therefore ٨\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} + ١٥\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ١١٩$ (٢)

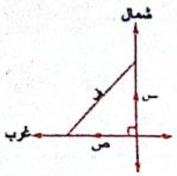
من (١) ، (٢) :

$\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ٢٥$ سم/دقيقة

، $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = -٣٢$ سم/دقيقة

---

(٢٣) $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = ٣٠$ كم / س



، $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ٨٠$ كم / س

، $\text{ف}^٢ = \text{س}^٢ + \text{ص}^٢$

$\therefore ٢\text{ف}\frac{\text{ءف}}{\text{ءن}} = ٢\text{س}\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

$+ ٢\text{ص}\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ (١)

بعد ساعة من تحرك السيارة الثانية :

$\therefore$ ص = ١ × ٨٠ = ٨٠ كم

، س = ٢ × ٣٠ = ٦٠ كم ومنها ف = ١٠٠ كم

ومن معادلة (١) :

$\therefore ١٠٠ \times \frac{\text{ءف}}{\text{ءن}} = ٦٠ \times ٣٠ + ٨٠ \times ٨٠$

$\therefore \frac{\text{ءف}}{\text{ءن}} = ٨٢$ كم/س

---

(٢٤) $\because$ ص $= ٤٠٠\,(١ - \text{هـ}^{-٠{,}٣\text{ن}})$

$\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ٤٠٠\,(٠ + ٠{,}٣\,\text{هـ}^{-٠{,}٣\text{ن}})$

$\therefore \left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}\right)_{\text{ن}=١٠} = ٤٠٠ \times ٠{,}٣\,\text{هـ}^{-٣}$

$= ١٢٠\,\text{هـ}^{-٣}$

---

(٢٥) $\because$ ص $= (\text{ن} + ١٠٠)\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{ن} + ٥)$

$\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{ن} + ٥) + (\text{ن} + ١٠٠) \times \frac{١}{\text{ن} + ٥}$

$= \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{ن} + ٥) + \frac{\text{ن} + ١٠٠}{\text{ن} + ٥}$

$\therefore \left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}\right)_{\text{ن}=٥} = \text{لو}_{\text{هـ}}\,١٠ + \frac{١٠٥}{١٠} = ١٢{,}٨$

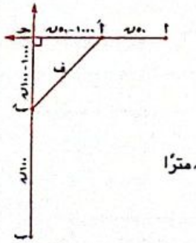
، $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}\right)_{\text{ن}=١٥} = \text{لو}_{\text{هـ}}\,٢٠ + \frac{١١٥}{٢٠} = ٨{,}٧$

، $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}\right)_{\text{ن}=٢٠} = \text{لو}_{\text{هـ}}\,٢٥ + \frac{١٢٠}{٢٥} = ٨{,}٠٢$

$\therefore$ إنتاج الخلية من العسل يتناقص

---

(٢٦) بعد زمن ن دقيقة يتحرك



الرجل الأول = ٥٠ ن مترًا

فيصبح بعده عن حـ

يساوى ١٠٠٠ − ٥٠ ن

والرجل الثانى يتحرك ١٠٠ ن مترًا

فيصبح بعده عن حـ

يساوى ١٠٠٠ − ١٠٠ ن

$\therefore$ مربع البعد بين الرجلين :

$\text{ف}^٢ = (١٠٠٠ - ٥٠\text{ن})^٢ + (١٠٠٠ - ١٠٠\text{ن})^٢$

$\therefore ٢\text{ف}\frac{\text{ءف}}{\text{ءن}} = ٢\,(١٠٠٠ - ٥٠\text{ن}) \times -٥٠$

$+ ٢\,(١٠٠٠ - ١٠٠\text{ن}) \times -١٠٠$

، عندما ن = ٤ فإن : ف = ١٠٠٠ متر

$\therefore \frac{\text{ءف}}{\text{ءن}} = -١٠٠$ متر/دقيقة

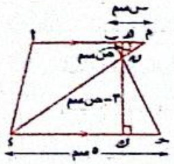
أى أن الرجلين يقتربان بمعدل ١٠٠ متر/دقيقة

وعندما $\frac{\text{ءف}}{\text{ءن}} = ٠$ $\therefore$ ن = ١٢ دقيقة

$\therefore$ الرجلان يبدآن فى التباعد عندما ن > ١٢ دقيقة

---

(٢٧) من هندسة الشكل :



$\frac{\text{س}}{٥} = \frac{\text{ص}}{٣ - \text{ص}}$

$\therefore ٥\text{ص} = ٣\text{س} - \text{س ص}$

$\therefore \text{ص} = \frac{٣\text{س}}{\text{س} + ٥}$

(م) مساحة Δ م ن ب $= \frac{١}{٢} \times \text{س} \times \frac{٣\text{س}}{\text{س} + ٥}$

$= \frac{١{,}٥\,\text{س}^٢}{\text{س} + ٥}$

$\therefore \frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \frac{٣\text{س}(\text{س} + ٥) - ١{,}٥\,\text{س}^٢}{(\text{س} + ٥)^٢} \times \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

$= \frac{١{,}٥\,\text{س}^٢ + ١٥\text{س}}{(\text{س} + ٥)^٢} \times \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

عند س = ١ سم

$\therefore \frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \frac{١{,}٥ + ١٥}{٣٦} \times ٤{,}٨ = ٢{,}٢$ سم^٢/ث

---

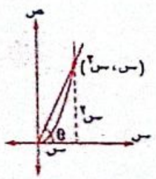
(٢٨) $\because$ ص = س^٢

(١) $\because \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ٢\text{س}\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

عند س = ٣

فإن : $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ٢ \times ٣ \times ١٠ = ٦٠$ م/ث

(٢) $\because (\text{ظا}\,\theta) = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$



$= \frac{\text{س}^٢}{\text{س}} = \text{س}$

بالتفاضل بالنسبة للزمن

$\therefore (\text{قا}^٢\,\theta)\frac{\text{ء}\theta}{\text{ءن}}$

$= \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

، عند س = ٣ :

$\frac{\text{ء}\theta}{\text{ءن}} = ١٠\,\text{جتا}^٢\,\theta$

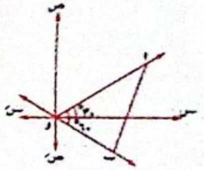
$= ١٠ \times \left(\frac{٣}{\sqrt{١٠}\,٣}\right)^٢$

$= ١^\text{ء}$/ث

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

٢٩ ميل المستقيم و ب = $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم و ب مع الاتجاه الموجب لمحور السينات = ١٥٠°



، ∵ ق(∠ أ و س) = ٣٠°

∴ ق(∠ ب و أ) = ٦٠°

بعد مرور زمن ن دقيقة من تحرك النقطة ب تكون النقطة أ قد تحركت (ن + ١) دقيقة وبالتالي فإن النقطة ب تكون قد قطعت مسافة و ب = ٦ ن متر

، النقطة أ تكون قد قطعت مسافة أ و = ٤ (ن + ١) = ٤ ن + ٤ متر

ويفرض أن ف المسافة بين النقطتين أ ، ب بعد مرور ن دقيقة من تحرك ب

فإن: ف² = (أ ب)² = (و أ)² + (و ب)² − ٢ × و أ × و ب × جتا ٦٠°

∴ ف² = (٤ ن + ٤)² + (٦ ن)² − ٢ (٤ ن + ٤) × ٦ ن × ½

∴ ف² = ٢٨ ن² + ٨ ن + ١٦

وبعد دقيقتين من تحرك النقطة ب

∴ ف² = ١١٢ + ١٦ + ١٦ = ١٤٤

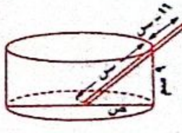
∴ ف = ١٢ متر ∴ ٢ ف $\frac{دف}{دن}$ = ٥٦ ن + ٨

∴ ٢ × ١٢ × $\frac{دف}{دن}$ = ١٢٠

∴ $\frac{دف}{دن}$ = ٥ متر/دقيقة

---

٣٠ $\frac{دس}{دن}$ = ٢ سم/ث



، ∵ س² = ص² + ٨١

(بالاشتقاق بالنسبة إلى ن)

∴ ٢ س $\frac{دس}{دن}$ = ٢ ص $\frac{دص}{دن}$

∴ $\frac{دص}{دن}$ = $\frac{س}{ص}$ $\frac{دس}{دن}$

عندما يصل الساق إلى نهاية القاعدة

ص = ١٢ سم ، س = ١٥ سم

∴ $\frac{دص}{دن}$ = $\frac{١٥}{١٢}$ × ٢ = $\frac{٥}{٢}$ سم/ث

ثالثًا مسائل على سلوك الدوال

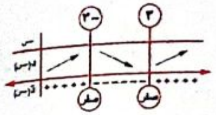
١ د(س) = $\frac{1}{3}$ س³ − ٩ س + ٣

∴ د'(س) = س² − ٩

، بوضع د'(س) = ٠

∴ س² − ٩ = ٠

∴ س = ± ٣



∴ الدالة متناقصة في]−٣ ، ٣[

، متزايدة في]−∞ ، −٣[،]٣ ، ∞[

، للدالة قيمة عظمى محلية عند س = −٣

، د(−٣) = ٢١

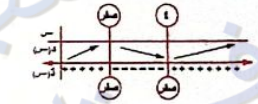
، قيمة صغرى محلية عند س = ٣

، د(٣) = −١٥

---

٢ ∵ د'(س) = ٣ س³ − ١٢ س² = ٣ س² (س − ٤)

وتكون د'(س) = ٠ عندما س = ٠ ، أو س = ٤



∴ الدالة متزايدة في الفترتين]−∞ ، ٠[،]٤ ، ∞[

، متناقصة في الفترة]٠ ، ٤[

* توجد نقطتان حرجتان للدالة عند س = ٠ ∉ [١ ، ٥]

، عند س = ٤ ∈ [١ ، ٥]

∴ د(٤) = ٦٤ − ٦ × ١٦ + ١ = −٣١

، د(١) = ١ − ٦ + ١ = −٤

، د(٥) = ١٢٥ − ٦ × ٢٥ + ١ = −٢٤

∴ القيمة الصغرى المطلقة للدالة في الفترة [١ ، ٥] هي −٣١ ، العظمى المطلقة هي −٤

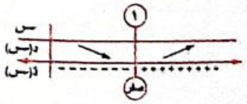
---

٣ د(س) = (س − ١)⁴ + ٣

∴ د'(س) = ٤ (س − ١)³ ، د''(س) = ١٢ (س − ١)²

، بوضع د'(س) = ٠

∴ ٤ (س − ١)³ = ٠ ∴ س = ١



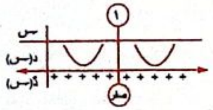
∴ الدالة متناقصة في]−∞ ، ١[، ومتزايدة في]١ ، ∞[

، للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ١ ، د(١) = ٣

، بوضع د''(س) = ٠

∴ ١٢ (س − ١)² = ٠

∴ س = ١



∴ المنحنى محدب لأسفل في ح

ولا يوجد نقط انقلاب.

---

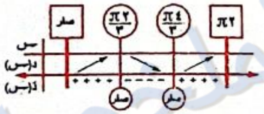
٤ د(س) = س + ٢ جا س

∵ المجال = [٠ ، ٢π] ، د'(س) = ١ + ٢ جتا س

، بوضع د'(س) = ٠ نجد أن ١ + ٢ جتا س = ٠

منها جتا س = $-\frac{1}{2}$ ∴ س = $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$

∴ النقط الحرجة هي عند س = $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$



∴ الدالة متزايدة في كل من:

[٠ ، $\frac{2\pi}{3}$[،]$\frac{4\pi}{3}$ ، ٢π] ، متناقصة في:]$\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$[

---

٥ د(س) = س (س² − ١٢) = س³ − ١٢ س

∴ د'(س) = ٣ س² − ١٢

، د'(س) = ٠

عند س = ٢ ∈ [−١ ، ٤]

أ، س = −٢ ∉ [−١ ، ٤]

، ∵ د(−١) = ١١ ، د(٢) = −١٦ ، د(٤) = ١٦

∴ الدالة قيمة عظمى مطلقة = ١٦ وتبلغها عند س = ٤

ولها قيمة صغرى مطلقة = −١٦ وتبلغها عند س = ٢

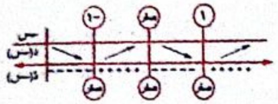
---

٦ د(س) = س⁴ − ٢ س²

∴ د'(س) = ٤ س³ − ٤ س

، د'(س) = ٠ عندما ٤ س (س² − ١) = ٠

∴ س = ٠ ، أ س = ١ ، أ س = −١



∴ للدالة قيمة صغرى محلية عند س = −١

، د(−١) = −١

، للدالة قيمة عظمى محلية عند س = ٠ ، د(٠) = ٠

، للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ١ ، د(١) = −١

---

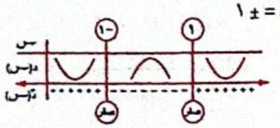
٧ د(س) = س⁴ − ٦ س² + ١٦

∴ د'(س) = ٤ س³ − ١٢ س

∴ د''(س) = ١٢ س² − ١٢

، بوضع د''(س) = ٠ ∴ ١٢ (س² − ١) = ٠

∴ س = ± ١



المنحنى محدب لأسفل في]−∞ ، −١[،]١ ، ∞[

ومحدب لأعلى في]−١ ، ١[

ونقط الانقلاب (١ ، ١١) ، (−١ ، ١١)

---

٨ د(س) = ٢ س² هـ^س

∴ د'(س) = ٢ س² هـ^س + ٤ س هـ^س

= ٢ س هـ^س (س + ٢)

، بوضع د'(س) = ٠ ومنها

س = ٠ ∈ [−٢ ، ١] ، س = −٢ ∈ [−٢ ، ١]

∵ د(٠) = ٠ ، د(−٢) = $\frac{٨}{هـ^2}$ ≈ ١٫٠٨

، د(−٣) = $\frac{١٨}{هـ^3}$ ≈ ٠٫٨٩٦ ، د(١) = ٢ هـ ≈ ٥٫٤

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقة هي ٢ هـ وتبلغها عند س = ١

، للدالة قيمة صغرى مطلقة هي صفر وتبلغها عند س = صفر

---

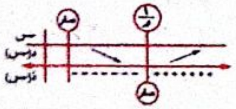
٩ د(س) = س لوهـ س ، س > ٠

∴ د'(س) = س × $\frac{1}{س}$ + لوهـ س = ١ + لوهـ س

، د''(س) = $\frac{1}{س}$

، د'(س) = ٠ عندما لوهـ س = −١

∴ س = هـ⁻¹ = $\frac{1}{هـ}$



∴ د($\frac{1}{هـ}$) = $-\frac{1}{هـ}$

∴ للدالة قيمة صغرى محلية عند ($\frac{1}{هـ}$ ، $-\frac{1}{هـ}$)

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

، دً(س) غير معرفة عند س = ٠ ∌ للمجال

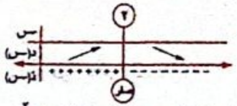
∴ لا يوجد نقط انقلاب للمنحنى

(١٠) ① د(س) = هـ^س (٢ − س)

∴ دَ(س) = هـ^س × −١ + هـ^س (٢ − س)

= ٢ هـ^س − س هـ^س = (٢ − س) هـ^س

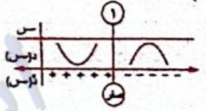
دَ(س) = ٠ عند س = ٢



للدالة قيمة عظمى محلية د(٢) = هـ^٢

② دً(س) = (٢ − س) هـ^س − هـ^س = هـ^س (١ − س)

، دً(س) = ٠ عند س = ١



∴ المنحنى محدب لأعلى فى]١ ، ∞[

ومحدب لأسفل فى]− ∞ ، ١[

وله نقطة انقلاب هى (١ ، ٢ هـ)

(١١) ∵ ص = جا س (١ + جتا س)

∴ ص = جا س + جا س جتا س

∴ ص = جا س + $\frac{1}{2}$ جا ٢ س

∴ صَ = جتا س + جتا ٢ س

، صً = − جا س − ٢ جا ٢ س

، صَ = ٠ ⇐ جتا س + جتا ٢ س = ٠

∴ ٢ جتا^٢ س + جتا س − ١ = ٠

∴ (٢ جتا س − ١) (جتا س + ١) = ٠

∴ ٢ جتا س − ١ = ٠ ومنها جتا س = $\frac{1}{2}$

∴ س = $\frac{\pi}{3}$

أ، جتا س + ١ = ٠ ومنها جتا س = −١ (مرفوض)

، ∵ دً($\frac{\pi}{3}$) = − جا $\frac{\pi}{3}$ − ٢ جا $\frac{2\pi}{3}$

= $\frac{-3\sqrt{3}}{2}$ < ٠

∴ عند س = $\frac{\pi}{3}$ توجد قيمة عظمى محلية

∵ د($\frac{\pi}{3}$) = جا $\frac{\pi}{3}$ + $\frac{1}{2}$ جا $\frac{2\pi}{3}$

= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ + $\frac{1}{2}$ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

∴ القيمة العظمى المحلية = $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

(١٢) د(س) = $\frac{4\text{س}}{\text{س}^2 + 1}$

∴ دَ(س) = $\frac{(\text{س}^2 + 1) \times (4) - 4\text{س} \times 2\text{س}}{(\text{س}^2 + 1)^2}$

= $\frac{-4\text{س}^2 + 4}{(\text{س}^2 + 1)^2}$

، دَ(س) = ٠ عند س = ١ ∈ [−١ ، ٢]

أ، عند س = −١ ∈ [−١ ، ٢]

∵ د(−١) = −٢ ، د(١) = ٢ ، د(٢) = $\frac{6}{5}$

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقة = ٢

، ولها قيمة صغرى مطلقة = −٢

(١٣) ∵ د(س) = (س − ٨)^{$\frac{2}{3}$} + ١

∴ دَ(س) = $\frac{2}{3}$ (س − ٨)^{$-\frac{1}{3}$}

، ∵ دَ(س) غير معرفة عند س = ٨ ∈ [٠ ، ٩]

، ∵ د(٠) = ٥ ، د(٨) = ١ ، د(٩) = ٢

∴ القيمة الصغرى المطلقة للدالة = ١ عند س = ٨

(١٤) د(س) = $\frac{\text{س}^2 + 1}{\text{س}^2 + 3}$

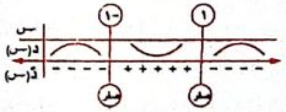
∴ دَ(س) = $\frac{2\text{س}(\text{س}^2 + 3) - 2\text{س}(\text{س}^2 + 1)}{(\text{س}^2 + 3)^2}$

= $\frac{4\text{س}}{(\text{س}^2 + 3)^2}$

، دً(س) = $\frac{4(\text{س}^2 + 3)^2 - 16\text{س}^2(\text{س}^2 + 3)}{(\text{س}^2 + 3)^4}$

= $\frac{-12(\text{س}^2 - 1)}{(\text{س}^2 + 3)^3}$

∴ دً(س) = ٠ عندما س = ١ أ، س = −١



∴ منحنى الدالة محدب لأعلى فى]− ∞ ، −١[

،]١ ، ∞[

، محدب لأسفل فى]−١ ، ١[

∴ توجد نقطتا انقلاب هما (−١ ، $\frac{1}{2}$)، (١ ، $\frac{1}{2}$)

(١٥) د(س) = ٣ $\sqrt{4 - \text{س}^2}$

∴ دَ(س) = $\frac{3}{2}$ (٤ − س^٢)^{$-\frac{1}{2}$} × −٢ س

= $\frac{-3\text{س}}{\sqrt{4 - \text{س}^2}}$

، دَ(س) = ٠ عند س = ٠ ∈ [٠ ، ٢]

، دَ(س) غير معرفة عند س = ٢ ∈ [٠ ، ٢]

، س = −٢ ∌ [٠ ، ٢]

، د(٠) = ٦ ، د(٢) = صفر

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقة هى ٦ تبلغها عند س = ٠

ولها قيمة صغرى مطلقة هى صفر تبلغها عند س = ٢

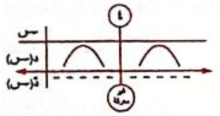
(١٦) د(س) = $\sqrt[3]{(\text{س} - 4)^2}$ = (س − ٤)^{$\frac{2}{3}$}

∴ دَ(س) = $\frac{2}{3}$ (س − ٤)^{$\frac{-1}{3}$}

، دَ(٤) غير معرفة لأن لها مماس رأسى

، دً(س) = $\frac{-2}{9}$ (س − ٤)^{$\frac{-4}{3}$} = $\frac{-2}{9\sqrt[3]{(\text{س} - 4)^4}}$

، دً(س) غير معرفة عند س = ٤



المنحنى محدب لأعلى فى]− ∞ ، ٤[،]٤ ، ∞[

وليس للمنحنى نقط انقلاب.

(١٧) د(س) = { ٢ س + س^٢ ، س < ٠ ؛ ٢ س − س^٢ ، س ≥ ٠ }

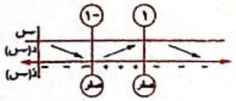
باستخدام التعريف دَ(٠^+) = دَ(٠^−) = ٢

∴ دَ(س) = { ٢ + ٢ س ، س < ٠ ؛ ٢ ، س = ٠ ؛ ٢ − ٢ س ، س > ٠ }

دَ(س) = ٠ : ٢ + ٢ س = ٠

∴ س = −١ < ٠

، ٢ − ٢ س = ٠ ∴ س = ١ > ٠



الدالة لها قيمة صغرى محليه عند س = −١

، د(−١) = ٢ (−١) + (−١)^٢ = −١

ولها قيمة عظمى محليه عند س = ١

، د(١) = ٢ (١) − (١)^٢ = ١

(١٨) د(س) = { (س − ٤) س ، س ≥ ٠ ؛ −(س − ٤) س ، س < ٠ }

= { س^٢ − ٤ س ، س ≥ ٠ ؛ ٤ س − س^٢ ، س < ٠ }

باستخدام التعريف : ∴ دَ(٠^−) ≠ دَ(٠^+)

∴ الدالة غير قابلة للاشتقاق عند س = ٠

، ∵ دَ(س) = { ٢ س − ٤ ، س > ٠ ؛ غير موجودة ، س = ٠ ؛ ٤ − ٢ س ، س < ٠ }

∴ دَ(س) = صفر عندما س = ٢

∴ توجد نقطتان حرجتان عند س = ٢ ، س = ٠

، ∵ ٠ ∌ [١ ، ٤] ، ٢ ∈ [١ ، ٤]

∴ نوجد د(١) ، د(٢) ، د(٤)

∴ د(١) = (١)^٢ − ٤ (١) = −٣

، د(٢) = (٢)^٢ − ٤ (٢) = −٤

، د(٤) = (٤)^٢ − ٤ (٤) = صفر

∴ القيمة العظمى المطلقة = صفر

، القيمة الصغرى المطلقة = −٤

حل آخر :

∵ د(س) = (س − ٤) |س| = (س − ٤) $\sqrt{\text{س}^2}$

∴ دَ(س) = $\sqrt{\text{س}^2}$ + (س − ٤) × $\frac{2\text{س}}{2\sqrt{\text{س}^2}}$

= |س| + $\frac{\text{س}(\text{س} - 4)}{|\text{س}|}$

= $\frac{\text{س}^2 + \text{س}^2 - 4\text{س}}{|\text{س}|}$ = $\frac{2\text{س}(\text{س} - 2)}{|\text{س}|}$

، عندما دَ(س) = ٠ ∴ س = ٠ أو س = ٢

، ∵ د(١) = −٣ ، د(٢) = −٤ ∴ د(٤) = ٠

∴ القيمة العظمى المطلقة = صفر

، القيمة الصغرى المطلقة = −٤

(١٩) د(س) = |س^٢ − ١| = { −س^٢ + ١ ، س < ١ ؛ س^٢ − ١ ، س ≥ ١ }

دَ(١^−) = $\lim_{\text{هـ} \to 0^-}$ $\frac{-(1 + \text{هـ})^2 + 1 - \text{صفر}}{\text{هـ}}$ = −٢

، دَ(١^+) = $\lim_{\text{هـ} \to 0^+}$ $\frac{(1 + \text{هـ})^2 - 1 - \text{صفر}}{\text{هـ}}$ = ٢

∴ دَ(١^+) ≠ دَ(١^−)

∴ دَ(١) غير موجودة

كل الكتب والملخصات ابحث في تيليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ دَ(س) = { −٣ س^{٢} ، س < ١ ؛ غير موجودة ، س = ١ ؛ ٣ س^{٢} ، س > ١ }

دً(س) = { −٦ س ، س < ١ ؛ غير موجودة ، س = ١ ؛ ٦ س ، س > ١ }

عند س < ١ دً(س) = ٠ ∴ −٦ س = ٠

∴ س = ٠ وتتغير دً(س) قبل وبعد الصفر

، ∵ لها مماس وحيد لأن دَ(٠) موجودة

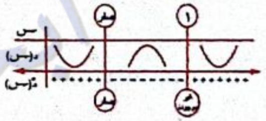
∴ عند س = ٠ توجد نقطة انقلاب (٠ ، ١)

، عند س > ١ دً(س) = ٠

∴ ٦ س = ٠ ∴ س = ٠ (لا تحقق)

دَ(س) غير موجودة عند س = ١

∴ ليس لها مماس وحيد عند س = ١



المنحنى محدب لأعلى فى]٠ ، ١[

المنحنى محدب لأسفل فى]−∞ ، ٠[،]١ ، ∞[

يوجد نقط انقلاب عند (٠ ، ١)

---

٢٠ ص = س^{٣} + أ س^{٢} + ب س

∴ صَ = ٣ س^{٢} + ٢ أ س + ب

∴ صً = ٦ س + ٢ أ

، ∵ توجد نقطة انقلاب عند س = ٣

∴ صفر = ٦ (٣) + ٢ أ ∴ أ = −٩

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة (٣ ، −٩)

∴ −٩ = ٢٧ + ٩ × أ + ٣ × ب

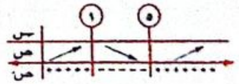
بالتعويض عن قيمة أ

∴ ب = ١٥

∴ معادلة المنحنى : ص = س^{٣} − ٩ س^{٢} + ١٥ س

∴ صَ = ٣ س^{٢} − ١٨ س + ١٥

، بوضع صَ = ٠ ∴ س = ١ أ، ٥



∴ للدالة قيمة عظمى محلية عند س = ١ ، د(١) = ٧

، للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ٥

، د(٥) = −٢٥

---

٢١ ∵ د(س) = أ س − س^{٣}

∴ دَ(س) = أ − ٣ س^{٢}

، ∵ د(١) هى القيمة العظمى المطلقة للدالة د

حيث س ∈ [٠ ، ٤]

∴ د(١) هى قيمة عظمى محلية

∴ دَ(١) = صفر

∴ أ − ٣ س^{٢} = صفر عند س = ١

∴ أ − ٣ = ٠ ∴ أ = ٣

∴ د(س) = ٣ س − س^{٣}

، ∵ د(٠) = صفر ، د(٤) = −٥٢ ، د(١) = ٢

∴ القيمة الصغرى المطلقة = −٥٢

---

٢٢ د(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢}

∵ النقطة (١ ، ١٢) تقع على المنحنى

∴ د(١) = ١٢ ∴ أ + ب = ١٢ (١)

، دَ(س) = ٣ أ س^{٢} + ٢ ب س

، دً(س) = ٦ أ س + ٢ ب

عند س = ١ دً(س) = ٠

∴ صفر = ٦ أ + ٢ ب (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ أ = −٦ ، ب = ١٨

∴ د(س) = −٦ س^{٣} + ١٨ س^{٢}

، دَ(س) = −١٨ س^{٢} + ٣٦ س

، عندما دَ(س) = ٠

∴ −١٨ س (س − ٢) = ٠

∴ س = ٠ أ، س = ٢

∴ د(−١) = د(٢) = ٢٤

، د(٠) = د(٣) = ٠

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقه هى ٢٤

وتبلغها عند س = −١ ، عند س = ٢

ولها قيمة صغرى مطلقة هى صفر وتبلغها عند س = ٠ ، عند س = ٣

٢٣ د(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + حـ س + ء

∴ دَ(س) = ٣ أ س^{٢} + ٢ ب س + حـ

، دً(س) = ٦ أ س + ٢ ب

∵ المنحنى له نقطة انقلاب عند (١ ، ٢)

∴ دً(١) = صفر ∴ ٦ أ + ٢ ب = ٠

∴ ب = −٣ أ (١)

∴ المنحنى له قيمة عظمى محلية عند (٢ ، ٤)

∴ دَ(٢) = صفر ∴ ١٢ أ + ٤ ب + حـ = ٠

ومن (١) : ∴ ١٢ أ − ١٢ أ + حـ = ٠

∴ حـ = ٠ (٢)

∵ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٢)

∴ د(١) = ٢ ∴ أ + ب + حـ + ء = ٢

ومن (١) ، (٢) : ∴ أ − ٣ أ + ء = ٢

∴ −٢ أ + ء = ٢ (٣)

∵ المنحنى يمر بالنقطة (٢ ، ٤)

∴ د(٢) = ٤ ∴ ٨ أ + ٤ ب + ٢ حـ + ء = ٤

ومن (١) ، (٢) : ∴ ٨ أ − ١٢ أ + ٠ + ء = ٤

∴ −٤ أ + ء = ٤ (٤)

وبحل المعادلتين (٣) ، (٤) :

∴ أ = −١ ، ء = ٠ ∴ ب = ٣

∴ معادلة المنحنى هى : د(س) = −س^{٣} + ٣ س^{٢}

---

٢٤ بفرض أن معادلة المنحنى هى :

ص = أ س^{٣} + ب س^{٢} + حـ س + ء

حيث أ ، ب ، حـ ، ء ثوابت حقيقية

∴ صَ = ٣ أ س^{٢} + ٢ ب س + حـ

، صً = ٦ أ س + ٢ ب

∵ دً(س) < ٠ عندما س < $-\frac{٢}{٣}$

، دً(س) > ٠ عندما س > $-\frac{٢}{٣}$

∴ عند س = $-\frac{٢}{٣}$ نقطة انقلاب

∴ صً = ٠

∴ −٤ أ + ٢ ب = ٠ ∴ ب = ٢ أ (١)

∵ (−١ ، ٢) نقطة حرجة

∴ صَ = ٠ عندما س = −١

∴ ٣ أ − ٢ ب + حـ = ٠ (٢)

∵ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٦)

∴ أ + ب + حـ + ء = ٦ (٣)

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة (−١ ، ٢)

∴ −أ + ب − حـ + ء = ٢ (٤)

وبحل المعادلات الأربعة معًا ينتج أن :

أ = ١ ، ب = ٢ ، حـ = ١ ، ء = ٢

∴ معادلة المنحنى هى :

ص = س^{٣} + ٢ س^{٢} + س + ٢

∴ صَ = ٣ س^{٢} + ٤ س + ١ ، صً = ٦ س + ٤

∴ صَ = ٠ عندما ٣ س^{٢} + ٤ س + ١ = ٠

أى عندما س = −١ أ، س = $-\frac{١}{٣}$

، ∵ دً(−١) = −٢ < ٠

∴ عند س = −١ توجد نقطة عظمى محلية

، ∵ دً($-\frac{١}{٣}$) = ٢ > ٠

∴ عند س = $-\frac{١}{٣}$ توجد نقطة صغرى محلية.

---

٢٥ ① بوضع ص = صفر ∴ س جا س = ٠

∴ س = ٠ أ، جا س = صفر

∴ س = π ∴ أ = π

② ∵ ص = س جا س

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = جا س + س جتا س

، ∵ ب نقطة نهاية عظمى

∴ عند نقطة ب يكون $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠

∴ جا س + س جتا س = ٠ (بالقسمة على جتا س)

∴ س + ظا س = صفر

رابعًا مسائل على تطبيقات القيم العظمى والصغرى

١ نفرض أن العدد هو س

∴ ص = $\frac{١}{س}$ + ٤ س^{٢}

∴ صَ = −س$^{-٢}$ + ٨ س = $\frac{-١ + ٨ س^{٣}}{س^{٢}}$

، صً = ٢ س$^{-٣}$ + ٨

، صَ = ٠ ∴ ٨ س^{٣} = ١ ∴ س = $\frac{١}{٢}$

، (صً)$_{س = \frac{١}{٢}}$ = ٢٤ (موجب)

∴ عند س = $\frac{١}{٢}$ يكون المجموع أصغر ما يمكن

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

٢ نفرض أصغر عدد = س

∴ أكبر الأعداد = ٣ س

∴ العدد الثالث = ١٢ − ٤ س

نفرض حاصل ضربهما ص

∴ ص = س × ٣ س × (١٢ − ٤ س)

∴ ص = ٣٦ $س^{٢}$ − ١٢ $س^{٣}$

ص َ = ٧٢ س − ٣٦ $س^{٢}$

بوضع ص َ = ٠ ∴ ٧٢ س − ٣٦ $س^{٢}$ = ٠

∴ ٢ س − $س^{٢}$ = ٠ ∴ س (٢ − س) = ٠

س = ٠ مرفوض أ، س = ٢

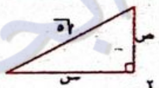
، ∵ ص ً = ٧٢ − ٧٢ س

عند س = ٢ ص ً = −٧٢ < ٠

∴ حاصل ضرب الأعداد أكبر ما يمكن عند س = ٢

∴ الأعداد هي ٢ ، ٤ ، ٦

---

٣ 

∵ $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٥

∴ $ص^{٢}$ = ٥ − $س^{٢}$

∴ ص = $\sqrt{٥ - س^{٢}}$ حيث ٠ < $س^{٢}$ < ٥

∴ م = ٢ س + $\sqrt{٥ - س^{٢}}$ (١)

∴ $\frac{ءم}{ءس} = ٢ + \frac{-٢س}{٢\sqrt{٥ - س^{٢}}} = \frac{٢\sqrt{٥ - س^{٢}} - س}{\sqrt{٥ - س^{٢}}}$

وبوضع $\frac{ءم}{ءس}$ = ٠ ∴ ٢ $\sqrt{٥ - س^{٢}}$ = س

∴ ٤ (٥ − $س^{٢}$) = $س^{٢}$ ∴ ٥ $س^{٢}$ = ٢٠

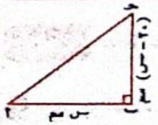
∴ $س^{٢}$ = ٤ ∴ س = ± ٢

∴ س = ٢ أ، س = −٢ (مرفوض)

ومن (١) :

∴ م = ٥ وهى أكبر قيمة ممكنة للمقدار م

---

٤ 

نفرض أ ب = س سم

∴ ب جـ = (٢٠ − س) سم

∴ المساحة (م)

= $\frac{١}{٢}$ × س × (٢٠ − س)

∴ م = ١٠ س − $\frac{١}{٢}$ $س^{٢}$

∴ $\frac{ءم}{ءس}$ = ١٠ − س ، بوضع $\frac{ءم}{ءس}$ = ٠

∴ ١٠ − س = ٠ ∴ س = ١٠

، ∵ $\frac{ء^{٢}م}{ءس^{٢}}$ = −١ < ٠

∴ س = ١٠ تجعل المساحة قيمة عظمى

∴ م = ١٠ × ١٠ − $\frac{١}{٢}$ × ١٠٠ = ٥٠ $سم^{٢}$

∴ أكبر مساحة ممكنة للمثلث أ ب جـ = ٥٠ $سم^{٢}$

---

٥ نفرض أن طول ضلع القاعدة = س ، الارتفاع = ع

∴ ٨ س + ٤ ع = ١٢٠ ∴ ٢ س + ع = ٣٠

∴ ع = ٣٠ − ٢ س (١)

∴ ح = $س^{٢}$ ع ومن (١) :

∴ ح = $س^{٢}$ (٣٠ − ٢ س) = ٣٠ $س^{٢}$ − ٢ $س^{٣}$

∴ ح َ = ٦٠ س − ٦ $س^{٢}$ وبوضع ح َ = ٠

∴ س = ٠ (مرفوض) أ، س = ١٠

، ∵ ح َ = ٦٠ س − ٦ $س^{٢}$ ∴ ح ً = ٦٠ − ١٢ س

، عند س = ١٠

∴ ح ً = −٦٠ < ٠ ∴ توجد نهاية عظمى

∴ عند س = ١٠ سم يكون الحجم أكبر ما يمكن

ومن (١) : ع = ١٠ سم

∴ أبعاد الصندوق ذو أكبر حجم هو ١٠ ، ١٠ ، ١٠ سم

---

٦ نفرض أن طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة = نق سم

، ارتفاع الأسطوانة = ع سم

، حجم الأسطوانة = ح $سم^{٣}$

، ∵ نق + ع = ٣٠ ∴ ع = ٣٠ − نق

، ∵ ح = π $نق^{٢}$ ع = π $نق^{٢}$ (٣٠ − نق)

= ٣٠ π $نق^{٢}$ − π $نق^{٣}$ (١)

∴ $\frac{ءح}{ءنق}$ = ٦٠ π نق − ٣ π $نق^{٢}$

، $\frac{ء^{٢}ح}{ءنق^{٢}}$ = ٦٠ π − ٦ π نق

القيم العظمى أو الصغرى تكون عند $\frac{ءح}{ءنق}$ = ٠

∴ ٦٠ π نق − ٣ π $نق^{٢}$ = ٠ ∴ نق = ٢٠ سم

أو نق = ٠ (مرفوض)

$\left(\frac{ء^{٢}ح}{ءنق^{٢}}\right)_{نق = ٢٠}$ = ٦٠ π − ١٢٠٠ π

= −٦٠ π < صفر

وعندها يكون الحجم أكبر ما يمكن

وبالتعويض فى (١) :

∴ ح = ١٢٠٠٠ π − ٨٠٠٠ π = ٤٠٠٠ π $سم^{٣}$

٧

نفرض أن نصف قطر دائرة القطاع = س

وطول القوس = ص

∴ المحيط = ٢ س + ص = ٣٠

∴ ص = ٣٠ − ٢ س

مساحته م = $\frac{١}{٢}$ س ص

م = $\frac{١}{٢}$ س (٣٠ − ٢ س) ∴ م = ١٥ س − $س^{٢}$

∴ م َ = ١٥ − ٢ س ∴ م ً = −٢

، م َ = ٠ عند س = ٧,٥

، ∵ م ً (٧,٥) = −٢ < ٠ (عظمى)

∴ نصف قطر دائرته = ٧,٥ سم

---

٨ نفرض أن طول نصف قطر دائرة القطاع = نق

، طول القوس = ل

∴ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق = ٤ ∴ ل = $\frac{٨}{نق}$

بفرض أن محيط القطاع (ح)

∴ ح = ٢ نق + ل = ٢ نق + $\frac{٨}{نق}$ = ٢ نق + ٨ $نق^{-١}$

∴ ح َ = ٢ − ٨ $نق^{-٢}$ ، ح ً = ١٦ $نق^{-٣}$

بوضع ح َ = صفر ∴ نق = ± ٢ (السالب مرفوض)

، ∵ ح ً (٢) = ٢ > ٠

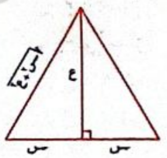
∴ ح لها قيمة صغرى عند نق = ٢

، ل = $\frac{٨}{نق}$ = $\frac{٨}{٢}$ = ٤

، $θ^{ء}$ = $\frac{ل}{نق}$ = $\frac{٤}{٢}$ = $٢^{ء}$

---

٩ نفرض أن طول قاعدة المثلث ٢ س وارتفاعه ع



∵ المحيط = ٢٨ سم

∴ ٢ س + ٢ $\sqrt{س^{٢} + ع^{٢}}$

= ٢٨

∴ $\sqrt{س^{٢} + ع^{٢}}$ = ١٤ − س

∴ $س^{٢}$ + $ع^{٢}$ = ١٩٦ − ٢٨ س + $س^{٢}$

∴ $ع^{٢}$ = ١٩٦ − ٢٨ س

∴ ع = $\sqrt{١٩٦ - ٢٨س}$

∴ م (مساحة المثلث)

= $\frac{١}{٢}$ × ٢ س × $\sqrt{١٩٦ - ٢٨س}$

= $(١٩٦ س^{٢} - ٢٨ س^{٣})^{\frac{١}{٢}}$

∴ $\frac{ءم}{ءس}$ = $\frac{١}{٢}$ (٣٩٢ س − ٨٤ $س^{٢}$) $(١٩٦ س^{٢} - ٢٨ س^{٣})^{-\frac{١}{٢}}$

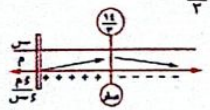
= $\frac{١٩٦ س - ٤٢ س^{٢}}{\sqrt{١٩٦ س^{٢} - ٢٨ س^{٣}}}$

نفرض أن : $\frac{ءم}{ءس}$ = ٠

∴ ١٩٦ س − ٤٢ $س^{٢}$ = ٠

س = ٠ مرفوض

∴ س = $\frac{١٤}{٣}$



∴ أكبر مساحة = $\frac{١٤}{٣}$ $\sqrt{١٩٦ - ٢٨ × \frac{١٤}{٣}}$

= $\frac{١٩٦}{٩}$ $\sqrt{٣}$ وحدة مربعة

---

١٠ ∵ د (س) = $\frac{٦}{س^{٢} + ٣}$

∴ ميل المماس ر (س) = $\frac{-١٢ س}{(س^{٢} + ٣)^{٢}}$

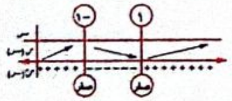
∴ ر َ (س)

= $\frac{-١٢ (س^{٢} + ٣)^{٢} + ١٢ س × ٤ س (س^{٢} + ٣)}{(س^{٢} + ٣)^{٤}}$

= $\frac{٣٦ (س^{٢} - ١)}{(س^{٢} + ٣)^{٣}}$

ميل المماس ر (س) يكون أكبر ما يمكن أو أصغر ما يمكن عندما يكون ر َ (س) = صفر

∴ $س^{٢}$ − ١ = ٠ ∴ س = ١ أ، س = −١



∴ توجد قيمة عظمى عند س = −١

وهى (−١ ، $\frac{٣}{٢}$)

، توجد قيمة صغرى عند س = ١

وهى (١ ، $\frac{٣}{٢}$)

---

١١ ف = $\sqrt{(س - ١)^{٢} + (ص - ٠)^{٢}}$

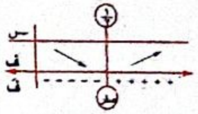
، ∵ ص = $\sqrt{س}$ ∴ $ص^{٢}$ = س

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

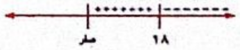
∴ ف = √(س² − ٢س + ١ + ص²)
= √(س² − ٢س + ١ + س)
= √(س² − س + ١)
∴ دف/دس = (٢س − ١) / (٢√(س² − س + ١))
، بوضع دف/دس = ٠ ∴ ٢س − ١ = ٠
∴ س = ١/٢



ومنها عند س = ١/٢
فإن ف لها قيمة صغرى
∴ ص = √(١/٢) = ١/√٢
∴ النقطة المطلوبة هى : (١/٢ ، ١/√٢)

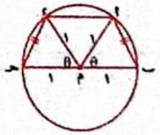
١٣ بفرض أن المثلث المرسوم داخل الدائرة أ ب جـ

ب جـ = ٢ ص سم
، أ ء (الارتفاع) = س سم
حيث س ، ٢ص ∈]٠ ، ٢٤[
∴ مساحة سطح المثلث م = (١/٢) (٢ ص) × س = س ص
من هندسة المثلث م ب ء : ص = √(١٤٤ − (س − ١٢)²)
∴ ص = √(٢٤س − س²) ∴ م = س √(٢٤س − س²)
∴ مَ = √(٢٤س − س²) + س × (٢٤ − ٢س) / (٢√(٢٤س − س²))
= (٢٤س − س² + ١٢س − س²) / √(٢٤س − س²) = (٣٦س − ٢س²) / √(٢٤س − س²)
بوضع : مَ = ٠
∴ س = ٠ (مرفوض)
، س = ١٨



∵ إشارة مَ تتغير على جانبي س = ١٨
∴ مساحة المثلث تكون أكبر ما يمكن عند س = ١٨
∴ أكبر مساحة هى [م]س=١٨ = ١٠٨√٣ سم²

١٢ مساحة شبه المنحرف



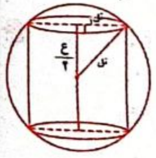
= مساحة Δ أ ب م
+ مساحة Δ أ م ء
+ مساحة Δ ء م جـ
= ١/٢ × ١ × ١ × جا θ + ١/٢ × ١ × ١ ×
جا (١٨٠° − ٢θ) + ١/٢ × ١ × ١ × جا θ

∴ م = جا θ + ١/٢ جا ٢θ
∴ دم/دθ = جتا θ + جتا ٢θ = جتا θ + ٢ جتا² θ − ١
نجعل دم/دθ = ٠ ∴ جتا θ = −١
منها θ = ١٨٠° (مرفوض)
أو جتا θ = ١/٢ منها θ = ٦٠°
، ∵ د²م/دθ² = −جا θ − ٢ جا ٢θ
(د²م/دθ²)θ=٦٠° = −√٣/٢ − ٢ × √٣/٢ < ٠
(قيمة عظمى)
∴ أكبر مساحة = جا ٦٠° + ١/٢ جا ١٢٠°
= √٣/٢ + ١/٢ × √٣/٢ = ٣√٣/٤ وحدة مربعة

١٤ من هندسة الشكل نجد أن :

ص/٢٤ = (١٨ − س)/١٨
∴ ص = ٤/٣ (١٨ − س)
، ∵ م = س ص
∴ م = ٤/٣ (١٨ س − س²)
∴ دم/دس = ٤/٣ (١٨ − ٢س)
وبوضع دم/دس = ٠ ∴ س = ٩
، ∵ د²م/دس² = −٨/٣ (سالبة)
∴ عند س = ٩ توجد قيمة عظمى محلية
∴ ص = ١٢ سم
∴ بعدى المستطيل هما : ٩ سم ، ١٢ سم

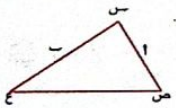
١٥ بفرض أن طول نصف قطر الأسطوانة نق



، طول نصف قطر الكرة نق
∵ ح = π نق² ع
، ∵ نق² = نق² − ١/٤ ع²
∴ ح = π ع (نق² − ١/٤ ع²)
∴ ح = π (نق² ع − ١/٤ ع³)
∴ دح/دع = π [نق² − ٣/٤ ع²]
، ∵ دح/دع = ٠ عندما نق² = ٣/٤ ع²
∴ ع² = ٤/٣ نق²

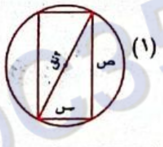
∴ ع = ±٢/√٣ نق (السالب مرفوض)
∴ ع = ٢/√٣ نق
∵ د²ح/دع² = −٣/٢ π ع < ٠
∴ الحجم أكبر ما يمكن عند ع = ٢/√٣ نق
∴ ح = π (نق²) × ٢/√٣ نق − ١/٤ × ٨/(٣√٣) نق³)
= ٤ π نق³ / (٣√٣)

١٦ بفرض أى مثلث



وليكن س ص ع
∴ مساحة المثلث (م)
= ١/٢ أ ب جا س
∴ دم/دس = ١/٢ أ ب جتا س وبوضع دم/دس = ٠
∴ ١/٢ أ ب جتا س = ٠ ∴ جتا س = ٠
∴ س = ٩٠°
، ∵ د²م/دس² = −١/٢ أ ب جا س
وبوضع س = ٩٠°
∴ د²م/دس² = −١/٢ أ ب < ٠
أى أن عند س = ٩٠° فهناك قيمة عظمى للدالة
أى أن الضلع الثالث قطر فى الدائرة المارة برؤوس المثلث.

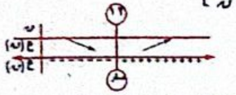
١٧ ∵ س² + ص² = ٤ نق²



∴ ص = √(٤ نق² − س²) (١)
، ∵ م = س ص
∴ م = س √(٤ نق² − س²)
∴ مَ = س × (−٢س) / (٢√(٤ نق² − س²)) + √(٤ نق² − س²)
∴ مَ = (٤ نق² − ٢ س²) / √(٤ نق² − س²)
، ∵ مَ = ٠ عندما س = √٢ نق
، مَ > ٠ عندما س < √٢ نق
، مَ < ٠ عندما س > √٢ نق
∴ توجد قيمة عظمى وبالتعويض من (١) :
∴ ص = √٢ نق
∵ س = ص = √٢ نق

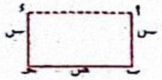
∴ الشكل مربع مساحته = √٢ نق × √٢ نق
= ٢ نق² وحدة مربعة

١٨ (أ) ع(ن) = ٢٠ [ن/١٢ − لوهـ (ن/١٢)] + ٣٠
∴ عَ(ن) = ٢٠ [١/١٢ − ١٢/ن × ١/١٢]
= ٢٠ [(ن − ١٢)/(١٢ ن)]
∵ عَ(ن) = صفر



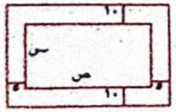
عندما ن = ١٢ يوم
∴ عدد البكتريا يكون أقل ما يمكن بعد ١٢ يوم.
(ب) أقل عدد من البكتريا
= ٢٠ [١٢/١٢ − لوهـ (١٢/١٢)] + ٣٠ = ٥٠ لكل سم³

١٩ نفرض أن بعدى المستطيل هما : س ، ص



∴ ٢ س + ص = ٨٠٠ متر
∴ ص = ٨٠٠ − ٢ س
نفرض أن مساحة المستطيل = م = س ص
∴ م = س (٨٠٠ − ٢ س) = ٨٠٠ س − ٢ س²
∴ مَ = ٨٠٠ − ٤ س
، بوضع مَ = ٠ ∴ س = ٢٠٠ متر
، ∵ مً = −٤ < ٠
∴ م لها قيمة عظمى عند س = ٢٠٠ متر
∴ بعدا المستطيل ٢٠٠ متر ، ٤٠٠ متر
∴ أكبر مساحة = ٢٠٠ × ٤٠٠ = ٨٠٠٠٠ متر²

٢٠ مساحة المادة المطبوعة



= س ص = ٨٠٠
∴ ص = ٨٠٠/س
مساحة المستطيل
= (س + ٢٠) (ص + ١٠)
∴ م = س ص + ١٠ س + ٢٠ ص + ٢٠٠
= ٨٠٠ + ١٠ س + ٢٠ × ٨٠٠/س + ٢٠٠
∴ مَ = ١٠ − ١٦٠٠٠ س⁻²
، مً = ٣٢٠٠٠ س⁻³

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

بوضع $\acute{م} = ٠$ ∴ $س = ٤٠$

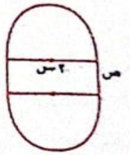
، ∵ $\acute{م}_{س = ٤٠} > ٠$

∴ $س = ٤٠$ تجعل المساحة أصغر ما يمكن

∴ بعدا المستطيل $= ٤٠ + ٢٠ = ٦٠$ سم

، $\frac{٨٠٠}{٤٠} + ١٠ = ٣٠$ سم

٢١ المحيط $= ٤٠٠$



∴ $٢ ص + ٢ \pi س = ٤٠٠$

∴ $ص = ٢٠٠ - \pi س$

، بفرض مساحة سطح الملعب «م» :

∴ $م = ٢ س ص + \pi س^٢$

$= ٢ س (٢٠٠ - \pi س) + \pi س^٢$

$= ٤٠٠ س - ٢ \pi س^٢ + \pi س^٢$

$= ٤٠٠ س - \pi س^٢$

∴ $\acute{م} = ٤٠٠ - ٢ \pi س$

، بوضع $\acute{م} = ٠$ ∴ $س = \frac{٢٠٠}{\pi}$

، $\acute{\acute{م}} = -٢ \pi < ٠$ عظمى

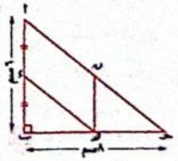
فى حالة المساحة أكبر ما يمكن

∴ $س = \frac{٢٠٠}{\pi}$

∴ $ص = ٢٠٠ - \pi \times \frac{٢٠٠}{\pi} =$ صفر

أى أن البعد ص يتلاشى ويصبح الشكل دائرة طول نصف قطرها $\frac{٢٠٠}{\pi}$ متر

٢٢ نفرض أن :



م = ب هـ × هـ حـ

ويفرض أن :

ب هـ = س سم

∴ $م = س (٨ - س) = ٨ س - س^٢$

∴ $\acute{م} = ٨ - ٢ س$

$\acute{\acute{م}} = -٢ <$ صفر (قيمة عظمى)

∴ $\acute{م} = ٠$ عندما $س = ٤$ سم

∴ هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

، ∵ $أ حـ = \sqrt{(٦)^٢ + (٨)^٢} = ١٠$ سم

نفرض أن : $ك = (أ ن)^٢ + (ن حـ)^٢$

ويفرض أن : أ ن = ص سم

∴ $ك = ص^٢ + (١٠ - ص)^٢$

$= ٢ ص^٢ - ٢٠ ص + ١٠٠$

∴ $\acute{ك} = ٤ ص - ٢٠$

، $\acute{\acute{ك}} = ٤ > ٠$ (قيمة صغرى)

∴ $\acute{ك} = ٠$ عندما $ص = ٥$

∴ ن منتصف $\overline{أ حـ}$

∴ الشكل أ ء هـ ن متوازى أضلاع

∴ مساحة الشكل = طول القاعدة × الارتفاع

$= ٣ \times ٤ = ١٢$ سم^٢

٢٣ نفرض أن : $ص = ع - \sqrt{س}$ ، ∵ $ع = س$

∴ $ص = س - \sqrt{س}$

∴ مجالها $= ح^+ \cup \{٠\}$

∴ $\acute{ص} = ١ - \frac{١}{٢ \sqrt{س}}$

بوضع $\acute{ص} = ٠$ ∴ $\frac{١}{٢ \sqrt{س}} = ١$

$٢ \sqrt{س} = ١$ ∴ $\sqrt{س} = \frac{١}{٢}$

∴ $س = \frac{١}{٤}$

∴ ص لها نقط حرجة عند $س = \frac{١}{٤}$

، ∵ $\acute{ص}$ غير معرفة عند $س = ٠$

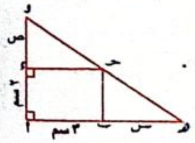
∴ ص لها نقطة حرجة عند $س = ٠$

∴ عند $س = \frac{١}{٤}$ تكون $ص = -\frac{١}{٤}$

، عند $س = ٠$ تكون $ص = ٠$

∴ أصغر قيمة للمقدار $= -\frac{١}{٤}$

٢٤ Δ (ب هـ حـ) ~ Δ (ء حـ و)



∴ $\frac{س}{٢} = \frac{٢}{ص}$ ، س ، ص > ٠

∴ $ص = \frac{٦}{س}$

مساحة المثلث أ هـ و (م) $= \frac{١}{٢} (٣ + س) (٢ + ص)$

∴ $م = \frac{١}{٢} (٣ + س) (٢ + \frac{٦}{س}) = ٦ + س + \frac{٩}{س}$

∴ $\frac{ءم}{ءس} = ١ - ٩ س^{-٢}$ ، بوضع $\frac{ءم}{ءس} = ٠$

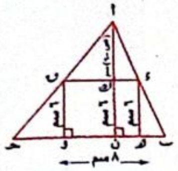
∴ $س^٢ = ٩$ ∴ $س = ٣$

، $\frac{ء^٢م}{ءس^٢} = ١٨ س^{-٣}$

، عند $س = ٣$ $\left(\frac{ء^٢م}{ءس^٢}\right) > ٠$ قيمة صغرى

∴ أصغر مساحة للمثلث $= ٦ + ٣ + \frac{٩}{٣} = ١٢$ سم^٢

٢٥ نرسم $\overline{أ ن}$ عموديًا على $\overline{ب حـ}$ يقطعه فى ن



، نفرض أن :

ب حـ = س سم

، أ ن = ص سم

، مساحة المثلث أ ب حـ = هـ سم^٢

ومن هندسة الشكل نجد أن :

Δ أ ء ك ~ Δ أ ب ن

∴ $\frac{أء}{أب} = \frac{ص - ٦}{ص}$ (١)

، Δ أ ء ل ~ Δ أ ب حـ

∴ $\frac{أء}{أب} = \frac{٨}{س}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\frac{٨}{س} = \frac{ص - ٦}{ص}$ ∴ $س = \frac{٨ ص}{ص - ٦}$

∵ $هـ = \frac{١}{٢} س \times ص$

$= \frac{١}{٢} ص \times \frac{٨ ص}{ص - ٦} = \frac{٤ ص^٢}{ص - ٦}$

∴ $\acute{هـ} = \frac{٨ ص (ص - ٦) - ٤ ص^٢}{(ص - ٦)^٢}$

$= \frac{٨ ص^٢ - ٤٨ ص - ٤ ص^٢}{(ص - ٦)^٢}$

$= \frac{٤ ص^٢ - ٤٨ ص}{(ص - ٦)^٢}$

∴ $\acute{هـ} = ٠$ عند $ص = ٠$ أ، $ص = ١٢$

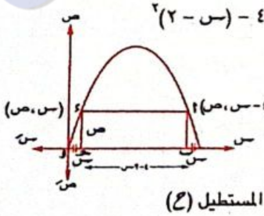
، ∵ $\acute{\acute{هـ}} = \frac{(٨ ص - ٤٨)(ص - ٦)^٢ - ٢ (ص - ٦)(٤ ص^٢ - ٤٨ ص)}{(ص - ٦)^٤}$

$= \frac{٨ (ص - ٦)^٢ - ٨ ص (ص - ١٢)}{(ص - ٦)^٣}$

، عند $ص = ١٢$ تكون $\acute{\acute{هـ}} > ٠$ (قيمة صغرى)

وعندها تكون أقل مساحة $= \frac{٤ \times ١٤٤}{١٢ - ٦} = ٩٦$ سم^٢

٢٦ ∵ $ص = ٤ - (س - ٢)^٢$



∵ محيط المستطيل (ح)

$= ٨ - ٤ س + ٢ ص$

$= ٨ - ٤ س + ٢ [٤ - (س - ٢)^٢]$

$= -٢ س^٢ + ٤ س + ٨$

∴ $\frac{ءح}{ءس} = -٤ س + ٤$

∴ $\frac{ءح}{ءس} = ٠$ عندما $س = ١$

، ∵ $\frac{ء^٢ح}{ءس^٢} = -٤ < ٠$

∴ يكون المحيط أكبر ما يمكن عندما $س = ١$

وعندئذ تكون $ص = ٣$

وعندئذ تكون المساحة $= ص (٤ - ٢ س) = ٣ (٢)$

$= ٦$ وحدة مساحة.

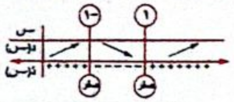
خامسا مسائل على التمثيل البيانى للمنحنيات

١ $ص = س^٣ - ٣ س + ٤$

∴ $\acute{ص} = ٣ س^٢ - ٣$

، $\acute{\acute{ص}} = ٦ س$

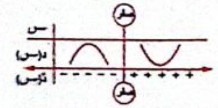
* بوضع $\acute{ص} = ٠$ ∴ $س = \pm ١$



∴ د متزايدة فى $]-\infty ، -١[$ ، $]١ ، \infty[$

، متناقصة فى $]-١ ، ١[$

* بوضع $\acute{\acute{ص}} = ٠$ ∴ $س = ٠$

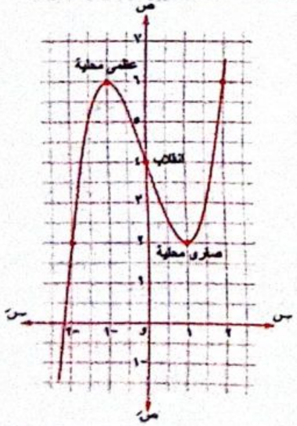


* لإيجاد نقط التقاطع مع محور الصادات

نضع $س = ٠$ ∴ $ص = ٤$

* نعين نقط مساعدة : د (-٢) = ٢ ، د (٢) = ٦

س	-٢	-١	٠	١	٢
د (س)	٢	٦	٤	٢	٦

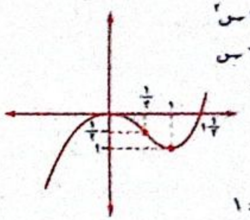


جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

❷ ∵ $\text{ص} = 2\text{س}^3 - 3\text{س}^2$

∴ $\text{ص}' = 6\text{س}^2 - 6\text{س}$

، $\text{ص}'' = 12\text{س} - 6$



∴ $\text{ص}' = 0$ عندما

$6\text{س}(\text{س} - 1) = 0$

∴ $\text{س} = 0$ أو $\text{س} = 1$

∴ عندما $\text{س} = 0$ تكون $\text{ص}'' = -6 < 0$

∴ عند $\text{س} = 0$ توجد قيمة عظمى محلية $= 0$

∴ $(0 ، 0)$ نقطة عندها قيمة عظمى محلية

، عندما $\text{س} = 1$ تكون $\text{ص}'' = 6 > 0$

∴ عند $\text{س} = 1$ توجد قيمة صغرى محلية $= -1$

∴ $(1 ، -1)$ نقطة عندها قيمة صغرى محلية

، بوضع $\text{ص}'' = 0$

∴ $12\text{س} - 6 = 0$ ∴ $\text{س} = \frac{1}{2}$

∴ $\text{د}''(\text{س}) < 0$ عندما $\text{س} < \frac{1}{2}$

∴ المنحنى محدب لأعلى في الفترة $]-\infty ، \frac{1}{2}[$

، $\text{د}''(\text{س}) > 0$ عندما $\text{س} > \frac{1}{2}$

∴ المنحنى محدب لأسفل في الفترة $]\frac{1}{2} ، \infty[$

، عندما: $\text{س} = \frac{1}{2}$ فإن: $\text{ص} = \frac{-1}{2}$

∴ $(\frac{1}{2} ، -\frac{1}{2})$ نقطة انقلاب.

❸ $\text{د}(\text{س}) = \text{س}^3 + \text{أ}\text{س}^2 + \text{ب}\text{س} + 4$

∴ $\text{د}'(\text{س}) = 3\text{س}^2 + 2\text{أ}\text{س} + \text{ب}$

، $\text{د}''(\text{س}) = 6\text{س} + 2\text{أ}$

، ∵ $\text{د}'(\text{س}) = 0$ عند $\text{س} = 2$

∴ $0 = 3(2)^2 + 2\text{أ}(2) + \text{ب}$

∴ $4\text{أ} + \text{ب} = -12$ (١)

، $\text{د}''(\text{س}) = 0$ عند $\text{س} = 1$

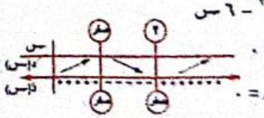
∴ $0 = 6(1) + 2\text{أ}$ ∴ $\text{أ} = -3$

من (١): فإن: $\text{ب} = 0$

∴ $\text{د}(\text{س}) = \text{س}^3 - 3\text{س}^2 + 4$

، $\text{د}'(\text{س}) = 3\text{س}^2 - 6\text{س}$

، بوضع $\text{د}'(\text{س}) = 0$

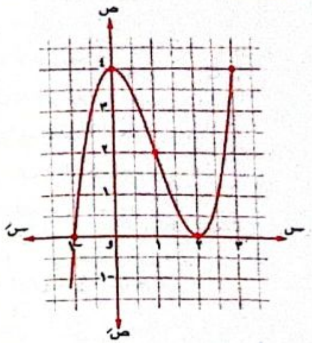


∴ $3\text{س}^2 - 6\text{س} = 0$

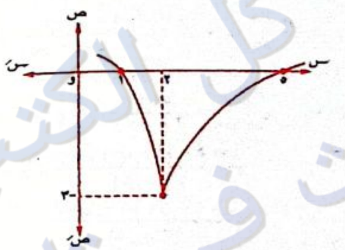
∴ $\text{س} = 0$ ، $\text{س} = 2$

* توجد نقط مساعدة: $\text{د}(-1) = 0$ ، $\text{د}(3) = 4$

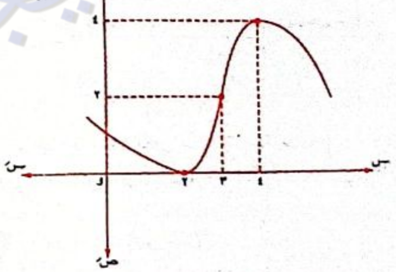
س	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	٠	٤	٢	٠	٤



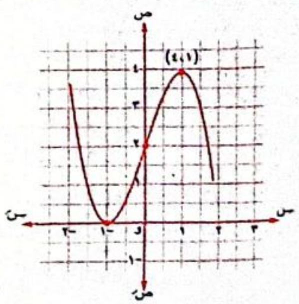
❹



❺



❻



سادسًا مسائل على التكامل

❶

(١) $\int (3\text{س}^2 - 4\text{هـ}^{2\text{س}})\,\text{ءس}$

$= \text{س}^3 - \frac{4\text{هـ}^{2\text{س}}}{2} + \text{ث}$

$= \text{س}^3 - 2\text{هـ}^{2\text{س}} + \text{ث}$

(٢) $\int \text{س}\,\text{جا}(2\text{س}^2)\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{4}\int 4\text{س}\,\text{جا}(2\text{س}^2)\,\text{ءس}$

$= \frac{-1}{4}\,\text{جتا}(2\text{س}^2) + \text{ث}$

(٣) $\int \text{ظا}(3\text{س} + 1)\,\text{ءس}$

$= -\frac{1}{3}\int \frac{-3\,\text{جا}(3\text{س} + 1)}{\text{جتا}(3\text{س} + 1)}\,\text{ءس}$

$= \frac{-1}{3}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جتا}(3\text{س} + 1)| + \text{ث}$

$= \frac{1}{3}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{قا}(3\text{س} + 1)| + \text{ث}$

(٤) $\int \text{س}(2\text{س}^2 + 1)^{10}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{4}\int 4\text{س}(2\text{س}^2 + 1)^{10}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{(2\text{س}^2 + 1)^{11}}{11} + \text{ث}$

$= \frac{1}{44}(2\text{س}^2 + 1)^{11} + \text{ث}$

(٥) $\int 6\text{س}(\text{س}^2 + 1)^5\,\text{ءس}$

$= 3\int (2\text{س})(\text{س}^2 + 1)^5\,\text{ءس}$

$= 3 \times \frac{1}{6}(\text{س}^2 + 1)^6 + \text{ث}$

$= \frac{1}{2}(\text{س}^2 + 1)^6 + \text{ث}$

(٦) $\int (\text{س}^2 + 2\text{س})(\text{س}^3 + 3\text{س}^2)^8\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{3}\int (3\text{س}^2 + 6\text{س})(\text{س}^3 + 3\text{س}^2)^8\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{27}(\text{س}^3 + 3\text{س}^2)^9 + \text{ث}$

(٧) $\int \frac{\text{س}^2\,\text{ءس}}{\sqrt{2\text{س}^3 + 1}} = \frac{1}{6}\int \frac{6\text{س}^2}{\sqrt{2\text{س}^3 + 1}}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{6} \times 2\sqrt{2\text{س}^3 + 1} + \text{ث}$

$= \frac{1}{3}\sqrt{2\text{س}^3 + 1} + \text{ث}$

(٨) $\int \frac{\sqrt{4\text{س}^2 + 1}}{\text{س}^4}\,\text{ءس}$

$= \int \sqrt{\frac{4\text{س}^2 + 1}{\text{س}^2}} \times \frac{1}{\text{س}^3}\,\text{ءس}$

$= \int (4 + \frac{1}{\text{س}^2})^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\text{س}^3}\,\text{ءس}$

$= -\frac{1}{2}\int (4 + \frac{1}{\text{س}^2})^{\frac{1}{2}}(\frac{-2}{\text{س}^3}\,\text{ءس})$

$= -\frac{1}{3}(\frac{1}{\text{س}^2} + 4)^{\frac{3}{2}} + \text{ث}$

(٩) $\int \frac{\text{س}}{3\text{س}^2 + 1}\,\text{ءس} = \frac{1}{6}\int \frac{6\text{س}}{3\text{س}^2 + 1}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{6}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|3\text{س}^2 + 1| + \text{ث}$

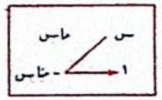
(١٠) $\int \frac{\text{لو}_{\text{هـ}} 5\text{س}}{\text{س}}\,\text{ءس}$

$= \int \frac{1}{\text{س}}(\text{لو}_{\text{هـ}} 5\text{س})\,\text{ءس}$

$= \frac{(\text{لو}_{\text{هـ}} 5\text{س})^2}{2} + \text{ث}$

❷

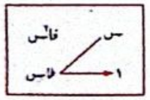
(١) $\int \text{س}\,\text{جاس}\,\text{ءس}$



$= -\text{س}\,\text{جتاس} + \int \text{جتاس}\,\text{ءس}$

$= -\text{س}\,\text{جتاس} + \text{جاس} + \text{ث}$

(٢) $\int \text{س}\,\text{قا}^2\text{س}\,\text{ءس}$

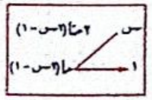


$= \text{س}\,\text{ظاس} - \int \text{ظاس}\,\text{ءس}$

$= \text{س}\,\text{ظاس} - \int \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}\,\text{ءس}$

$= \text{س}\,\text{ظاس} + \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جتاس}| + \text{ث}$

(٣) $\int 2\text{س}\,\text{جتا}(2\text{س} - 1)\,\text{ءس}$

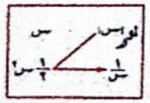


$= \text{س}\,\text{جا}(2\text{س} - 1)$

$- \int \text{جا}(2\text{س} - 1)\,\text{ءس}$

$= \text{س}\,\text{جا}(2\text{س} - 1) + \frac{1}{2}\,\text{جتا}(2\text{س} - 1) + \text{ث}$

(٤) $\int \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}|\,\text{ءس}$

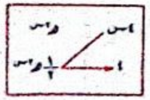


$= \frac{1}{2}\text{س}^2\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}|$

$- \int \frac{1}{2}\text{س}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{2}\text{س}^2\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}| - \frac{1}{4}\text{س}^2 + \text{ث}$

(٥) $\int 4\text{س}\,\text{هـ}^{2\text{س}}\,\text{ءس}$



$= 2\text{س}\,\text{هـ}^{2\text{س}}$

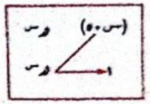
$- \int 2\text{هـ}^{2\text{س}}\,\text{ءس}$

$= 2\text{س}\,\text{هـ}^{2\text{س}} - \frac{2\text{هـ}^{2\text{س}}}{2} + \text{ث}$

$= 2\text{س}\,\text{هـ}^{2\text{س}} - \text{هـ}^{2\text{س}} + \text{ث}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

(٦) $\int (س+٥)\, هـ^{س}\, ءس$



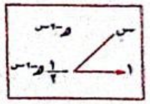
$= (س+٥)\, هـ^{س}$

$- \int هـ^{س}\, ءس$

$= (س+٥)\, هـ^{س} - هـ^{س} + ث$

$= س\, هـ^{س} + ٤\, هـ^{س} + ث$

(٧) $\int \frac{س}{هـ^{٢س}}\, ءس$



$= \int س\,.\, هـ^{-٢س}\, ءس$

$= \frac{-١}{٢} س\, هـ^{-٢س} - \int \frac{-١}{٢} هـ^{-٢س}\, ءس$

$= \frac{-١}{٢} س\, هـ^{-٢س} + \frac{١}{٢}\left(\frac{-١}{٢} هـ^{-٢س}\right) + ث$

$= \frac{-١}{٢} س\, هـ^{-٢س} - \frac{١}{٤} هـ^{-٢س} + ث$

(٨) بفرض أن : $س + ٢ = ع$ $\therefore ءس = ءع$

$\therefore \int س(س+٢)^{٦}\, ءس = \int (ع-٢) \times ع^{٦}\, ءع$

$= \int (ع^{٧} - ٢ع^{٦})\, ءع$

$= \frac{١}{٨} ع^{٨} - \frac{٢}{٧} ع^{٧} + ث$

$= \frac{١}{٨} (س+٢)^{٨}$

$- \frac{٢}{٧} (س+٢)^{٧} + ث$

حل آخر :

$\int (س+٢-٢)(س+٢)^{٦}\,.ءس$

$= \int [(س+٢)^{٧} - ٢(س+٢)^{٦}]\,.ءس$

$= \frac{١}{٨}(س+٢)^{٨} - \frac{٢}{٧}(س+٢)^{٧} + ث$

(٩) بفرض أن : $س - ١ = ع$ $\therefore ءس = ءع$

$\therefore \int س \sqrt[٣]{س-١}\, ءس$

$= \int (ع+١)\, ع^{\frac{١}{٣}}\, ءع$

$= \int (ع^{\frac{٤}{٣}} + ع^{\frac{١}{٣}})\, ءع$

$= \frac{٣}{٧} ع^{\frac{٧}{٣}} + \frac{٣}{٤} ع^{\frac{٤}{٣}} + ث$

$= \frac{٣}{٧}(س-١)^{\frac{٧}{٣}} + \frac{٣}{٤}(س-١)^{\frac{٤}{٣}} + ث$

(١٠) بفرض أن : $٢س + ٣ = ع$

$\therefore س = \frac{١}{٢} ع - \frac{٣}{٢}$ $\therefore ءس = \frac{١}{٢}\, ءع$

$\therefore \int ٢س \sqrt{٢س+٣}\, ءس$

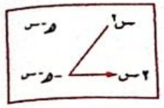
$= \int ٢\left(\frac{١}{٢} ع - \frac{٣}{٢}\right) \times ع^{\frac{١}{٢}} \times \frac{١}{٢}\, ءع$

$= \int \left(\frac{١}{٢} ع^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٣}{٢} ع^{\frac{١}{٢}}\right) ءع$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥} ع^{\frac{٥}{٢}} - \frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣} ع^{\frac{٣}{٢}} + ث$

$= \frac{١}{١٠}(٢س+٣)^{\frac{٥}{٢}} - \frac{١}{٢}(٢س+٣)^{\frac{٣}{٢}} + ث$

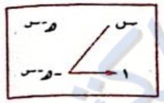
(١١) $\int س^{٢}\, هـ^{-س}\, ءس$



$= -س^{٢}\, هـ^{-س}$

$- \int -٢س\, هـ^{-س}\, ءس$

$= -س^{٢}\, هـ^{-س} + ٢\int س\, هـ^{-س}\, ءس$



$= -س^{٢}\, هـ^{-س}$

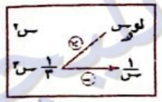
$+ ٢\,[-س\, هـ^{-س}$

$- \int -هـ^{-س}\, ءس]$

$= -س^{٢}\, هـ^{-س} - ٢س\, هـ^{-س} - ٢\, هـ^{-س} + ث$

$= -هـ^{-س}\,[س^{٢} + ٢س + ٢] + ث$

(١٢) $\int س^{٢}\, لو_{هـ} س\, ءس$



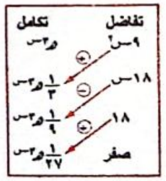
$= \frac{١}{٣} س^{٣}\, لو_{هـ} س$

$- \int \frac{١}{٣} س^{٣} \times \frac{١}{س}\, ءس$

$= \frac{١}{٣} س^{٣}\, لو_{هـ} س - \frac{١}{٣} \int س^{٢}\, ءس$

$= \frac{١}{٣} س^{٣}\, لو_{هـ} س - \frac{١}{٩} س^{٣} + ث$

(١٣) $\int ٩ س^{٢}\, هـ^{٣س}\, ءس$



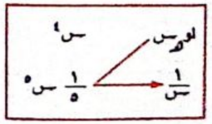
$= ٣ س^{٢}\, هـ^{٣س}$

$- ٢س\, هـ^{٣س}$

$+ \frac{٢}{٣}\, هـ^{٣س} + ث$

$= هـ^{٣س}\left(٣س^{٢} - ٢س + \frac{٢}{٣}\right) + ث$

(١٤) $\int س^{٤}\, لو_{هـ} س\, ءس$



$= \frac{١}{٥} س^{٥}\, لو_{هـ} س$

$- \int \frac{١}{٥} س^{٤}\, ءس$

$= \frac{١}{٥} س^{٥}\, لو_{هـ} س - \frac{١}{٢٥} س^{٥} + ث$

(١٥) $\int س^{٣}(س^{٢}+١)^{٦}\, ءس$

بوضع $ع = س^{٢} + ١$

$\therefore ءع = ٢س\, ءس$ $\therefore س\, ءس = \frac{١}{٢}\, ءع$

$\therefore \int س^{٣}(س^{٢}+١)^{٦}\, ءس$

$= \int س^{٢}\,.\,س(س^{٢}+١)^{٦}\, ءس$

$= \int (ع-١)\, ع^{٦} \times \frac{١}{٢}\, ءع$

$= \int \left(\frac{١}{٢} ع^{٧} - \frac{١}{٢} ع^{٦}\right) ءع$

$= \frac{١}{١٦} ع^{٨} - \frac{١}{١٤} ع^{٧} + ث$

$= \frac{١}{١٦}(س^{٢}+١)^{٨} - \frac{١}{١٤}(س^{٢}+١)^{٧} + ث$

(١٦) $\int س^{٢}\sqrt{س-٣}\, ءس$ ، بوضع $ع = \sqrt{س-٣}$

$\therefore س = ع^{٢} + ٣$ $\therefore ءس = ٢ع\, ءع$

$\therefore \int س^{٢}\sqrt{س-٣}\, ءس$

$= \int (ع^{٢}+٣)^{٢} \times ع \times ٢ع\, ءع$

$= \int ٢ع^{٢}(ع^{٤} + ٦ع^{٢} + ٩)\, ءع$

$= \int (٢ع^{٦} + ١٢ع^{٤} + ١٨ع^{٢})\, ءع$

$= \frac{٢}{٧} ع^{٧} + \frac{١٢}{٥} ع^{٥} + ٦ع^{٣} + ث$

$= \frac{٢}{٧}(س-٣)^{\frac{٧}{٢}} + \frac{١٢}{٥}(س-٣)^{\frac{٥}{٢}}$

$+ ٦(س-٣)^{\frac{٣}{٢}} + ث$

(١٧) $\int (س^{٢}+١)\sqrt{س+٢}\, ءس$

بوضع $ع = \sqrt{س+٢}$

$\therefore س = ع^{٢} - ٢$ ، $ءس = ٢ع\, ءع$

$\therefore \int (س^{٢}+١)(\sqrt{س+٢})\, ءس$

$= \int ((ع^{٢}-٢)^{٢} + ١)\, ع \times ٢ع\, ءع$

$= \int ٢ع^{٢}(ع^{٤} - ٤ع^{٢} + ٥)\, ءع$

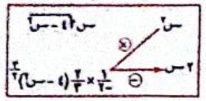
$= \int (٢ع^{٦} - ٨ع^{٤} + ١٠ع^{٢})\, ءع$

$= \frac{٢}{٧} ع^{٧} - \frac{٨}{٥} ع^{٥} + \frac{١٠}{٣} ع^{٣} + ث$

$= \frac{٢}{٧}(س+٢)^{\frac{٧}{٢}} - \frac{٨}{٥}(س+٢)^{\frac{٥}{٢}}$

$+ \frac{١٠}{٣}(س+٢)^{\frac{٣}{٢}} + ث$

(١٨) $\int س^{٣}\sqrt{٤-س^{٢}}\, ءس = \int س^{٢} \times س\sqrt{٤-س^{٢}}\, ءس$



$= -\frac{١}{٣} س^{٢}(٤-س^{٢})^{\frac{٣}{٢}}$

$- \int -\frac{٢}{٣} س(٤-س^{٢})^{\frac{٣}{٢}}\, ءس$

$= -\frac{١}{٣} س^{٢}(٤-س^{٢})^{\frac{٣}{٢}}$

$- \frac{١}{٣} \int -٢س(٤-س^{٢})^{\frac{٣}{٢}}\, ءس$

$= -\frac{١}{٣} س^{٢}(٤-س^{٢})^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٢}{١٥}(٤-س^{٢})^{\frac{٥}{٢}} + ث$

(١٩) $\int \frac{س}{س+١}\, ءس = \int \frac{س+١-١}{س+١}\, ءس$

$= \int \left(١ - \frac{١}{س+١}\right) ءس$

$= س - لو_{هـ} |س+١| + ث$

(٢٠) $\int \frac{س-١}{\sqrt{س+٣}}\, ءس$

نفرض أن $ع = س + ٣$ $\therefore س = ع - ٣$

، $ءس = ءع$ ، $س - ١ = ع - ٤$

$\therefore$ التكامل $= \int \frac{ع-٤}{\sqrt{ع}}\, ءع$

$= \int (ع^{\frac{١}{٢}} - ٤ع^{-\frac{١}{٢}})\, ءع$

$= \frac{٢}{٣} ع^{\frac{٣}{٢}} - ٨ع^{\frac{١}{٢}} + ث$

$= \frac{٢}{٣} ع^{\frac{١}{٢}}[ع - ١٢] + ث$

$= \frac{٢}{٣}\sqrt{س+٣}\,[س+٣-١٢] + ث$

$= \frac{٢}{٣}\sqrt{س+٣}\,[س-٩] + ث$

(٢١) بوضع : $\sqrt{س} + ١ = ع$

$\therefore س = (ع-١)^{٢} = ع^{٢} - ٢ع + ١$

$\therefore ءس = (٢ع - ٢)\, ءع$

$\therefore$ التكامل $= \int ع^{٥}(٢ع - ٢)\, ءع$

$= \int (٢ع^{٦} - ٢ع^{٥})\, ءع$

$= \frac{٢}{٧} ع^{٧} - \frac{١}{٣} ع^{٦} + ث$

$= \frac{٢}{٧}(\sqrt{س}+١)^{٧} - \frac{١}{٣}(\sqrt{س}+١)^{٦} + ث$

(٢٢) نفرض أن $ع = ١ + \sqrt{س}$ منها $س = (ع-١)^{٢}$

$\therefore ءس = ٢(ع-١)\, ءع$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$\therefore$ التكامل $= \int \sqrt{\frac{\text{ع}}{(\text{ع}-1)^2}} \times 2(\text{ع}-1)\,\text{ءع}$

$= \int 2\sqrt{\text{ع}}\,\text{ءع}$

$= 2 \times \frac{2}{3} \times \text{ع}^{\frac{3}{2}} + \text{ث} = \frac{4}{3}\text{ع}^{\frac{3}{2}} + \text{ث}$

$= \frac{4}{3}\left(1+\sqrt{\text{س}}\right)^{\frac{3}{2}} + \text{ث}$

سابعًا مسائل على التكامل المحدد

1

(1) $\int_{-1}^{1} 4\text{س}(\text{س}^2+1)^8\,\text{ءس}$

$= 2\int_{-1}^{1} 2\text{س}(\text{س}^2+1)^8\,\text{ءس}$

$= 2\left[\frac{(\text{س}^2+1)^9}{9}\right]_{-1}^{1}$

$= 2 \times \left(\frac{512}{9} - \frac{512}{9}\right) =$ صفر

(2) $\because$ $\text{د}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}^4+\text{س}^2}$ هى داله زوجية

$\therefore \int_{-1}^{1} \text{د}(\text{س})\,\text{ءس} = 2\int_{0}^{1} \sqrt{\text{س}^4+\text{س}^2}\,\text{ءس}$

$= 2\int_{0}^{1} |\text{س}|\sqrt{\text{س}^2+1}\,\text{ءس}$

$= \int_{0}^{1} 2\text{س}\sqrt{\text{س}^2+1}\,\text{ءس}$

$= \left[\frac{2}{3}(\text{س}^2+1)^{\frac{3}{2}}\right]_{0}^{1}$

$= \frac{2}{3}\left[2\sqrt{2}-1\right] = \frac{4\sqrt{2}-2}{3}$

(3) $\int_{0}^{1} \frac{3\text{هـ}^{\text{س}} - 2\text{هـ}^{2\text{س}}}{2\text{هـ}^{\text{س}}}\,\text{ءس}$

$= \int_{0}^{1} \left(\frac{3}{2} - \text{هـ}^{\text{س}}\right)\text{ءس}$

$= \left[\frac{3}{2}\text{س} - \text{هـ}^{\text{س}}\right]_{0}^{1} = \left(\frac{3}{2} - \text{هـ}\right) - (-1)$

$= \frac{5}{2} - \text{هـ}$

(4) $\int_{0}^{2} \left(\sqrt[3]{4\text{س}}+1\right)^2\text{ءس}$

$= \int_{0}^{2} \left(\sqrt[3]{16}\,\text{س}^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{4}\,\text{س}^{\frac{1}{3}} + 1\right)\text{ءس}$

$= \left[\frac{3}{5}\sqrt[3]{16}\,\text{س}^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{4}\,\text{س}^{\frac{4}{3}} + \text{س}\right]_{0}^{2} = \frac{64}{5}$

(5) بوضع ع = س + 1 $\quad \therefore$ س = ع − 1

$\therefore$ ءس = ءع

عند س = 0 $\quad \therefore$ ع = 1

، عند س = 3 $\quad \therefore$ ع = 4

$\int_{1}^{4} (\text{ع}-1)\text{ع}^{\frac{1}{2}}\,\text{ءع} = \int_{1}^{4} \left(\text{ع}^{\frac{3}{2}} - \text{ع}^{\frac{1}{2}}\right)\text{ءع}$

$= \left[\frac{2}{5}\text{ع}^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}\text{ع}^{\frac{3}{2}}\right]_{1}^{4}$

$= \left[\frac{2}{5}(4)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}}\right]$

$- \left[\frac{2}{5} - \frac{2}{3}\right] = \frac{116}{15}$

(6) بوضع $\text{س}^2 + 3 = \text{ع}$ $\quad \therefore 2\text{س}\,\text{ءس} = \text{ءع}$

عند س = 0 $\quad \therefore$ ع = 3

، عند س = 1 $\quad \therefore$ ع = 4

$\therefore \int_{0}^{1} \text{س}^3\sqrt{\text{س}^2+3}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{2}\int_{0}^{1} \text{س}^2\sqrt{\text{س}^2+3}\,.\,2\text{س}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{2}\int_{3}^{4} (\text{ع}-3)\sqrt{\text{ع}}\,\text{ءع}$

$= \frac{1}{2}\int_{3}^{4} \left(\text{ع}^{\frac{3}{2}} - 3\text{ع}^{\frac{1}{2}}\right)\text{ءع}$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}\text{ع}^{\frac{5}{2}} - 2\text{ع}^{\frac{3}{2}}\right]_{3}^{4} = 0.478$

(7) $\int_{0}^{1} \text{س}^5(\text{س}^2+1)^4\,\text{ءس}$

بوضع $\text{س}^2 + 1 = \text{ع}$

$\therefore \text{س}^2 = \text{ع} - 1$

$\therefore 2\text{س}\,\text{ءس} = \text{ءع}$

عند س = 0 $\quad \therefore$ ع = 1

، عند س = 1 $\quad \therefore$ ع = 2

$\therefore$ التكامل $= \frac{1}{2}\int_{0}^{1} \text{س}^4(\text{س}^2+1)^4\,.\,2\text{س}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{2}\int_{1}^{2} (\text{ع}-1)^2 \times \text{ع}^4\,\text{ءع}$

$= \frac{1}{2}\int_{1}^{2} \left(\text{ع}^6 - 2\text{ع}^5 + \text{ع}^4\right)\text{ءع}$

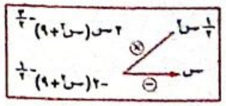
$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{7}\text{ع}^7 - \frac{1}{3}\text{ع}^6 + \frac{1}{5}\text{ع}^5\right]_{1}^{2} = \frac{117}{70}$

(8) $\int_{1}^{4} \frac{\text{ع}}{\sqrt{3\text{ع}^2+1}}\,\text{ءع}$

$= \frac{1}{6}\int_{1}^{4} 6\text{ع}(3\text{ع}^2+1)^{-\frac{1}{2}}\,\text{ءع}$

$= \frac{1}{6}\left[2(3\text{ع}^2+1)^{\frac{1}{2}}\right]_{1}^{4} = \frac{1}{6} \times (14-4) = \frac{5}{3}$

(9) $\int_{0}^{4} \frac{\text{س}^2}{(\text{س}^2+9)^{\frac{3}{2}}}\,\text{ءس}$



$= \int \left(\frac{1}{2}\text{س}\right)$

$\times\, 2\text{س}(\text{س}^2+9)^{-\frac{3}{2}}\,\text{ءس}$

$= -\text{س}^2(\text{س}^2+9)^{-\frac{1}{2}} + \int 2\text{س}(\text{س}^2+9)^{-\frac{1}{2}}\,\text{ءس}$

$= -\text{س}^2(\text{س}^2+9)^{-\frac{1}{2}} + 2(\text{س}^2+9)^{\frac{1}{2}} + \text{ث}$

$\therefore \int_{0}^{4} \frac{\text{س}^2}{(\text{س}^2+9)^{\frac{3}{2}}}\,\text{ءس}$

$= \left[-\text{س}^2(\text{س}^2+9)^{-\frac{1}{2}} + 2(\text{س}^2+9)^{\frac{1}{2}}\right]_{0}^{4}$

$= \frac{24}{5} - 6 = \frac{4}{5}$

(10) $\int_{1}^{2} \frac{\text{ءس}}{\left(1+\sqrt{\text{س}-1}\right)^3}$

بوضع $1 + \sqrt{\text{س}-1} = \text{ع}$

$\therefore \sqrt{\text{س}-1} = \text{ع} - 1$

$\therefore \text{س} - 1 = (\text{ع}-1)^2$

$\therefore \text{س} = (\text{ع}-1)^2 + 1$

$\therefore \text{ءس} = 2(\text{ع}-1)\,\text{ءع}$

عند س = 1 $\quad \therefore$ ع = 1

، عند س = 2 $\quad \therefore$ ع = 2

$\therefore \int_{1}^{2} \frac{2(\text{ع}-1)\,\text{ءع}}{\text{ع}^3} = \int_{1}^{2} \left(2\text{ع}^{-2} - 2\text{ع}^{-3}\right)\text{ءع}$

$= \left[-2\text{ع}^{-1} + \text{ع}^{-2}\right]_{1}^{2} = \frac{1}{4}$

(11) بوضع $\sqrt[6]{\text{س}} = \text{ع}$ منها $\text{س} = \text{ع}^6$

، $\text{ءس} = 6\text{ع}^5\,\text{ءع}$

عند س = 0 $\quad \therefore$ ع = 0

، عند س = 1 $\quad \therefore$ ع = 1

$\therefore$ التكامل $= \int_{0}^{1} \left(1 - \frac{1}{\text{ع}}\right)^5 \times 6\text{ع}^5\,\text{ءع}$

$= \int_{0}^{1} 6(\text{ع}-1)^5\,\text{ءع}$

$= \left[(\text{ع}-1)^6\right]_{0}^{1} = -1$

(12) $\because |\text{س}-4| = \begin{cases} \text{س}-4 & \text{، س} \geq 4 \\ -\text{س}+4 & \text{، س} < 4 \end{cases}$

، $\because$ د متصلة عند س = 4

$\therefore \int_{0}^{6} |\text{س}-4|\,\text{ءس}$

$= \int_{0}^{4} (-\text{س}+4)\,\text{ءس} + \int_{4}^{6} (\text{س}-4)\,\text{ءس}$

$= \left[-\frac{1}{2}\text{س}^2 + 4\text{س}\right]_{0}^{4} + \left[\frac{1}{2}\text{س}^2 - 4\text{س}\right]_{4}^{6}$

$= (8 - 0) + (-6 - (-8)) = 10$

2

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\text{جاس} + \text{جتاس})^2\,\text{ءس}$

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\text{جا}^2\text{س} + \text{جتا}^2\text{س} + 2\,\text{جاس}\,\text{جتاس})\,\text{ءس}$

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \text{جا}2\text{س})\,\text{ءس} = \left[\text{س} - \frac{1}{2}\text{جتا}2\text{س}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\right) = \pi$

3

$\text{د}(0) = \text{د}(0^+) = \text{د}(0^-) = 0$

أى أن: الدالة متصله عند س = 0

$\int_{-1}^{2} \text{د}(\text{س})\,\text{ءس} = \int_{-1}^{0} (2\text{س} + \text{س}^2)\,\text{ءس}$

$+ \int_{0}^{2} (2\text{س} - \text{س}^2)\,\text{ءس}$

$= \left[\text{س}^2 + \frac{1}{3}\text{س}^3\right]_{-1}^{0}$

$+ \left[\text{س}^2 - \frac{1}{3}\text{س}^3\right]_{0}^{2}$

$= \left[(0) - \left((-1)^2 + \frac{1}{3}(-1)^3\right)\right]$

$+ \left[(2)^2 - \frac{1}{3}(2)^3 - (0)\right] = \frac{2}{3}$

4

$\int_{0}^{4} \text{د}(\text{س})\,\text{ءس}$

$= \int_{0}^{1} (\text{س}-2)(\text{س}^2 - 4\text{س})^2\,\text{ءس}$

$+ \int_{1}^{4} \frac{1}{\sqrt{\text{س}}}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{2}\int_{0}^{1} (2\text{س}-4)(\text{س}^2 - 4\text{س})^2\,\text{ءس}$

$+ \int_{1}^{4} \text{س}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ءس}$

$= \frac{1}{6}\left[(\text{س}^2 - 4\text{س})^3\right]_{0}^{1} + \left[2\text{س}^{\frac{1}{2}}\right]_{1}^{4}$

$= \frac{1}{6} \times -27 + 2 = \frac{-5}{2}$

5

$\int_{-2}^{5} [3\text{د}(\text{س}) - 6]\,\text{ءس}$

$= 3\int_{-2}^{5} \text{د}(\text{س})\,\text{ءس} - [6\text{س}]_{-2}^{5}$

$= 3\left[\int_{-2}^{2} \text{د}(\text{س})\,\text{ءس} + \int_{2}^{5} \text{د}(\text{س})\,\text{ءس}\right]$

$- [30 - (-12)]$

$= 3[9 + (-4)] - 42 = -27$

ابحث كل الكتب والملخصات في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

٦

$\int_{1}^{4} [د(س) + ٢ ر(س) - ٤] \, ءس$

$= \int_{1}^{4} د(س) \, ءس + ٢ \int_{1}^{4} ر(س) \, ءس$

$- ٤ \int_{1}^{4} ءس = ٧ + ٢ \times -٣ - ٤ [س]_{1}^{4}$

$= ٧ + (-٦) - ٤ [٤ - ١] = -١١$

٧

$د(٠) - د(-١) = \int_{-1}^{0} س \times س^{11} \left(\frac{١}{س} + \frac{١}{س^{2}}\right)^{8} ءس$

$= \int_{-1}^{0} س \left(س^{2}\left[\frac{١}{س} + \frac{١}{س^{2}}\right]\right)^{8} ءس$

$= \int_{-1}^{0} س (س + ١)^{8} ءس$

$= \int_{-1}^{0} [(س + ١) - ١] (س + ١)^{8} ءس$

$= \int_{-1}^{0} [(س + ١)^{9} - (س + ١)^{8}] ءس$

$= \left[\frac{١}{١٠} (س + ١)^{10} - \frac{١}{٩} (س + ١)^{9}\right]_{-1}^{0}$

$= \left[\frac{١}{١٠} - \frac{١}{٩}\right] - [٠] = -\frac{١}{٩٠}$

ثامنا مسائل على تطبيقات التكامل

١

$\because \frac{ءح}{ءن} = ١٠ - \frac{٢}{٣} ن$

$\therefore ح = ١٠ ن - \frac{١}{٣} ن^{2} + ث$

، $\because$ ح = ٠ عندما ن = ٠ $\quad\therefore$ ث = صفر

$\therefore ح = ١٠ ن - \frac{١}{٣} ن^{2}$

$\therefore$ حجم التراب المرفوع فى ٣ ساعات

$= ١٠ \times ٣ - \frac{١}{٣} \times ٩ = ٢٧ \text{ م}^{3}$

٢

ميل المماس $= \frac{ءص}{ءس} = ٢ + \frac{٢}{س}$

$\therefore ص = \int \left(٢ + \frac{٢}{س}\right) ءس = ٢ س + ٢ لو_{هـ} |س| + ث$

$\because$ المنحنى يمر بالنقطة (هـ ، ٢ هـ + ٥)

$\therefore ٢ هـ + ٥ = ٢ هـ + ٢ لو_{هـ} هـ + ث$

$\therefore ث = ٣$

$\therefore ص = ٢ س + ٢ لو_{هـ} |س| + ٣$

٣

$\frac{ءص}{ءس} = ٧ - ٢ هـ^{س}$ (بتكامل الطرفين بالنسبة إلى س)

$\therefore ص = \int (٧ - ٢ هـ^{س}) ءس = ٧ س - ٢ هـ^{س} + ث$

$\because د(لو_{هـ} ٢) = ٣$

$\therefore ٣ = ٧ لو_{هـ} ٢ - ٢ هـ^{لو_{هـ} ٢} + ث$

$\therefore ٣ = ٧ لو_{هـ} ٢ - ٢ \times ٢ + ث$

$\therefore ث = ٧ - ٧ لو_{هـ} ٢ = ٧ (١ - لو_{هـ} ٢) = ٧ \left(لو_{هـ} \frac{هـ}{٢}\right)$

$\therefore د(س) = ٧ س - ٢ هـ^{س} + ٧ لو_{هـ} \frac{هـ}{٢}$

٤

$\frac{ءص}{ءس} = ٥ - ٢ قا^{2} ٢ س$

$\therefore ص = \int ٥ - ٢ قا^{2} ٢ س \, ءس$

$\therefore ص = ٥ س - ظا ٢ س + ث$

، $\because$ المنحنى يمر بالنقطة $\left(\frac{\pi}{٨} ، \frac{٥ \pi}{٨}\right)$

$\therefore \frac{٥ \pi}{٨} = \frac{٥ \pi}{٨} - ظا \frac{\pi}{٤} + ث \quad\therefore ث = ١$

$\therefore$ معادلة المنحنى هى :

$ص = ٥ س - ظا ٢ س + ١$

٥

$\because \frac{ءص}{ءس} = أ قا^{2} س$ بالتكامل بالنسبة إلى س

$\therefore ص = - أ ظتا س + ث$

، $\because$ المنحنى يمر بالنقطتين $\left(\frac{\pi}{٤} ، ٥\right)$ ، $\left(\frac{٣ \pi}{٤} ، ١\right)$

$\therefore ٥ = - أ + ث$ (١)

، $١ = أ + ث$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore$ ث = ٣ ، أ = -٢

$\therefore$ المعادلة ص = ٢ ظتا س + ٣

٦

$\because$ ميل العمودى $= \frac{-١}{٣ س^{2} + ٢ س}$

$\therefore$ ميل المماس $= ٣ س^{2} + ٢ س$

$\therefore ص = \int (٣ س^{2} + ٢ س) ءس$

$\therefore ص = س^{3} + س^{2} + ث$

، $\because$ المنحنى يمر بنقطة الأصل

$\therefore$ ث = صفر

$\therefore$ معادلة المنحنى هى :

$ص = س^{3} + س^{2}$

٧

$\frac{ءص}{ءس} = \frac{١ + س}{س ص}$

$\therefore \int ص \, ءص = \int \left(\frac{١ + س}{س}\right) ءس$

$\therefore \int ص \, ءص = \int \left(\frac{١}{س} + ١\right) ءس$

$\therefore \frac{١}{٢} ص^{2} = لو_{هـ} |س| + س + ث$

$\because$ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٢)

$\therefore ٢ = ٠ + ١ + ث \quad\therefore ث = ١$

$\therefore$ معادلة المنحنى هى :

$\frac{١}{٢} ص^{2} = لو_{هـ} |س| + س + ١$

أى أن: $ص^{2} = ٢ لو_{هـ} |س| + ٢ س + ٢$

٨

$\because \frac{ءص}{ءس} = \frac{١ - ٢ س}{٢ ص + ٣}$

$\therefore \int (٢ ص + ٣) ءص = \int (١ - ٢ س) ءس$

$\therefore ص^{2} + ٣ ص = س - س^{2} + ث$

، $\because$ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٣)

$\therefore ٩ + ٩ = ١ - ١ + ث \quad\therefore ث = ١٨$

$\therefore س^{2} + ص^{2} - س + ٣ ص = ١٨$

٩

$\frac{ءص}{ءس} = س هـ^{ص} = \frac{س}{هـ^{-ص}}$

$\therefore \int س \, ءس = \int هـ^{-ص} ءص$

$\therefore \frac{١}{٢} س^{2} + ث = - هـ^{-ص}$

$\because$ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٠)

$\therefore \frac{١}{٢} + ث = -١$

$\therefore ث = -\frac{٣}{٢}$

$\therefore$ معادلة المنحنى هى : $\frac{١}{٢} س^{2} - \frac{٣}{٢} = - هـ^{-ص}$

$\therefore س^{2} + ٢ هـ^{-ص} - ٣ = ٠$

١٠

ميل العمودى = (٤ ص + ٣) قا س

$\therefore$ ميل المماس $= \frac{ءص}{ءس} = \frac{-١}{(٤ ص + ٣) قا س}$

$\therefore \int (٤ ص + ٣) ءص = - \int جتا س \, ءس$

$\therefore ٢ ص^{2} + ٣ ص = - جا س + ث$

، المنحنى يمر بنقطة الأصل (٠ ، ٠) $\quad\therefore$ ث = ٠

$\therefore$ المعادلة $٢ ص^{2} + ٣ ص + جا س = ٠$

١١

$\because \frac{ء^{2} ص}{ءس^{2}} = ٦ س - ٢$ (بالتكامل)

$\therefore صَ = ٣ س^{2} - ٢ س + ث$

$\therefore ٢ = ٢٧ - ٦ + ث \quad\therefore ث = -١٩$

$\therefore صَ = ٣ س^{2} - ٢ س - ١٩$

(بالتكامل مرة أخرى)

$\therefore ص = س^{3} - س^{2} - ١٩ س + ث_{1}$

$\therefore ١ = ٢٧ - ٩ - ٥٧ + ث_{1} \quad\therefore ث_{1} = ٤٠$

$\therefore$ معادلة المنحنى :

$ص = س^{3} - س^{2} - ١٩ س + ٤٠$

١٢

$\because دً(س) = ٦ س - ٤$

$\therefore دَ(س) = ٣ س^{2} - ٤ س + ث_{1}$

، عندما س = ٢ فإن : دَ(س) = ٠

$\therefore ٣ \times ٩ - ٤ \times ٣ + ث_{1} = ٠ \quad\therefore ث_{1} = -١٥$

$\therefore دَ(س) = ٣ س^{2} - ٤ س - ١٥$

$\therefore د(س) = س^{3} - ٢ س^{2} - ١٥ س + ث_{2}$

، $\because$ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، -٥)

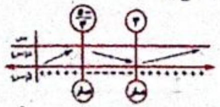
$\therefore -٥ = ١ - ٢ - ١٥ + ث_{2} \quad\therefore ث_{2} = ١١$

$\therefore د(س) = س^{3} - ٢ س^{2} - ١٥ س + ١١$

بوضع دَ(س) = ٠ $\quad\therefore ٣ س^{2} - ٤ س - ١٥ = ٠$

$\therefore (٣ س + ٥)(س - ٣) = ٠$

$\therefore س = \frac{-٥}{٣}$ أ، س = ٣



$\therefore$ الدالة لها قيمة عظمى محلية عند $س = \frac{-٥}{٣}$

$\therefore د\left(\frac{-٥}{٣}\right) = \frac{٦٩٧}{٢٧}$ وهى القيمة العظمى المحلية

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

(13)

∵ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{س}^2}{\text{ص}^{-3}}$

∴ $\int \text{س}^2 \, \text{ءس} = \int \text{ص}^{-3} \, \text{ءص}$

∴ $\frac{1}{3}\text{س}^3 = \frac{1}{-2}\text{ص}^{-2} + \text{ث}$

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة $(3 ، \frac{1}{2})$

∴ $\frac{1}{3} \times 27 = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \text{ث}$

∴ ث = ١١

∴ $\frac{1}{3}\text{س}^3 = -\frac{1}{2}\text{ص}^{-2} + 11$ ، بالضرب × ٦ ص^2

∴ $2\text{س}^3\text{ص}^2 = -3 + 66\text{ص}^2$

∴ $2\text{ص}^2(\text{س}^3 - 33) + 3 = 0$

(14)

∵ $\text{ص}^2 \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{جا}^2\text{س}$

∴ $\int \text{ص}^2 \, \text{ءص} = \int \text{جا}^2\text{س} \, \text{ءس}$

∴ $\int \text{ص}^2 \, \text{ءص} = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{جتا}\,2\text{س}\right) \text{ءس}$

∴ $\frac{1}{3}\text{ص}^3 = \frac{1}{2}\text{س} - \frac{1}{4}\text{جا}\,2\text{س} + \text{ث}$

∵ المنحنى يمر بالنقطة (٠ ، ١) ∴ $\text{ث} = \frac{1}{3}$

∴ $\frac{1}{3}\text{ص}^3 = \frac{1}{2}\text{س} - \frac{1}{4}\text{جا}\,2\text{س} + \frac{1}{3}$ (× ١٢)

∴ $4\text{ص}^3 = 3(2\text{س} - \text{جا}\,2\text{س}) + 4$

(15)

∵ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = 6\text{س}^2 + \text{ب}\,\text{س}$

∴ $\text{ص} = 2\text{س}^3 + \frac{\text{ب}}{2}\text{س}^2 + \text{ث}$

، بوضع س = ٠ ، ص = ٥ ∴ ث = ٥

∴ $\text{ص} = 2\text{س}^3 + \frac{\text{ب}}{2}\text{س}^2 + 5$

بوضع س = ٢ ، ص = −٣ :

∴ $-3 = 2(2)^3 + \frac{\text{ب}}{2}(2)^2 + 5$

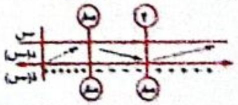
∴ −٣ = ٢١ + ٢ب ∴ ب = −١٢

∴ $\text{د}(\text{س}) = 2\text{س}^3 - 6\text{س}^2 + 5$

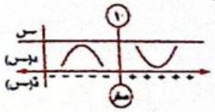
، $\text{د}'(\text{س}) = 6\text{س}^2 - 12\text{س}$

، $\text{د}''(\text{س}) = 12\text{س} - 12$

بوضع $\text{د}'(\text{س}) = 0$ ∴ س = ٠ ، ٢



، بوضع $\text{د}''(\text{س}) = 0$ ∴ س = ١

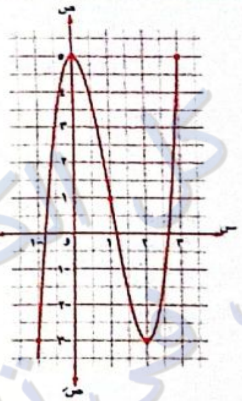


• لإيجاد نقط التقاطع مع محور الصادات

نضع س = ٠ ∴ د (٠) = ٥

• نعين نقط مساعدة : د (−١) = −٣ ، د (٣) = ٥

س	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−٣	٥	١	−٣	٥



(16)

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = 3\text{س}^2 - 3$

∴ $\text{ص} = \int (3\text{س}^2 - 3)\,\text{ءس} = \text{س}^3 - 3\text{س} + \text{ث}$

عند س = −٢ فإن : ص = −١

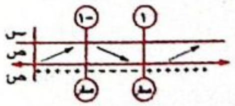
∴ $-1 = (-2)^3 - 3(-2) + \text{ث}$ ∴ ث = ١

∴ $\text{ص} = \text{س}^3 - 3\text{س} + 1$

بوضع $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = 0$

∴ $3(\text{س}^2 - 1) = 0$

∴ س = ± ١



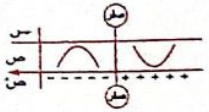
∴ توجد قيمة عظمى محلية عند النقطة (−١ ، ٣)

وتوجد قيمة صغرى محلية عند النقطة (١ ، −١)

، $\frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2} = 6\text{س}$

، بوضع $\frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2} = 0$

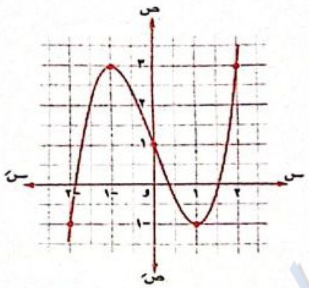
∴ س = ٠ ومنها ص = ١



∴ توجد نقطة انقلاب عند النقطة (٠ ، ١)

نوجد نقطة مساعدة د (٢) = ٣

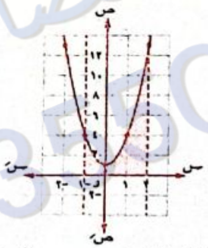
س	−٢	−١	٠	١	٢
ص	−١	٣	١	−١	٣



تاسعًا مسائل على المساحات والحجوم الدورانية

(1)

(١)



* نقط التقاطع للمنحنى مع محور السينات نضع

$3\text{س}^2 + 1 = 0$

∴ المعادلة ليس لها حل فى ح

∴ المنحنى لا يقطع محور السينات

∴ المساحة = $\int_{-1}^{2} (3\text{س}^2 + 1)\,\text{ءس}$

$= [\text{س}^3 + \text{س}]_{-1}^{2} = 12$ وحدة مربعة.

(٢) نقط تقاطع المنحنى مع محور السينات

نضع : $\text{س}^3 - 2\text{س} = 0$

∴ س = ٠ ، س = $\sqrt{2}$ ، س = $-\sqrt{2}$

∴ المساحة = $\left|\int_{1}^{\sqrt{2}} (\text{س}^3 - 2\text{س})\,\text{ءس}\right|$

$+ \int_{\sqrt{2}}^{2} (\text{س}^3 - 2\text{س})\,\text{ءس}$

$= \left|\left[\frac{1}{4}\text{س}^4 - \text{س}^2\right]_{1}^{\sqrt{2}}\right| + \left[\frac{1}{4}\text{س}^4 - \text{س}^2\right]_{\sqrt{2}}^{2}$

$= \left|-\frac{1}{4}\right| + 1\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$ وحدة مربعة

(٣) المنحنى يقع تحت محور السينات فى الفترة]−٢ ، ٢[

∴ المساحة = $\int_{-3}^{-2} (\text{س}^2 - 4)\,\text{ءس}$

$+ \left|\int_{-2}^{2} (\text{س}^2 - 4)\,\text{ءس}\right|$

$+ \int_{2}^{3} (\text{س}^2 - 4)\,\text{ءس}$

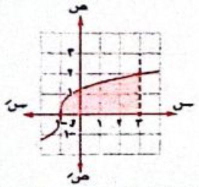
$= \left[\frac{1}{3}\text{س}^3 - 4\text{س}\right]_{-3}^{-2}$

$+ \left|\left[\frac{1}{3}\text{س}^3 - 4\text{س}\right]_{-2}^{2}\right|$

$+ \left[\frac{1}{3}\text{س}^3 - 4\text{س}\right]_{2}^{3}$

$= \frac{7}{3} + \frac{32}{3} + \frac{7}{3} = \frac{46}{3}$ وحدة مربعة

(٤)



* نقط التقاطع للمنحنى مع محور السينات نضع

$\sqrt[3]{2\text{س} + 2} = 0$ ∴ س = −١

∴ المساحة = $\int_{-1}^{3} \sqrt[3]{2\text{س} + 2}\,\text{ءس}$

$= \left[\frac{(2\text{س} + 2)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3} \times 2}\right]_{-1}^{3}$

$= \left[\frac{3}{8}(2\text{س} + 2)^{\frac{4}{3}}\right]_{-1}^{3}$

$= \left[\frac{3}{8}(2 \times 3 + 2)^{\frac{4}{3}}\right] - \left[\frac{3}{8}(2 \times -1 + 2)^{\frac{4}{3}}\right]$

= ٦ وحدة مربعة.

(٥) $\sqrt{\text{س}} + \sqrt{\text{ص}} = 1$ ∴ $\sqrt{\text{ص}} = 1 - \sqrt{\text{س}}$

∴ $\text{ص} = 1 - 2\sqrt{\text{س}} + \text{س}$

، عند س = ٠ فإن : ص = ١

، عند ص = ٠ فإن : س = ١

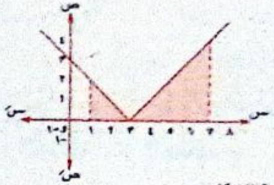
∴ المساحة = $\int_{0}^{1} (1 - 2\text{س}^{\frac{1}{2}} + \text{س})\,\text{ءس}$

$= \left[\text{س} - \frac{4}{3}\text{س}^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}\text{س}^2\right]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{6}$ وحدة مربعة.

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

(٦)



مساحة الشكل

$= \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٢ + \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٤$

$= ٢ + ٨ = ١٠$ وحدة مربعة

المساحة بالتكامل $= \int_{١}^{٧} |\text{س} - ٣| \, \text{ءس}$

$= \int_{١}^{٣} (-\text{س} + ٣) \, \text{ءس} + \int_{٣}^{٧} (\text{س} - ٣) \, \text{ءس}$

$= \left[-\frac{١}{٢}\text{س}^{٢} + ٣\text{س}\right]_{١}^{٣} + \left[\frac{١}{٢}\text{س}^{٢} - ٣\text{س}\right]_{٣}^{٧}$

$= ٢ + ٨ = ١٠$ وحدة مربعة.

(٧)

∵ المساحة المظللة $= \int_{٠}^{أ} \text{ص} \, \text{ءس}$

$= \int_{٠}^{أ} (\text{هـ}^{\text{س}} - ١) \, \text{ءس} = \left[\text{هـ}^{\text{س}} - \text{س}\right]_{٠}^{أ}$

$= (\text{هـ}^{٢} - ٢) - (\text{هـ}^{\text{صفر}} - \text{صفر}) = \text{هـ}^{٢} - ٤$

∴ $\text{أ}^{٢} - ٤ = \text{هـ}^{٢} - ٤$ ∴ $\text{أ}^{٢} = \text{هـ}^{٢}$

∴ $\text{أ} = \text{هـ}$

(٨)

مساحة الجزء المظلل $= \int_{-٢}^{٢} \text{س}^{٢} \, \text{ءس} - \int_{أ}^{\text{صفر}} \text{س}^{٢} \, \text{ءس}$

∴ $\left[\frac{١}{٣}\text{س}^{٣}\right]_{-٢}^{٢} - \left[\frac{١}{٣}\text{س}^{٣}\right]_{أ}^{٠} = \frac{١٥}{٣}$

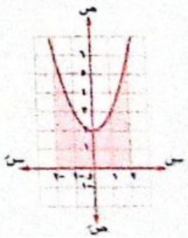
∴ $\frac{٨}{٣} + \frac{٨}{٣} + \frac{\text{أ}^{٣}}{٣} = \frac{١٥}{٣}$ ∴ $\frac{١٦ + \text{أ}^{٣}}{٣} = \frac{١٥}{٣}$

∴ $\text{أ}^{٣} = -١$ ∴ $\text{أ} = -١$

---

❷

(١)



الحجم $= \pi \int_{-٢}^{٢} \text{ص}^{٢} \, \text{ءس}$

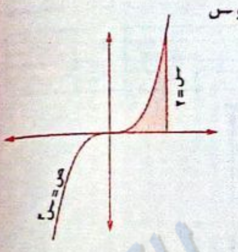
$= \pi \int_{-٢}^{٢} (\text{س}^{٢} + ٢)^{٢} \, \text{ءس}$

$= \pi \int_{-٢}^{٢} (\text{س}^{٤} + ٤\text{س}^{٢} + ٤) \, \text{ءس}$

$= \pi \left[\frac{١}{٥}\text{س}^{٥} + \frac{٤}{٣}\text{س}^{٣} + ٤\text{س}\right]_{-٢}^{٢}$

$= \frac{٧٥٢}{١٥} \pi$ وحدة مكعبة

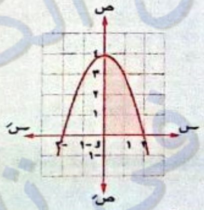
(٢) الحجم $= \pi \int_{٠}^{٢} (\text{س}^{٣})^{٢} \, \text{ءس}$



$= \pi \left[\frac{١}{٧}\text{س}^{٧}\right]_{٠}^{٢}$

$= \frac{١٢٨}{٧} \pi$ وحدة مكعبة.

(٣)



$\text{ص} = ٤ - \text{س}^{٢}$

∵ الدوران حول محور السينات :

∴ الحجم $= \pi \int_{٠}^{٢} \text{ص}^{٢} \, \text{ءس}$

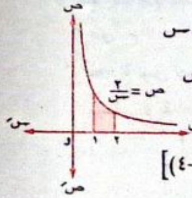
$= \pi \int_{٠}^{٢} (٤ - \text{س}^{٢})^{٢} \, \text{ءس}$

$= \pi \int_{٠}^{٢} (١٦ - ٨\text{س}^{٢} + \text{س}^{٤}) \, \text{ءس}$

$= \pi \left[١٦\text{س} - \frac{٨}{٣}\text{س}^{٣} + \frac{١}{٥}\text{س}^{٥}\right]_{٠}^{٢}$

$= \frac{٢٥٦}{١٥} \pi$ وحدة مكعبة.

(٤) الحجم $= \pi \int_{١}^{٢} (٢\text{س}^{-١})^{٢} \, \text{ءس}$



$= \pi \int_{١}^{٢} ٤\text{س}^{-٢} \, \text{ءس}$

$= \pi \left[-٤\text{س}^{-١}\right]_{١}^{٢}$

$= \pi \left[(-٤)(٢)^{-١} - (-٤)\right]$

$= ٢\pi$ وحدة مكعبة.

إجابات

نماذج الامتحانات التدريبية

للحصول على كل الكتب والمذكرات

اضغط هنا

او ابحث في تليجرام @C355C

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

كل كتب وملخصات تالتة ثانوي
وكتب المراجعة النهائية 👇

اضغط 👈 هنا 👈

او ابحث في تليجرام 👇

@C355C

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

النموذج الأول

1 (د)

الحل

$\text{ل} - 1 = \frac{5+5}{2} = 5$

$\therefore \text{ل} = 6$

2 (أ)

الحل

$\text{ح}_9 = \text{ق}^{\text{ن}+2}_{8}\ \text{س}^8$

$\text{ح}_8 = \text{ق}^{\text{ن}+2}_{7}\ \text{س}^7$

معامل ح_9 = معامل ح_8

$\text{ق}^{\text{ن}+2}_{8} = \text{ق}^{\text{ن}+2}_{7}$

$\text{ن} + 2 = 15 \qquad \therefore \text{ن} = 13$

3 (ب)

الحل

$(1 - 2\omega + \omega^2)(1 + \omega - 5\omega^2)$

$= (1 + \omega^2 - 2\omega)(1 + \omega - 5\omega^2)$

$= (-\omega - 2\omega)(-\omega^2 - 5\omega^2)$

$= -3\omega \times -6\omega^2 = 18\omega^3 = 18$

4 (ج)

الحل

$\therefore \overrightarrow{\text{أب}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{بء}}\ ،\ \overrightarrow{\text{أجـ}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{أهـ}}$

$|\overrightarrow{\text{أب}} \times \overrightarrow{\text{أجـ}}| = |\frac{1}{2}\overrightarrow{\text{بء}} \times \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{أهـ}}|$

$= \frac{1}{4}|\overrightarrow{\text{بء}} \times \overrightarrow{\text{أهـ}}| = \frac{1}{4} \times 24 = 6$

5 (ج)

الحل

$\int \text{جاس} \times \frac{1}{\text{جتاس}} \times \text{لو}_{\text{هـ}}\ \text{قاس}\ .\ \text{ءس}$

$= \int \text{ظاس لو}_{\text{هـ}}\ \text{قاس}\ .\ \text{ءس}$

$= \frac{1}{2}(\text{لو}_{\text{هـ}}\ \text{قاس})^2 + \text{ث}$

6 (ج)

الحل

$\text{ح}_{\text{ك}+1} = \text{ق}^{10}_{\text{ك}} \times 2^{10-\text{ك}} \times \text{س}^{\text{ك}}$

ك تقبل القسمة على ٤ عندما تساوى ٠ ، ٤ ، ٨

∴ مجموع معاملات $\text{س}^{\text{ك}}$

$= \text{ق}^{10}_{0} \times 2^{10} + \text{ق}^{10}_{4} \times 2^6 + \text{ق}^{10}_{8} \times 2^2 = 14644$

7 (أ)

الحل

$\text{د}'(\text{س}) = \frac{2\text{س}}{\text{س}^2 - 1}$

$\text{د}'(2) = \frac{2 \times 2}{2^2 - 1} = \frac{4}{3}$

8 (ج)

الحل

$\text{ص} = 4\text{ن}^3 + 4 \qquad \therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = 12\text{ن}^2$

$\text{ع} = 3\text{ن}^2 - 2 \qquad \therefore \frac{\text{ءع}}{\text{ءن}} = 6\text{ن}$

$\frac{\text{ءع}}{\text{ءص}} = \frac{6\text{ن}}{12\text{ن}^2} = \frac{1}{2\text{ن}}$

9 (د)

الحل

$\int_{-4}^{4} \text{د}(\text{س})\ .\ \text{ءس} = \int_{-4}^{-2} \text{د}(\text{س})\ .\ \text{ءس} + \int_{-2}^{4} \text{د}(\text{س})\ .\ \text{ءس}$

$\text{صفر} = -12 + \int_{-2}^{4} \text{د}(\text{س})\ .\ \text{ءس}$

$\therefore \int_{-2}^{4} \text{د}(\text{س})\ .\ \text{ءس} = 12$

10 (أ)

الحل

$\frac{1}{2}\int \frac{2\text{هـ}^{2\text{س}}}{\text{هـ}^{2\text{س}} - 2}\ .\ \text{ءس}$

$= \frac{1}{2}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{هـ}^{2\text{س}} - 2| + \text{ث}$

11 (أ)

الحل

∵ معادلة المستوى هى $\overrightarrow{\text{ر}}\ .\ (1 ، 2 ، -1) = 2$

$\therefore (\text{س} ، \text{ص} ، \text{ع})\ .\ (1 ، 2 ، -1) = 2$

$\text{س} + 2\text{ص} - \text{ع} - 2 = 0$

طول العمود $= \frac{|1 \times 2 + 2 \times 0 - 1 \times \text{أ} - 2|}{\sqrt{1 + 4 + 1}}$

$\sqrt{6} = \frac{|-\text{أ}|}{\sqrt{6}}$

$\therefore |\text{أ}| = 6 \qquad \therefore \text{أ} = \pm 6$

12 (ج)

الحل

$\text{ع} = \sqrt{3} - 3\text{ت}$

$\text{ل} = |\text{ع}| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{12}$

$\text{ظا}\ \theta = \frac{-3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3} \qquad \therefore \theta = \frac{-\pi}{3}$

$\therefore \text{ع} = \sqrt{12}\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{3} + \text{ت جا}\frac{-\pi}{3}\right)$

$\sqrt[3]{\text{ع}} = \sqrt[3]{\sqrt{12}}\left(\text{جتا}\frac{\frac{-\pi}{3} + 2\text{ر}\pi}{3} + \text{ت جا}\frac{\frac{-\pi}{3} + 2\text{ر}\pi}{3}\right)$

$\sqrt[3]{\text{ع}} = \sqrt[6]{12}\left(\text{جتا}\frac{\frac{-\pi}{3} + 2\text{ر}\pi}{3} + \text{ت جا}\frac{\frac{-\pi}{3} + 2\text{ر}\pi}{3}\right)$

عند $\text{ر} = 0$: $\sqrt[3]{\text{ع}} = \sqrt[6]{12}\ \text{هـ}^{\frac{-\pi}{9}\text{ت}}$

عند $\text{ر} = 1$: $\sqrt[3]{\text{ع}} = \sqrt[6]{12}\ \text{هـ}^{\frac{5}{9}\pi\text{ت}}$

عند $\text{ر} = -1$: $\sqrt[3]{\text{ع}} = \sqrt[6]{12}\ \text{هـ}^{\frac{-7\pi}{9}\text{ت}}$

13 (ج)

الحل

من معادلتى المستقيمين نجد أن النقطة $(1 ، -1 ، -1) \in \text{ل}_1 ، \text{ل}_2$

∴ $(1 ، -1 ، -1)$ هى نقطة تقاطع المستقيمين

متجه الاتجاه العمودى على المستوى $= (-1 ، -2 ، 3)$

∴ متجه اتجاه المستقيم المطلوب $= (-1 ، -2 ، 3)$

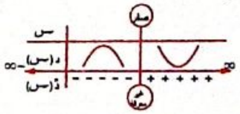
∴ معادلة المستقيم هى

$\overrightarrow{\text{ر}} = (1 ، -1 ، -1) + \text{ك}\,(-1 ، -2 ، 3)$

14 (د)

$\text{د}''(\text{س}) = \frac{-(-4 \times 2\text{س})}{(\text{س}^2)^2} = \frac{8}{\text{س}^3}$

$\text{د}''(\text{س})$ غير معرفة عند $\text{س} = 0$



منحنى الدالة محدب لأسفل فى $]0 ، \infty[$

15 (د)

الحل

$\text{ص} = 2\sqrt{\text{س} + 1}\ ،\ \text{ص} = 0$

$\therefore 2\sqrt{\text{س}+1} = 0 \qquad \therefore \text{س} = -1$

الحجم $= \pi \int_{-1}^{1} (2\sqrt{\text{س}+1})^2\ .\ \text{ءس}$

$= \pi \int_{-1}^{1} (4\text{س} + 4)\ .\ \text{ءس}$

$= \pi[2\text{س}^2 + 4\text{س}]_{-1}^{1}$

$= \pi[(2+4) - (2-4)] = 8\pi$

16 (ب)

الحل

$\overrightarrow{\text{هـ}_1} = (\text{م} ، 5 ، 3)\ ،\ \overrightarrow{\text{هـ}_2} = (2 ، \text{م} ، 7)$

$\overrightarrow{\text{هـ}_1}\ .\ \overrightarrow{\text{هـ}_2} = \text{صفر}$

$(\text{م} ، 5 ، 3)\ .\ (2 ، \text{م} ، 7) = 0$

$2\text{م} + 5\text{م} + 21 = 0$

$7\text{م} = -21 \qquad \therefore \text{م} = -3$

17 (أ)

الحل

مساحة القطاع $\text{م} = \frac{1}{2}\text{ل نق}$

$\because \text{ل} = \text{نق} \qquad \therefore \text{م} = \frac{1}{2}\text{نق}^2$

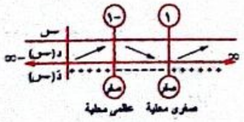
$\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \frac{1}{2} \times 2\text{نق} \times \frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}}$

$2 = 5 \times \frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}} \qquad \therefore \frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}} = \frac{2}{5}$

∴ معدل تغير طول القطر $= \frac{4}{5}$ سم/ث

18 (ب)

الحل



19

$\because \text{ح}_{\text{ر}+1} = \text{ق}^{12}_{\text{ر}}\left(\frac{3}{2\text{س}^2}\right)^{\text{ر}}\left(\frac{2\text{س}}{3}\right)^{12-\text{ر}}$

$= \text{ق}^{12}_{\text{ر}} \times 3^{2\text{ر}-12} \times 2^{12-2\text{ر}} \times \text{س}^{12-3\text{ر}}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

ولإيجاد الحد المشتمل على $\text{س}^{-٣}$

نضع $١٢ - ٣\text{ر} = -٣$ $\therefore$ $\text{ر} = ٥$

$\therefore$ الحد المشتمل على $\text{س}^{-٣} = \text{ح}_٦$

، $\because$ الحد الأوسط $= \text{ح}_٧$

، $\because \frac{\text{ح}_٧}{\text{ح}_٦} = \frac{١٢ - ٦ + ١}{٦} \times \frac{٩}{٤\text{س}^٣} = \frac{٧}{٩}$

$\therefore \text{س}^٣ = \frac{٢٧}{٨}$ $\therefore \text{س} = \frac{٣}{٢}$

٢٠

$\text{د}'(\text{س}) = ٨ - ٢\text{هـ}^{\text{س}}$

$\therefore \text{د}(\text{س}) = \int (٨ - ٢\text{هـ}^{\text{س}})\, \text{ء س}$

$\text{د}(\text{س}) = ٨\text{س} - ٢\text{هـ}^{\text{س}} + \text{ث}$

$\text{د}(\text{لو}_{\text{هـ}}٢) = ٨\,\text{لو}_{\text{هـ}}٢ - ٢\text{هـ}^{\text{لو}_{\text{هـ}}٢} + \text{ث}$

$٢ = ٨\,\text{لو}_{\text{هـ}}٢ - ٢ \times ٢ + \text{ث}$

$\therefore \text{ث} = ٨ - ٨\,\text{لو}_{\text{هـ}}٢$

$\therefore$ معادلة المنحنى هي

$\text{د}(\text{س}) = ٨\text{س} - ٢\text{هـ}^{\text{س}} + ٨ - ٨\,\text{لو}_{\text{هـ}}٢$

النموذج الثانى

١ (جـ)

الحل

$\text{ح}_٧ = {}^{\text{ن}}\text{ق}_٦ \times \text{س}^{\text{ن}-٦} \times \left(\frac{١}{\text{س}}\right)^٦$

$= {}^{\text{ن}}\text{ق}_٦ \times \text{س}^{\text{ن}-٦} \times \text{س}^{-٦}$

$= {}^{\text{ن}}\text{ق}_٦\, \text{س}^{\text{ن}-١٢}$

بوضع $\text{ن} - ١٢ = ٠$ $\therefore \text{ن} = ١٢$

---

٢ (د)

الحل

$\int \frac{١}{\text{س}} \times \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}^{-١}\, \text{ء س}$

$= \int \frac{-١}{\text{س}} \times \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}\, \text{ء س}$

$= -\int \frac{١}{\text{س}} \times \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}\, \text{ء س} = \frac{-(\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س})^٢}{٢} + \text{ث}$

$= -\frac{١}{٢}(\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س})^٢ + \text{ث}$

---

٣ (ب)

الحل

$\text{ص} = ٤ - \text{س}^٢$

بوضع $\text{ص} = ٠$

$\therefore ٤ - \text{س}^٢ = ٠$ $\therefore \text{س}^٢ = ٤$

$\therefore \text{س} = \pm ٢$ ، $\because$ المنطقة تقع فى الربع الأول

حجم الجسم المطلوب $= \pi \int_٠^٢ (٤ - \text{س}^٢)^٢\, \text{ء س}$

$= \pi \int_٠^٢ (١٦ - ٨\text{س}^٢ + \text{س}^٤)\, \text{ء س}$

$= \pi \left[١٦\text{س} - \frac{٨}{٣}\text{س}^٣ + \frac{١}{٥}\text{س}^٥\right]_٠^٢$

$= \pi \left[\frac{٢٥٦}{١٥} - ٠\right] = \frac{٢٥٦}{١٥}\pi$

---

٤ (د)

الحل

معادلة المستقيم

$\frac{\text{س}}{١} = \frac{\text{ص}}{\frac{١}{٢}} = \frac{\text{ع}}{\frac{١}{\text{أ}}}$

$\therefore$ متجه اتجاه المستقيم هو $\left(١ ، \frac{١}{٢} ، \frac{١}{\text{أ}}\right)$

متجه الاتجاه العمودى على المستوى هو $(١ ، ٢ ، ٢)$

$\because$ المستقيم // المستوى

$\therefore$ متجه اتجاه المستقيم $\perp$ متجه الاتجاه العمودى على المستوى

$\left(١ ، \frac{١}{٢} ، \frac{١}{\text{أ}}\right) \cdot (١ ، ٢ ، ٢) = ٠$

$١ + ١ + \frac{٢}{\text{أ}} = ٠$

$\therefore \frac{٢}{\text{أ}} = -٢$ $\therefore \text{أ} = -١$

---

٥ (جـ)

الحل

$\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{١١}\text{ق}_{\text{ر}} \times (\text{س}^٢)^{١١-\text{ر}} \times \left(\frac{٢}{\text{س}^٣}\right)^{\text{ر}}$

$= {}^{١١}\text{ق}_{\text{ر}} \times \text{س}^{٢٢-٢\text{ر}} \times ٢^{\text{ر}} \times \text{س}^{-٣\text{ر}}$

$= {}^{١١}\text{ق}_{\text{ر}} \times ٢^{\text{ر}} \times \text{س}^{٢٢-٥\text{ر}}$

بوضع $٢٢ - ٥\text{ر} = -٣$ $\therefore \text{ر} = ٥$

$\therefore \text{ح}_٦$ هو الذى يحتوى على $\text{س}^{-٣}$

$\text{أ}\,\text{س}^{-٣} = {}^{١١}\text{ق}_٥ \times ٢^٥ \times \text{س}^{-٣}$

$\text{أ} = {}^{١١}\text{ق}_٥ \times ٢^٥ = ١٤٧٨٤$

---

٦ (د)

الحل

$\text{جتا}\,\theta = \frac{\vec{\text{أ}} \cdot \vec{\text{ب}}}{\|\vec{\text{أ}}\|\,\|\vec{\text{ب}}\|} = \frac{(-٢ ، -٦ ، ١) \cdot (٢ ، ٦ ، -١)}{\sqrt{٤ + ٣٦ + ١}\,\sqrt{٤ + ٣٦ + ١}}$

$= \frac{-٤ - ٣٦ - ١}{٤١} = \frac{-٤١}{٤١} = -١$

$\therefore \theta = ١٨٠°$

حل آخر :

$\because \vec{\text{أ}} = -\vec{\text{ب}}$ $\therefore \theta = ١٨٠°$

٧ (جـ)

الحل

$\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \text{س} \times \frac{١}{\text{س}} + \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} \times ١$

$\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = ١ + \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}$

$\frac{\text{ء}^٢\text{ص}}{\text{ء س}^٢} = \frac{١}{\text{س}}$ ، $\frac{\text{ء}^٣\text{ص}}{\text{ء س}^٣} = \frac{-١}{\text{س}^٢}$

عند $\text{س} = ٢$

$\frac{\text{ء}^٣\text{ص}}{\text{ء س}^٣} = \frac{-١}{٤}$

---

٨ (ب)

الحل

$\text{د}(٢\text{س} + ١) = \text{جا}\,٢\text{س}$

$\text{د}'(٢\text{س} + ١) \times ٢ = ٢\,\text{جتا}\,٢\text{س}$

$\text{د}''(٢\text{س} + ١) \times ٤ = -٤\,\text{جا}\,٢\text{س}$

$\text{د}'''(٢\text{س} + ١) \times ٨ = -٨\,\text{جتا}\,٢\text{س}$

$\therefore \text{د}'''(٢\text{س} + ١) = -\text{جتا}\,٢\text{س}$

بوضع $٢\text{س} + ١ = ١$ $\therefore \text{س} = ٠$

$\therefore \text{د}'''(١) = -\text{جتا}\,٠ = -١$

---

٩ (أ)

الحل

$\int_{-٦}^{٤} [\text{د}(\text{س}) + \text{س}]\, \text{ء س}$

$= \int_{-٦}^{٤} \text{د}(\text{س})\, \text{ء س} + \int_{-٦}^{٤} \text{س}\, \text{ء س}$

$= \int_{-٦}^{-٤} \text{د}(\text{س})\,\text{ء س} + \int_{-٤}^{٤} \text{د}(\text{س})\,\text{ء س} + \left[\frac{١}{٢}\text{س}^٢\right]_{-٦}^{٤}$

$= -٧ + ٠ + \left[\frac{١}{٢}\text{س}^٢\right]_{-٦}^{٤}$

$= -٧ + \left[\frac{١}{٢} \times ٤^٢ - \frac{١}{٢}(-٦)^٢\right] = -١٧$

---

١٠ (ب)

الحل

$(١ + \omega^٢ + \text{ت})(١ + \omega + \text{ت})$

$= (-\omega + \text{ت})(-\omega^٢ + \text{ت})$

$= \omega^٣ - \omega\,\text{ت} - \omega^٢\,\text{ت} + \text{ت}^٢$

$= ١ - \text{ت}(\omega + \omega^٢) - ١$

$= -\text{ت} \times -١ = \text{ت}$

١١ (د)

الحل

$\text{د}'(\text{س}) = \frac{١}{٢}\text{س}^٢ + ٣\text{س}$

$\text{د}(\text{س}) = \int \left(\frac{١}{٢}\text{س}^٢ + ٣\text{س}\right) \text{ء س}$

$\text{د}(\text{س}) = \frac{١}{٦}\text{س}^٣ + \frac{٣}{٢}\text{س}^٢ + \text{ث}$

منحنى د يمر بنقطة الأصل $\therefore \text{س} = ٠$ ، $\text{د}(\text{س}) = ٠$

$\therefore$ ث = صفر

$\text{د}(\text{س}) = \frac{١}{٦}\text{س}^٣ + \frac{٣}{٢}\text{س}^٢$

$\text{د}''(\text{س}) = \text{س} + ٣$ بوضع $\text{د}''(\text{س}) = ٠$

$\therefore \text{س} = -٣$

$\because \text{د}''(\text{س})$ تتغير إشارتها قبل وبعد $\text{س} = -٣$

، $\text{د}(-٣) = \frac{١}{٦} \times (-٣)^٣ + \frac{٣}{٢} \times (-٣)^٢ = ٩$

$\therefore$ نقطة الانقلاب هى $(-٣ ، ٩)$

---

١٢ (ب)

الحل

$\because$ المستوى عمودى على المستقيم المار بالنقطتين

$(-٣ ، ١ ، ٢)$ ، $(٢ ، ٣ ، ٤)$

$\therefore$ المتجه $(-٣ ، ١ ، ٢) - (٢ ، ٣ ، ٤) = (-٥ ، -٢ ، -٢)$

متجه اتجاه عمودى للمستوى.

$\therefore$ معادلة المستوى المطلوب هى

$\vec{\text{ر}} \cdot (-٥ ، -٢ ، -٢) = (-١ ، ٢ ، ١) \cdot (-٥ ، -٢ ، -٢)$

$\therefore -٥\text{س} - ٢\text{ص} - ٢\text{ع} + ١ = ٠$

---

١٣ (د)

الحل

$\text{ع}_١ = ١ + \sqrt{٣}\,\text{ت}$

$= ٢\left(\text{جتا}\,\frac{\pi}{٣} + \text{ت}\,\text{جا}\,\frac{\pi}{٣}\right)$

$\frac{\text{ع}_٢}{\text{ع}_١} = ٢\left(\text{جتا} - \frac{٢\pi}{٣} + \text{ت}\,\text{جا} - \frac{٢\pi}{٣}\right) = ٢\text{هـ}^{\frac{-٢\pi}{٣}\text{ت}}$

---

١٤ (د)

الحل

$\text{د}(\text{س}) = (\text{س} - ٢)\,\text{هـ}^{\text{س}}$

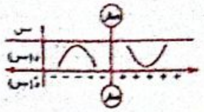
$\text{د}'(\text{س}) = (\text{س} - ٢)\,\text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{\text{س}} = \text{هـ}^{\text{س}}(\text{س} - ١)$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$\bar{د}(\text{س}) = (\text{س} - ١)\, هـ^{\text{س}} + هـ^{\text{س}}$

$= \text{س}\, هـ^{\text{س}} - هـ^{\text{س}} + هـ^{\text{س}} = \text{س}\, هـ^{\text{س}}$

بوضع $\bar{د}(\text{س}) = ٠$ ∴ س = ٠



منحنى الدالة محدب لأسفل فى $]٠ ، \infty[$

---

١٥ (ب)

الحل

$\|\overline{أب} \times \overline{أء}\|$ = مساحة ▱ أب حـ ء

= طول القاعدة × الارتفاع

$= ٨ \times ٣ = ٢٤$ سم^٢

---

١٦ (جـ)

الحل

مساحة الدائرة م = π نق^٢

$\frac{ءم}{ءن} = ٢\pi\, \text{نق} \times \frac{ء\text{نق}}{ءن}$

$٢٠\pi = ٢\pi\, \text{نق} \times ٢$

نق = ٥ سم

طول القطر = ١٠ سم

---

١٧ (د)

الحل

$\bar{\bar{د}}(\text{س}) = ٤ > ٠$

∴ منحنى الدالة محدب لأسفل فى ح

∴ الدالة د لا يوجد لها قيمة عظمى محلية

---

١٨ (أ)

الحل

من معادلتى المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$

نجد أن النقطة (١ ، −١ ، −١) ∈ لكل من $ل_١$ ، $ل_٢$

∴ (١ ، −١ ، −١) هى نقطة تقاطع المستقيمين

منجه إتجاه المستقيم $\frac{٢\text{س} + ٢}{٤} = \frac{\text{ص} - ٥}{٢} = \frac{١ - ع}{-٣}$

هو (٢ ، ٢ ، ٣)

∴ المعادلة المطلوبة هى $\overrightarrow{ر} = (١ ، -١ ، -١) + ك\,(٢ ، ٢ ، ٣)$

١٩

$ع_١ = \text{جتا}\left(\frac{-٧\pi}{٤}\right) + ت\, \text{جا}\left(\frac{-٧\pi}{٤}\right) = هـ^{\frac{-٧\pi}{٤}ت} = هـ^{\frac{\pi}{٤}ت}$

، $ع_٢ = -١ + ت = \sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{٣\pi}{٤} + ت\, \text{جا}\frac{٣\pi}{٤}\right)$

$= \sqrt{٢}\, هـ^{\frac{٣\pi}{٤}ت}$

∴ $ع = ع_١^٢\, ع_٢^٦ = هـ^{\frac{\pi}{٢}ت} \times ٨\, هـ^{\frac{٩\pi}{٢}ت} = ٨\, هـ^{٥\pi ت}$

$= ٨\, هـ^{\pi ت}$

٢٠

نفرض أصغر عدد = س

∴ أكبر الأعداد = ٣ س

العدد الثالث = ١٢ − ٤ س

نفرض حاصل ضربهما ص

ص = س × ٣ س × (١٢ − ٤ س)

ص = ٣٦ س^٢ − ١٢ س^٣

ص̀ = ٧٢ س − ٣٦ س^٢

بوضع ص̀ = ٠ ∴ ٧٢ س − ٣٦ س^٢ = ٠

∴ ٢ س − س^٢ = ٠ ∴ س (٢ − س) = ٠

س = ٠ مرفوض أ، س = ٢

ص̋ = ٧٢ − ٧٢ س

عند س = ٢ ص̋ = −٧٢ < ٠

∴ حاصل ضرب الأعداد أكبر ما يمكن عند س = ٢

∴ الأعداد هى ٢ ، ٤ ، ٦

النموذج الثالث

١ (ب)

الحل

إحداثى منتصف $\overline{أب}$ هى

$\left(\frac{٢م - ١ + ٢ - ٢م}{٢} ، \frac{٣م + ٤ - ٣م}{٢} ، \frac{٢م + ١ + ٥ - ٢م}{٢}\right)$

= (١ ، ٢ ، ٣)

٢ (أ)

الحل

$(١ + \omega - \omega^٢)(١ - \omega + \omega^٢)$

$= (-\omega^٢ - \omega^٢)(١ + \omega^٢ - \omega)$

$= -٢\omega^٢ (-\omega - \omega)$

$= -٢\omega^٢ \times -٢\omega = ٤\omega^٣ = ٤$

---

٣ (جـ)

الحل

$\text{جتا}^٢\theta + \text{جتا}^٢\frac{\pi}{٢} + \text{جتا}^٢\frac{\pi}{٤} = ١$

$\text{جتا}^٢\theta + ٠ + \frac{١}{٢} = ١$

$\text{جتا}^٢\theta = \frac{١}{٢}$ ∴ $\text{جتا}\,\theta = \pm\frac{١}{\sqrt{٢}}$

$\theta = \frac{\pi}{٤}$ أ، $\theta = \frac{٣\pi}{٤}$

---

٤ (ب)

الحل

$\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{ع_١^٢\, ع_٢}{ع_١\, ع_٢^٢} = \frac{٤\left(\text{جتا}(-\theta) + ت\, \text{جا}(-\theta)\right)}{٦\left(\text{جتا}(١٨٠^\circ - \theta) + ت\, \text{جا}(١٨٠^\circ - \theta)\right)}$

$= \frac{٢}{٣}\left(\text{جتا} - ١٨٠^\circ + ت\, \text{جا} - ١٨٠^\circ\right)$

$= \frac{٢}{٣}\left(\text{جتا}\, ١٨٠^\circ + ت\, \text{جا}\, ١٨٠^\circ\right) = \frac{٢}{٣}\, هـ^{\pi ت}$

---

٥ (جـ)

الحل

$\frac{ء\text{ص}}{ء\text{س}} = هـ^{\text{س}} \times \frac{١}{\text{س}} + \text{لو}_{هـ}\text{س} \times هـ^{\text{س}}$

$= هـ^{\text{س}}\left(\frac{١}{\text{س}} + \text{لو}_{هـ}\text{س}\right)$

---

٦ (أ)

الحل

ص = $\sqrt{\text{س}}$ ، ص = ٠

∴ $\sqrt{\text{س}} = ٠$ ∴ س = ٠

، ∵ فى الفترة [٠ ، ٤] تكون ص ≥ ٠

∴ المساحة = $\int_٠^٤ \sqrt{\text{س}}\, ء\text{س}$

$= \int_٠^٤ \text{س}^{\frac{١}{٢}}\, ء\text{س} = \left[\frac{٢}{٣}\text{س}^{\frac{٣}{٢}}\right]_٠^٤$

$= \frac{٢}{٣} \times ٤^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٢}{٣} \times ٠ = \frac{١٦}{٣}$

٧ (ب)

الحل

$\int \text{س}^٢\, هـ^{\text{س}}\, ء\text{س}$

$= \text{س}^٢\, هـ^{\text{س}} - ٢\text{س}\, هـ^{\text{س}}$

$+ ٢\, هـ^{\text{س}} + ث$

---

٨ (ب)

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \times أ^{ن-ر}\, \text{س}^{ر}$

بوضع ر = ٠ ∴ الحد الخالى من س = $^{ن}ق_٠\, أ^{ن} = ٨$

∴ $أ^{ن} = ٨$ (١)

بوضع ر = ١ ∴ معامل س = $^{ن}ق_١\, أ^{ن-١} = ٢٤$

$ن\, أ^{ن-١} = ٢٤$ (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) :

$\frac{أ^{ن}}{ن\, أ^{ن-١}} = \frac{٨}{٢٤}$ ∴ $\frac{أ}{ن} = \frac{١}{٣}$

---

٩ (جـ)

الحل

س = ن^٢ ، ص = ٦ن − ٥

بوضع ن = ١ ∴ س = ١ ، ص = ١

$\frac{ء\text{س}}{ءن} = ٢ن$ ، $\frac{ء\text{ص}}{ءن} = ٦$

∴ $\frac{ء\text{ص}}{ء\text{س}} = \frac{٦}{٢ن} = \frac{٣}{ن}$ ∴ $\left[\frac{ء\text{ص}}{ء\text{س}}\right]_{ن=١} = ٣$

∴ ميل المماس للمنحنى = ٣ ∴ ميل العمودى = $\frac{-١}{٣}$

معادلة العمودى ص − ١ = $\frac{-١}{٣}$(س − ١)

٣ ص − ٣ = − س + ١

∴ ٣ ص + س − ٤ = ٠

---

١٠ (ب)

الحل

$\bar{د}(\text{س}) = ٢\text{س} + أ$ بوضع $\bar{د}(\text{س}) = ٠$

عند س = ٢ ٢ × ٢ + أ = ٠

∴ أ = −٦

∴ د(س) = س^٢ − ٦ س

القيمة الصغرى = د(٣) = ٣^٢ − ٦ × ٣ = −٩

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١١ (ج)

الحل

متجه الاتجاه العمودى على المستوى هو نفسة متجه اتجاه المستقيم المعطى

∴ $\overline{ن}$ = (-٣ ، -٤ ، ٠)

معادلة المستوى $\overline{ن} . \overline{ر} = \overline{ن} . \overline{أ}$

(-٣ ، -٤ ، ٠) . (س ، ص ، ع) = (-٣ ، -٤ ، ٠) . (١ ، ٠ ، ٢)

-٣ س - ٤ ص = -٣

٣ س + ٤ ص - ٣ = ٠

طول العمود = $\frac{|٣ \times ٠ + ٤ \times ١٢ - ٣|}{\sqrt{٣^٢ + ٤^٢}}$ = ٩ وحدة طول

---

١٢ (ب)

الحل

٦ = ٢ ^د(س)^ + س بالاشتقاق بالنسبة لـ س

٠ = ٢ ^د(س)^ × دَ(س) × لوهـ ٢ + ١

دَ(س) = $\frac{-١}{٢^{د(س)} \times لو_هـ ٢}$

عند س = ٥

٦ = ٢ ^د(٥)^ + ٥ ∴ ٢ ^د(٥)^ = ١

∴ ميل المماس = دَ(٥) = $\frac{-١}{١ \times لو_هـ ٢}$ = - لو٢ هـ

حل آخر :

∵ ٦ = ٢ ^د(س)^ + س ∴ ٢ ^د(س)^ = ٦ - س

∴ د(س) = لو٢ (٦ - س)

∴ دَ(س) = $\frac{-١}{٦ - س}$ × لو٢ هـ

∴ دَ(٥) = - لو٢ هـ

---

١٣ (ب)

الحل

$\overline{هـ_١}$ للمستقيم الأول = (٢ ، ٤ ، ٠) - (٥ ، ١ ، -٢)

$\overline{هـ_١}$ = (-٣ ، ٣ ، ٢)

$\overline{هـ_٢}$ للمستقيم الثانى = (٠ ، م ، ١)

$\overline{هـ_١} . \overline{هـ_٢}$ = صفر

-٣ × ٠ + ٣ م + ٢ = ٠ ∴ م = $\frac{-٢}{٣}$

---

١٤ (د)

الحل

$\overline{أ} . (\overline{ب} \times \overline{جـ})$ =
٢	١	٣
-١	٣	٢
١	١	-٢

= ٢ (-٦ - ٢) - ١ (٢ - ٢) + ٣ (-١ - ٣)

= -٢٨

∴ حجم متوازى السطوح = | -٢٨ | = ٢٨ وحدة مكعبه

---

١٥ (أ)

الحل

$\sqrt[٣]{ع}$ = $\sqrt[٣]{٨}$ هـ ^((π/٢ + ٢ π ر) / ٣) ت^

بوضع ر = ٠ ع١ = ٢ هـ ^(π/٦) ت^ = $\sqrt{٣}$ + ت

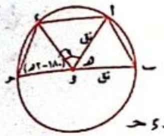
بوضع ر = ١ ع٢ = ٢ هـ ^(٥π/٦) ت^ = - $\sqrt{٣}$ + ت

بوضع ر = -١ ع٣ = ٢ هـ ^(-π/٢) ت^ = -٢ ت

---

١٦ (ب)

الحل



مساحة شبه المنحرف م

= م △ و ب أ + م △ و أ ء + م △ و ء جـ

= $\frac{١}{٢}$ نق^٢^ جا هـ + $\frac{١}{٢}$ نق^٢^ جا (١٨٠° - ٢ هـ)

+ $\frac{١}{٢}$ نق^٢^ جا هـ = نق^٢^ جا هـ + $\frac{١}{٢}$ نق^٢^ جا ٢ هـ

∴ مَ = نق^٢^ جتا هـ + $\frac{١}{٢}$ نق^٢^ جتا ٢ هـ × ٢

= نق^٢^ جتا هـ + (٢ جتا^٢^ هـ - ١) نق^٢^

، بوضع مَ = ٠ ∴ نق^٢^ (٢ جتا^٢^ هـ + جتا هـ - ١) = ٠

∴ جتا هـ = $\frac{١}{٢}$ أو جتا هـ = -١ (مرفوض)

∴ هـ = $\frac{π}{٣}$

، ∵ مً = نق^٢^ (-٤ جتا هـ جا هـ - جا هـ)

∴ (مً)هـ = π/٣ < ٠ ∴ عند هـ = $\frac{π}{٣}$ يوجد قيمة عظمى

∴ قياس زاوية القاعدة = $\frac{π - \frac{π}{٣}}{٢}$ = $\frac{π}{٣}$

اى أن : قياس زاوية القاعدة = ٦٠°

---

١٧ (ج)

الحل

∵ $\frac{ءس}{ءن}$ = -٣ ، $\frac{ءص}{ءن}$ = ٤

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{-٤}{٣}$ ∴ ظا θ = $\frac{-٤}{٣}$

∴ θ ≃ ١٢٧°

---

١٨ (أ)

الحل

د (س) = ∫ ٢ هـ ^٢س-١^ ءس

∴ د (س) = هـ ^٢س-١^ + ث

∵ د (١) = ٤ هـ ∴ ٤ هـ = هـ + ث

∴ ث = ٣ هـ ∴ د (س) = هـ ^٢س-١^ + ٣ هـ

د ($\frac{١}{٢}$) = هـ ^٢ × ½ - ١^ + ٣ هـ = ١ + ٣ هـ

١٩

نفرض أن الثلاثة حدود هى على الترتيب حر ، حر+١ ، حر+٢

∴ $\frac{معامل\ ح_{ر+١}}{معامل\ ح_ر}$ = $\frac{ن - ر + ١}{ر}$ × $\frac{١}{١}$ = $\frac{٢١}{٣٥}$ = $\frac{٣}{٥}$

∴ ٥ ن - ٥ ر + ٥ = ٣ ر

∴ ٥ ن - ٨ ر + ٥ = ٠ (١)

، $\frac{معامل\ ح_{ر+٢}}{معامل\ ح_{ر+١}}$ = $\frac{ن - (ر + ١) + ١}{ر + ١}$ × $\frac{١}{١}$ = $\frac{٧}{٢١}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ ٣ ن - ٣ ر = ر + ١

∴ ٣ ن - ٤ ر - ١ = ٠ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ن = ٧ ، ر = ٥

٢٠

بوضع س - ٤ = ع ∴ ءس = ءع

س = ع + ٤

∴ ∫ س (س - ٤)^٩^ . ءس

= ∫ (ع + ٤) × ع^٩^ . ءع

= ∫ (ع^١٠^ + ٤ ع^٩^) . ءع

= $\frac{١}{١١}$ ع^١١^ + $\frac{٤}{١٠}$ ع^١٠^ + ث

= $\frac{١}{١١}$ (س - ٤)^١١^ + $\frac{٢}{٥}$ (س - ٤)^١٠^ + ث

النموذج الرابع

١ (أ)

الحل

ع١ ع٢ = ٥ × ٤ (جتا ٩٠° + ت جا ٩٠°)

∴ مقياس ع١ ع٢ = ٥ × ٤ = ٢٠

---

٢ (ب)

الحل

$\overline{أ} + \overline{ب} + \overline{جـ} = \overline{س}$

∴ (-١ ، ٥ ، -٢) + (٣ ، ١ ، ١) + $\overline{جـ}$ = (١ ، ٠ ، ٠)

(٢ ، ٦ ، -١) + $\overline{جـ}$ = (١ ، ٠ ، ٠)

∴ $\overline{جـ}$ = (-١ ، -٦ ، ١)

∴ $\overline{جـ}$ = - $\overline{س}$ - ٦ $\overline{ص}$ + $\overline{ع}$

---

٣ (ب)

الحل

($\frac{أ ω^٢ - ء ω}{أ ω^٢ - ء}$ - ω^٢^) = ($\frac{ω (أ ω^٢ - ء)}{أ ω^٢ - ء}$ - ω^٢^)

= ω - ω^٢^ = ± $\sqrt{٣}$ ت

---

٤ (د)

الحل

س = ٢ ^ن+٢^ ∴ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٢ ^ن+٢^ × لوهـ ٢

ص = ٤ ^ن^ ∴ $\frac{ءص}{ءن}$ = ٤ ^ن^ × لوهـ ٤

= ٢ ^٢ن+١^ لوهـ ٢

$\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{٢^{٢ن+١} لو_هـ ٢}{٢^{ن+٢} لو_هـ ٢}$ = ٢ ^ن-١^

عندما س = ٨ ∴ ٢ ^ن+٢^ = ٨ = ٢^٣^

∴ ن = ١ ∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ ^١-١^ = ١

حل آخر

س = ٢ ^ن+٢^ = ٢ ^ن^ × ٢^٢^ = ٤ × ٢ ^ن^

∴ ٢ ^ن^ = $\frac{١}{٤}$ س (١)

∵ ص = ٤ ^ن^ = (٢^٢^)^ن^ = (٢^ن^)^٢^ (٢)

من (١) بالتعويض فى (٢) :

ص = ($\frac{١}{٤}$ س)^٢^ ∴ ص = $\frac{١}{١٦}$ س^٢^

$\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{١}{١٦}$ × ٢ س = $\frac{١}{٨}$ س

بوضع س = ٨ ∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ١

---

٥ (ب)

الحل

صَ = هـ ^س+ص^ × (١ + صَ)

صَ = ص (١ + صَ)

صَ = ص + ص صَ

صَ - ص صَ = ص

صَ (١ - ص) = ص

$\frac{صَ}{ص}$ = $\frac{١}{١ - ص}$

---

٦ (د)

الحل

د (س) = لوهـ ٢ س

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

دَ(س) = $\frac{٢}{٢س} = \frac{١}{س}$

دَ(١) = $\frac{١}{١}$ = ١

---

٧ (د)

الحل

$جتا^٢ ٩٠° + جتا^٢ ٦٠° + جتا^٢ θ = ١$

$\frac{١}{٤} + جتا^٢ θ = ١$

∴ $جتا^٢ θ = \frac{٣}{٤}$ ∴ جتا θ = $\pm \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ θ = ٣٠° أو θ = ١٥٠°

---

٨ (أ)

الحل

دَ(س) = ٣ $س^٢$ + ٢ ك س

دً(س) = ٦ س + ٢ ك

بوضع دً(س) = صفر ، س = ٢

٦ × ٢ + ٢ ك = ٠ ∴ ك = −٦

---

٩ (ب)

الحل

الحدان الأوسطان هما $ح_٤$ ، $ح_٥$

$ح_٤ = ح_٥$

$^٧ق_٣ × (س^٢)^٣ = {}^٧ق_٤ × (س^٢)^٤$

$س^٦ = س^٨$ بالقسمة على $س^٦$

∴ $س^٢$ = ١

---

١٠ (أ)

الحل

مساحة الجزء المظلل = $\int_{-٢}^{٢} |س^٣| . ء س$

= ٢ $\int_{٠}^{٢} س^٣ . ء س = ٢ × [\frac{١}{٤} س^٤]_{٠}^{٢}$

= ٢ $[\frac{١}{٤} × ٢^٤ - \frac{١}{٤} × ٠]$ = ٨ وحدة مربعة.

---

١١ (ب)

الحل

$\int_{١}^{٨} د(س) ء س = \int_{١}^{٤} د(س) ء س$ ...

، $\int_{٤}^{٨}$ د (س) ء س = ١٩ + (−٧) = ١٢

---

١٢ (أ)

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{١٨}ق_ر (س^{-١})^ر (س^٢)^{١٨-ر} = {}^{١٨}ق_ر س^{٣٦-٣ر}$

، بوضع ٣٦ − ٣ ر = ٠ ∴ ر = ١٢

∴ $ح_{١٣}$ هو الحد الخالى من س ∵ الحد الأوسط هو $ح_{١٠}$

∴ $\frac{ح_{١٣}}{معامل ح_{١٠}} = \frac{^{١٨}ق_{١٢}}{^{١٨}ق_٩} = \frac{٢١}{٥٥}$

---

١٣ (ب)

---

١٤ (جـ)

الحل

نقطة أ (منتصف $\overline{ب ح}$)

= $(\frac{٢+٦}{٢} ، \frac{٣+٧}{٢} ، \frac{٤+٨}{٢})$ = (٤ ، ٥ ، ٦)

، بالتعويض فى المعادلات المعطاة

نجد (٤ ، ٥ ، ٦) تحقق معادلة المستوى س + ص + ع − ١٥ = ٠ .

---

١٥ (جـ)

الحل

متجه اتجاه المستقيم $\overrightarrow{هـ}$ = (−١ ، ١ ، ١)

، متجه اتجاه العمودى على المستوى $\overrightarrow{ن}$ = (٣ ، ٢ ، −١)

∵ جتا θ = $\frac{|(-١ ، ١ ، ١) . (٣ ، ٢ ، -١)|}{\sqrt{١+١+١} × \sqrt{٩+٤+١}}$

= $\frac{|-٣ + ٢ - ١|}{\sqrt{٣} × \sqrt{١٤}} = \frac{٢}{\sqrt{٤٢}}$

، ∵ قياس الزاوية بين المستقيم والمستوى α = (٩٠° − θ)

∴ جا α = جتا θ = $\frac{٢}{\sqrt{٤٢}}$ ∴ α = $جا^{-١} (\frac{٢}{\sqrt{٤٢}})$

---

١٦ (ب)

الحل

$\int هـ^{(س^٢ + ٢ لو_هـ س)} ء س = \int (هـ^{س^٢} × هـ^{٢ لو_هـ س}) ء س$

= $\int هـ^{س^٢} × س^٢ ء س$

= $\frac{١}{٢} \int ٢ س^٢ هـ^{س^٢} ء س$

= $\frac{١}{٢} هـ^{س^٢}$ + ث

---

١٧ (د)

الحل

∵ $ص^٢$ = ٤ س

∴ ٢ ص × $\frac{ء ص}{ء ن} = ٤ × \frac{ء س}{ء ن}$

عند النقطة (٤ ، −٤) ، $\frac{ء س}{ء ن}$ = ٢

٢ × −٤ × $\frac{ء ص}{ء ن}$ = ٤ × ٢ ∴ $\frac{ء ص}{ء ن}$ = −١

---

١٨ (أ)

الحل

دَ(س) = ٢ س − ٢

د (س) = $\int$ (٢ س − ٢) . ء س

د (س) = $س^٢$ − ٢ س + ث

∵ د (١) = ٢

∴ $١^٢$ − ٢ × ١ + ث = ٢

∴ ث = ٣

∴ د (س) = $س^٢$ − ٢ س + ٣

∴ د (٠) = ٣

١٩

بفرض أن : سعة $ع_١$ = θ

∴ سعة $ع_١ ع_٢$ = ٩٠° + θ

∴ $ع_١$ = ل (جتا θ + ت جا θ)

، $ع_١ ع_٢$ = ل (جتا (٩٠° + θ) + ت جا (٩٠° + θ))

∴ $ع_٢ = \frac{ع_١ ع_٢}{ع_١} = \frac{ل (جتا (٩٠° + θ) + ت جا (٩٠° + θ))}{ل (جتا θ + ت جا θ)}$

= جتا ٩٠° + ت جا ٩٠°

= ت

٢٠

نفرض أن ص = ع − $\sqrt{س}$ ، ∵ ع = س

∴ ص = س − $\sqrt{س}$

∴ مجالها $ح^+ \cup \{٠\}$

∴ صَ = ١ − $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$

بوضع صَ = ٠ ∴ $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$ = ١

٢ $\sqrt{س}$ = ١ ∴ $\sqrt{س} = \frac{١}{٢}$

∴ س = $\frac{١}{٤}$

∴ ص لها نقط حرجة عند س = $\frac{١}{٤}$

، ∵ صَ غير معرفة عند س = ٠

∴ ص لها نقطة حرجة حدية عند س = ٠

∴ عند س = $\frac{١}{٤}$ تكون ص = $-\frac{١}{٤}$

، عند س = ٠ تكون ص = ٠

∴ أصغر قيمة للمقدار = $-\frac{١}{٤}$

النموذج الخامس

١ (ب)

الحل

ع + ٢ = ت ع − ٢ ت

∴ ع (١ − ت) = −٢ − ٢ ت

، بالضرب × (١ + ت)

∴ ع (١ + ١) = −٢ $(١ + ت)^٢$ = −٢ (١ + ٢ ت − ١)

∴ ٢ ع = −٤ ت ∴ ع = −٢ ت

∴ المقياس = $\sqrt{(-٢)^٢}$ = ٢ ، السعة θ = $\frac{-\pi}{٢}$

∴ ع = ٢ (جتا $\frac{-\pi}{٢}$ + ت جا $\frac{-\pi}{٢}$)

---

٢ (ب)

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{١٠}ق_ر × (\frac{١}{ب س})^ر × (أ س)^{١٠-ر}$

= $^{١٠}ق_ر × (\frac{١}{ب})^ر × أ^{١٠-ر} × س^{١٠-٢ر}$

بوضع ١٠ − ٢ ر = ٠ ∴ ر = ٥

∴ $ح_٦$ هو الحد الخالى من س

∴ $ح_٦$ = معامل $ح_٦$ ∴ $\frac{معامل ح_٦}{ح_٦}$ = ١

∴ $\frac{١٠ - ٦ + ١}{٦} × \frac{١}{ب} × \frac{١}{أ}$ = ١ ∴ أ ب = $\frac{٥}{٦}$

---

٣ (جـ)

الحل

∵ $\|\hat{أ}\| = \sqrt{(-٣)^٢ + ٠ + (٤)^٢}$ = ٥

∴ جيوب تمام زوايا الاتجاه للمتجه $\hat{أ}$

هى $\frac{\hat{أ}}{\|\hat{أ}\|} = \frac{١}{٥}$ (−٣ ، ٠ ، ٤) = ($\frac{-٣}{٥}$ ، ٠ ، $\frac{٤}{٥}$)

ابحث في تليجرام كل الكتب والملخصات @C355C

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

٤ (ج)

الحل

ص = $\text{جا}^3\theta$ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ء}\theta} = 3\,\text{جا}^2\theta\,\text{جتا}\,\theta$

، ع = $\text{جتا}^3\theta$ ∴ $\frac{\text{ءع}}{\text{ء}\theta} = -3\,\text{جتا}^2\theta\,\text{جا}\,\theta$

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءع}} = \frac{\text{ءص}}{\text{ء}\theta} \div \frac{\text{ءع}}{\text{ء}\theta} = \frac{3\,\text{جا}^2\theta\,\text{جتا}\,\theta}{-3\,\text{جتا}^2\theta\,\text{جا}\,\theta} = -\frac{\text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta}$

$= -\text{ظا}\,\theta$

---

٥ (أ)

الحل

∵ د (٢ س) = $\text{س}^{\text{هـ}}$ ∴ ٢ دَ (٢ س) = هـ $\text{س}^{\text{هـ}-1}$

بوضع س = ١ ∴ ٢ دَ (٢) = هـ $(1)^{\text{هـ}-1}$

∴ دَ (٢) = $\frac{1}{2}$ هـ

---

٦ (ج)

الحل

∵ متجه اتجاه المستقيم = (٣ ، -١ ، ٤)

ويمر بالنقطة (١ ، -٢ ، ٤)

∴ معادلة المستقيم هي : $\frac{\text{س} - 1}{3} = \frac{\text{ص} + 2}{-1} = \frac{\text{ع} - 4}{4}$

---

٧ (ب)

الحل

∵ $\text{ح}_{4} = \text{ح}_{11}$

∴ $\text{ق}_{3}^{\,13} \times \left(\frac{1}{8\text{س}}\right)^{3} \times (\text{س}^2)^{10}$

$= \text{ق}_{10}^{\,13} \times \left(\frac{1}{8\text{س}}\right)^{10} \times (\text{س}^2)^{3}$

∴ $\left(\frac{1}{8}\right)^{3} \times \text{س}^{17} = \left(\frac{1}{8}\right)^{10} \times \text{س}^{-4}$

∴ $\text{س}^{21} = \left(\frac{1}{8}\right)^{7} = \left(\frac{1}{2}\right)^{21}$ ∴ س = $\frac{1}{2}$

---

٨ (أ)

الحل

∵ ص = س + $\text{لو}_{\text{هـ}}$ جتا س

∴ صَ = ١ + $\frac{-\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ = ١ - ظا س

، عند س = ٠ فإن : ص = ٠ ، صَ = ١

∴ ميل المماس عند النقطة (٠ ، ٠) = ١

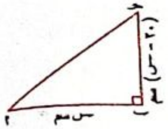
∴ معادلة المماس هي : $\frac{\text{ص} - 0}{\text{س} - 0} = 1$

أي أن : ص = س

---

٩ (أ)

الحل



نفرض أن أب = س سم

∴ ب حـ = (٢٠ - س) سم

∴ المساحة (م)

= $\frac{1}{2}$ × س × (٢٠ - س)

∴ م = ١٠ س - $\frac{1}{2}$ س^2

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءس}}$ = ١٠ - س ، بوضع $\frac{\text{ءم}}{\text{ءس}}$ = ٠

∴ ١٠ - س = ٠ ∴ س = ١٠

، ∵ $\frac{\text{ء}^2\text{م}}{\text{ءس}^2}$ = -١ < ٠

∴ س = ١٠ تجعل المساحة قيمة عظمى

∴ م = ١٠ × ١٠ - $\frac{1}{2}$ × ١٠٠ = ٥٠ سم^2

∴ أكبر مساحة ممكنة للمثلث أ ب حـ = ٥٠ سم^2

---

١٠ (د)

الحل

$\int \frac{1}{2\text{س} + \text{هـ}}\,\text{ءس} = \frac{1}{2} \int \frac{2}{2\text{س} + \text{هـ}}\,\text{ءس}$

= $\frac{1}{2}$ $\text{لو}_{\text{هـ}}$ |٢ س + هـ| + ث

---

١١ (أ)

الحل

ع = ٢ (-ت) ∴ ع = ٢ $\text{هـ}^{-\frac{\pi}{2}\text{ت}}$

∴ $\text{ع}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\,\text{هـ}^{\frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi\text{ر}}{2}\text{ت}}$ حيث ر = ٠ ، ١

عند ر = ٠ ∴ $\text{ع}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\,\text{هـ}^{-\frac{\pi}{4}\text{ت}}$

، عند ر = ١ ∴ $\text{ع}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\,\text{هـ}^{\frac{3\pi}{4}\text{ت}}$

---

١٢ (أ)

الحل

$\int_{1}^{3} \text{د (س) ءس} = \int_{1}^{2} \text{د (س) ءس} + \int_{2}^{3} \text{د (س) ءس}$

$= \int_{1}^{2} (3\text{س} - 2)\,\text{ءس} + \int_{2}^{3} \text{س}^2\,\text{ءس}$

$= \left[\frac{3}{2}\text{س}^2 - 2\text{س}\right]_{1}^{2} + \left[\frac{1}{3}\text{س}^3\right]_{2}^{3}$

$= \frac{11}{2} + \frac{8}{3} = \frac{49}{6}$

---

١٣ (ج)

الحل

$\overrightarrow{\text{هـ}}$ (متجه اتجاه المستقيم) = (٢ ، ١ ، -١)

، $\overrightarrow{\text{ن}}$ (متجه عمودي على المستوى) = (١ ، ١ ، ٠)

∴ جتا θ = $\frac{|(2 ، 1 ، -1) \cdot (1 ، 1 ، 0)|}{\sqrt{4+1+1} \times \sqrt{1+1+0}} = \frac{3}{\sqrt{6} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ θ = ٣٠°

∴ قياس الزاوية بين المستقيم والمستوى = ٩٠° - ٣٠° = ٦٠°

---

١٤ (ب)

الحل

لكي يتقاطع خط تقاطع المستويين مع المحور ع

فإن النقطة (٠ ، ٠ ، ع_1) تقع على كلا المستويين

∴ ٢ ع_1 + ٦ = ٠ ∴ ع_1 = -٣ (١)

، -ع_1 + حـ = ٠ ∴ ع_1 = حـ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ حـ = -٣

---

١٥ (أ)

الحل

د (س) = $\text{س}^2 + \frac{\text{ب}}{\text{س}}$

دَ (س) = ٢ س - ب س^{-2} = ٢ س - $\frac{\text{ب}}{\text{س}^2}$

، ∵ دَ (٢) = صفر

∴ ٢ (٢) - $\frac{\text{ب}}{2^2}$ = ٠

∴ ٤ = $\frac{\text{ب}}{4}$

∴ ب = ١٦

---

١٦ (أ)

الحل

أبعاد متوازي المستطيلات عند أي لحظة

هي ٣ + ٢ ن ، ٤ + ن ، ١٢ - ٣ ن

∴ حجم متوازي المستطيلات في أي لحظة

ح = (٣ + ٢ ن) (٤ + ن) (١٢ - ٣ ن)

∴ $\frac{\text{ءح}}{\text{ءن}}$ = ٢ (٤ + ن) (١٢ - ٣ ن) + (٣ + ٢ ن) (١٢ - ٣ ن)

- ٣ (٣ + ٢ ن) (٤ + ن)

∴ $\left(\frac{\text{ءح}}{\text{ءن}}\right)_{\text{ن}=2}$ = ٢ (٦) (٦) + (٧) (٦) - ٣ (٧) (٦)

= -١٢ سم^3/ث

---

١٧ (ب)

الحل

ص = $\int$ -٦ جتا^5 س جا س ءس = جتا^6 س + ث

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة ($\frac{\pi}{2}$ ، ٠)

∴ ث = صفر ∴ ص = جتا^6 س

---

١٨ (أ)

الحل

$\overrightarrow{\text{أ}}$ = (١ ، ٢ ، ٣) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٢ ، ٢ ، -٥)

∴ $\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}}$ = ٢ + ٦ - ١٥ = -٧ ≠ ٠

∴ $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ غير متعامدين

، ∵ $\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -5 \end{vmatrix}$

= -١٩ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ١١ $\overrightarrow{\text{ص}}$ - $\overrightarrow{\text{ع}}$ ≠ $\overrightarrow{\text{و}}$

∴ $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ غير متوازيين

، ∵ $\overrightarrow{\text{أ}} \cdot (\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}})$ = (١ ، ٢ ، ٣) . (-١٩ ، ١١ ، -١)

= -١٩ + ٢٢ - ٣ = ٠

∴ $\overrightarrow{\text{أ}} \perp (\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}})$

١٩

∵ $\left(\frac{\text{أ}}{\omega} - \text{أ} + \text{أ}\,\omega^7\right)^4 = (\text{أ}\,\omega^2 - \text{أ} + \text{أ}\,\omega)^4$

$= (\text{أ}\,(\omega^2 + \omega - 1))^4$

$= (-2\,\text{أ})^4 = 16\,\text{أ}^4$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

٢٠

ح = $\frac{4}{3}$ ط نق³ ، $\frac{\text{ءح}}{\text{ءن}}$ = ٤ ط نق² $\frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}}$

∴ ٨ نق = ٤ ط نق² $\frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}}$ ∴ $\frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}} = \frac{2}{\text{ط نق}}$ سم/ث

∵ م = ٤ ط نق²

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = ٨ ط نق $\frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}}$ = ٨ ط نق × $\frac{2}{\text{ط نق}}$ = ١٦ سم²/ث

النموذج السادس

١ (ب)

الحل

ع = ١ (جتا($\frac{\text{ط}}{6}$) + ت جا($\frac{\text{ط}}{6}$)) = $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$ ت

٢ (ب)

الحل

∵ ص = أ هـ^(ب/س) ∴ ص' = $\frac{-\text{أب}}{\text{س}^2}$ هـ^(ب/س)

∴ ص'' = $\frac{-\text{أب}}{\text{س}^2} \times \frac{-\text{ب}}{\text{س}^2}$ هـ^(ب/س) + هـ^(ب/س) × $\frac{2\text{أب}}{\text{س}^3}$

= $\frac{\text{أب}^2}{\text{س}^4}$ هـ^(ب/س) + $\frac{2\text{أب}}{\text{س}^3}$ هـ^(ب/س)

= $\frac{\text{أب}}{\text{س}^4}$ هـ^(ب/س) (ب + ٢س)

∵ (١ ، ١) هى نقطة انقلاب للمنحنى

∴ ص'' = صفر عند س = ١

∴ أ ب هـ^ب (ب + ٢) = صفر (١)

∵ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ١)

∴ (١ ، ١) تحقق معادلة المنحنى

∴ ١ = أ هـ^ب

وبالتعويض فى (١)

∴ ب (ب + ٢) = صفر

∴ ب = ٠

(مرفوض لأن الدالة ص تكون ثابتة و ليس لها نقطة انقلاب)

أ ب = −٢ ∴ ص = أ هـ^(−٢/س)

∵ (١ ، ١) تحقق المنحنى ∴ ١ = أ هـ^(−٢)

∴ أ = هـ² ∴ أ ب = −٢ هـ²

٣ (أ)

الحل

جتا θ = $\frac{|(3 ، 1 ، -1) . (1 ، 4 ، -2)|}{\sqrt{9+1+1} \times \sqrt{1+16+4}} = \frac{|3+4+2|}{\sqrt{11} \times \sqrt{21}}$

= $\frac{9}{\sqrt{231}}$

∴ θ = جتا⁻¹ $\frac{9}{\sqrt{231}}$

٤ (ج)

الحل

∵ $\omega - \omega^2 = \pm\sqrt{3}$ ت ∴ $\omega^2 - \omega = \mp\sqrt{3}$ ت

∴ $(\omega - \omega^2)(\omega^2 - \omega) = (\pm\sqrt{3}$ ت$)(\mp\sqrt{3}$ ت$)$

= −٣ ت² = ٣

حل آخر:

$(\omega - \omega^2)(\omega^2 - \omega) = \omega^3 - \omega^2 - \omega^4 + \omega^3$

= $2\omega^3 - \omega^2 - \omega$

= $2\omega^3 - (\omega^2 + \omega)$

= ٢ − (−١) = ٣

٥ (ج)

الحل

∵ ح_ر = ^ن ق_٦ س^(٣(ن−٦)) $\left(\frac{5}{\text{س}}\right)^6$

= ^ن ق_٦ × ٥⁶ × س^(٣ن−١٨−٦)

، ∵ ح_ر خالى من س (١) ∴ ٣ن − ٢٤ = صفر

∴ ٣ن = ٢٤ ∴ ن = ٨

٦ (ب)

الحل

∵ س = ٢ن³ + ٣ ∴ $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = ٦ن²

، ص = ن⁴ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٤ن³

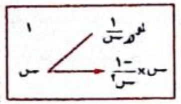
∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} \div \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = \frac{4\text{ن}^3}{6\text{ن}^2} = \frac{2}{3}$ ن

، $\frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2} = \frac{2}{3} \frac{\text{ءن}}{\text{ءس}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6\text{ن}^2}$

∴ $\left(\frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2}\right)_{\text{ن}=1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{9}$

٧ (ج)

الحل



∫ لوهـ $\frac{1}{\text{س}}$ ءس

= س لوهـ $\frac{1}{\text{س}}$ + ∫ ءس

= س لوهـ $\frac{1}{\text{س}}$ + س + ث = س (١ + لوهـ $\frac{1}{\text{س}}$) + ث

٨ (أ)

الحل

مساحة المنطقة = $\int_1^{\text{هـ}} \frac{1}{\text{س}}$ ءس

= [لوهـ |س|]₁^هـ

= لوهـ هـ − لوهـ ١ = ١ وحدة مربعة

٩ (أ)

الحل

نفرض أن طول نصف قطر دائرته = س ، وطول القوس = ص

مساحته = $\frac{1}{2}$ س ص = ١٦ ∴ ص = $\frac{32}{\text{س}}$

المحيط ح = ٢ س + ص = ٢ س + $\frac{32}{\text{س}}$

= ٢ س + ٣٢ س⁻¹ ∴ ح' = ٢ − ٣٢ س⁻²

∴ ح'' = ٦٤ س⁻³ > صفر

، بوضع ح' = ٠

∴ س = ٤ (ويرفض الحل السالب)

∴ ح لها قيمة صغرى عند س = ٤

∴ طول نصف القطر = ٤ سم

١٠ (د)

الحل

∵ ن₁ = (٢ ، ١ ، م) ، ن₂ = (ك ، ١ ، ٦)

∴ المستويين متوازيان.

∴ ن₁ // ن₂ ∴ $\frac{2}{\text{ك}} = \frac{1}{1} = \frac{\text{م}}{6}$

∴ ك م = ١٢

١١ (ج)

الحل

∵ معادلتا المستويين هما : س + ص + ع = ٦ (١)

٢ س + ٢ ص + ٤ ع = −٥ (٢)

∵ $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{4}$ ∴ المستويان متقاطعان.

بضرب (١) × −٣ وجمعها مع (٢) :

∴ − س + ع = −٢٣ ∴ س = ع + ٢٣ (٣)

، بضرب (١) × −٤ وجمعها مع (٢) :

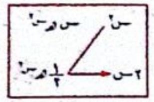
∴ −٢ س − ص = −٢٩ ∴ س = $\frac{-\text{ص} + 29}{2}$ (٤)

من (٣) ، (٤) :

∴ معادلة خط التقاطع هى س = $\frac{-\text{ص} + 29}{2}$ = ع + ٢٣

١٢ (د)

الحل



∫ س³ هـ^(س²) ءس

= ∫ س² . س هـ^(س²) ءس

= $\frac{1}{2}$ س² هـ^(س²) − $\frac{1}{2}$ ∫ ٢ س هـ^(س²) ءس

= $\frac{1}{2}$ س² هـ^(س²) − $\frac{1}{2}$ هـ^(س²) + ث

١٣ (أ)

الحل

نفرض أن طول ضلع المثلث = س

∴ محيط المثلث (ح) = ٣ س

∴ $\frac{\text{ءح}}{\text{ءن}} = 3 \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = 3 \times \frac{1}{3}$ = ١ سم/ث

١٤ (د)

الحل

ص = $\frac{\text{لوهـ س}}{\text{س}}$

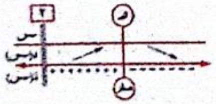
∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{س} \times \frac{1}{\text{س}} - \text{لوهـ س}}{\text{س}^2} = \frac{1 - \text{لوهـ س}}{\text{س}^2}$

بوضع $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ٠ ∴ ١ − لوهـ س = ٠

∴ لوهـ س = ١ ∴ س = هـ ∈ [٢ ، ∞[

، $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ غير معرفة عند س = ٠ ∉ [٢ ، ∞[

∴ للدالة قيمة عظمى محلية



عند س = هـ

، د (هـ) = $\frac{\text{لوهـ هـ}}{\text{هـ}} = \frac{1}{\text{هـ}}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١٥ (ب)

الحل

$\overrightarrow{هـ_1} = (-١ ، ٣ ، ٢)$ ، $\overrightarrow{هـ_2} = (٢ ، ك ، م)$

∵ المستقيمان متعامدان ∴ $\overrightarrow{هـ_1} \cdot \overrightarrow{هـ_2} = ٠$

∴ $(-١ ، ٣ ، ٢) \cdot (٢ ، ك ، م) = ٠$

∴ $-٢ + ٣ك + ٢م = ٠$ ∴ $٣ك + ٢م = ٢$

---

١٦ (د)

الحل

$\frac{ع_1}{ع_2} = \frac{هـ^{٢ + \frac{\pi}{٢}ت}}{هـ^{٢ - \frac{\pi}{٢}ت}} = هـ^{٢ + \frac{\pi}{٢}ت - ٢ + \frac{\pi}{٢}ت} = هـ^{\pi ت}$

$= \text{جتا}\,\pi + ت\,\text{جا}\,\pi = -١$

---

١٧ (د)

الحل

$\int_{١}^{٢} د(س)\,ءس = \int_{١}^{٤} د(س)\,ءس + \int_{٤}^{٢} د(س)\,ءس$

$- \int_{٢}^{٤} د(س)\,ءس$

∴ $\int_{١}^{٢} د(س)\,ءس = ٥ + ٢ - ٦ = ١$

∴ $\int_{٢}^{١} د(س)\,ءس = - \int_{١}^{٢} د(س)\,ءس = -١$

---

١٨ (ب)

الحل

∵ $\overrightarrow{ب} = (٦ ، ٨ ، ٠)$ ، $\overrightarrow{أ} = (٢ ، ٤ ، ١٢)$

∴ $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} = (٢ ، ٤ ، -١٢)$

∴ $\|\overrightarrow{أب}\| = \sqrt{(٢)^٢ + (٤)^٢ + (-١٢)^٢} = ١٢$ وحدة طول.

١٩

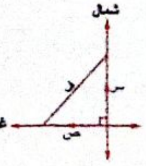
$ح_{ر+١} = س^٣ \times {}^{٧}ق_ر \times س^{ر} = {}^{٧}ق_ر \times س^{ر+٢}$

بوضع: $ر + ٢ = ٤$ ∴ $ر = ١$

∴ $ح_٢ = {}^{٧}ق_١ \times س^٤$

∴ معامل الحد المشتمل على $س^٤ = {}^{٧}ق_١ = ٧$

٢٠



$\frac{ءس}{ءن} = ٢٠$ كم / س

، $\frac{ءص}{ءن} = ٨٠$ كم / س

، $ف^٢ = س^٢ + ص^٢$

∴ $٢ ف \frac{ءف}{ءن} = ٢ س \frac{ءس}{ءن}$

$+ ٢ ص \frac{ءص}{ءن}$

∴ $ف \frac{ءف}{ءن} = س \frac{ءس}{ءن} + ص \frac{ءص}{ءن}$ (١)

بعد ساعة من تحرك السيارة الثانية :

∴ $ص = ١ \times ٨٠ = ٨٠$ كم

، $س = ٢ \times ٣٠ = ٦٠$ كم ومنها $ف = ١٠٠$ كم

ومن معادلة (١) :

∴ $١٠٠ \times \frac{ءف}{ءن} = ٦٠ \times ٣٠ + ٨٠ \times ٨٠$

∴ $\frac{ءف}{ءن} = ٨٢$ كم/س

النموذج السابع

١ (ب)

الحل

$د(س) = س + \frac{١}{س}$ ∴ $دَ(س) = ١ - \frac{١}{س^٢}$

، عند $دَ(س) = ٠$ فإن : $س^٢ = ١$

∴ $س = ١$ أو $س = -١ \notin [\frac{١}{٢} ، ٣]$

، دَ غير معرفة عند $س = ٠ \notin [\frac{١}{٢} ، ٣]$

، ∵ $د(١) = ١ + \frac{١}{١} = ٢$

، ∵ $د(\frac{١}{٢}) = \frac{١}{٢} + ٢ = ٢\frac{١}{٢}$ ، $د(٣) = ٣\frac{١}{٣}$

∴ للدالة قيمة صغرى مطلقة = ٢

---

٢ (ب)

الحل

$(١ + ٢\omega^٥ + \frac{١}{\omega^٢})(١ + ٢\omega + \frac{١}{\omega^٤})$

$= (١ + ٢\omega^٢ + \omega)(١ + ٢\omega + \omega^٢)$

$= \omega^٢ \times \omega = \omega^٣ = ١$

---

٣ (ب)

الحل

بفرض أن : $|ع_١| = |ع_٢| = ل$

، ∵ سعة $ع_١$ + سعة $ع_٢ = \pi$

، $ع_٢ = ل(\text{جتا}\,\theta + ت\,\text{جا}\,\theta)$

∴ $ع_١ = ل(\text{جتا}(١٨٠° - \theta) + ت\,\text{جا}(١٨٠° - \theta))$

$= ل(-\text{جتا}\,\theta + ت\,\text{جا}\,\theta)$

$= -ل(\text{جتا}\,\theta - ت\,\text{جا}\,\theta) = -\bar{ع_٢}$

٤ (جـ)

الحل

الحجم $= \pi \int_{-٢}^{٢} س^٤\,ءس$

$= \pi [\frac{١}{٥}س^٥]_{-٢}^{٢}$

$= \pi [\frac{٣٢}{٥} + \frac{٣٢}{٥}]$

$= \frac{٦٤}{٥}\pi$ وحدة حجم

---

٥ (د)

الحل

∵ $(١ + س)^٦ = {}^{٦}ق_٠ + {}^{٦}ق_١ س + {}^{٦}ق_٢ س^٢ + {}^{٦}ق_٣ س^٣$

$+ \dots + {}^{٦}ق_٦ س^٦$

∴ $أ_٠ - أ_٢ + أ_٤ - أ_٦ = {}^{٦}ق_٠ - {}^{٦}ق_٢ + {}^{٦}ق_٤ - {}^{٦}ق_٦ = ٠$

، $أ_١ - أ_٣ + أ_٥ = {}^{٦}ق_١ - {}^{٦}ق_٣ + {}^{٦}ق_٥ = ٦ - ٢٠ + ٦ = -٨$

∴ $(أ_٠ - أ_٢ + أ_٤ - أ_٦ ، أ_١ - أ_٣ + أ_٥) = (٠ ، -٨)$

حل آخر :

بوضع $س = ت$

∴ $أ_٠ + أ_١ ت + أ_٢ ت^٢ + أ_٣ ت^٣ + أ_٤ ت^٤ + أ_٥ ت^٥ + أ_٦ ت^٦$

$= (١ + ت)^٦$

∴ $أ_٠ + أ_١ ت - أ_٢ - أ_٣ ت + أ_٤ + أ_٥ ت - أ_٦$

$= ((١ + ت)^٢)^٣ = (٢ت)^٣ = -٨ت$

∴ $أ_٠ - أ_٢ + أ_٤ - أ_٦ =$ صفر ، $أ_١ - أ_٣ + أ_٥ = -٨$

∴ $(أ_٠ - أ_٢ + أ_٤ - أ_٦ ، أ_١ - أ_٣ + أ_٥) = (٠ ، -٨)$

---

٦ (أ)

الحل

∵ $\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{جـ} = \begin{vmatrix} م & -٣ & ١ \\ ١ & ٠ & -٢ \\ -٢ & -١ & ٤ \end{vmatrix}$

$= م(٠ - ٢) + ٣(٤ - ٤) + (-١ - ٠)$

$= -٢م - ١$

، ∵ جسم متوازي السطوح $= |\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{جـ}|$

∴ $|-٢م - ١| = ٧$ ∴ $٢م + ١ = \pm ٧$

∴ $٢م + ١ = ٧$ ومنها $م = ٣$

أو، $٢م + ١ = -٧$ ومنها $م = -٤$

٧ (د)

الحل

∵ $د(س) = س^٣ - أس^٢ + ب$ ومجالها ع

∴ $دَ(س) = ٣س^٢ - ٢أس$

، ∵ للدالة قيمة صغرى محلية عند $س = ٢$

∴ $دَ(٢) = ٠$ ∴ $٣(٢)^٢ - ٢أ(٢) = ٠$

∴ $أ = ٣$

، ∵ $(٢ ، ٤) \in$ الدالة ∴ $د(٢) = ٤$

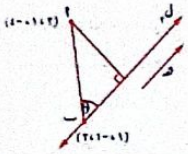
∴ $(٢)^٣ - ٣(٢)^٢ + ب = ٤$ ∴ $ب = ٨$

∴ $أ \times ب = ٢٤$

---

٨ (د)

الحل



∵ $أ(٢ ، ١ ، -٤) \in ل_١$

، $ب(١ ، -١ ، ٢) \in ل_٢$

∴ $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{هـ}$

$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ -١ & -٢ & ٦ \\ ٢ & ٣ & -٢ \end{vmatrix} = -١٤\overrightarrow{س} + ١٠\overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ع}$

∴ البُعد بين المستقيمين

= طول العمود من أ إلى $ل_٢$

$= \frac{\|\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{هـ}\|}{\|\overrightarrow{هـ}\|} = \frac{\sqrt{(-١٤)^٢ + (١٠)^٢ + ١^٢}}{\sqrt{٢^٢ + ٣^٢ + (-٢)^٢}} = ٤,١٨$ وحدة طول.

---

٩ (ب)

الحل

$\int \frac{\text{جتا}\,س\,(٢\,\text{جتا}^٢ س - ١)}{\text{جا}\,س\,(١ - ٢\,\text{جا}^٢ س)}\,ءس = \int \frac{\text{جتا}\,س \cdot \text{جتا}\,٢س}{\text{جا}\,س \cdot \text{جتا}\,٢س}\,ءس$

$= \int \frac{\text{جتا}\,س}{\text{جا}\,س}\,ءس$

$= \text{لو}_هـ |\text{جا}\,س| + ث$

---

١٠ (ب)

الحل

المساحة $(م) = \pi\,نق^٢$ ∴ $\frac{ءم}{ءن} = ٢\pi\,نق\,\frac{ءنق}{ءن}$

∴ $٢٠\pi = ٢\pi\,نق \times ٢$ ∴ $نق = ٥$ سم

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

(١١) (ب)

الحل

$د(س) = هـ^{٢س+١٠}$ ∴ $د'(س) = ٢هـ^{٢س+١٠}$

، عند $(-\frac{١}{٢} ، ١)$ ∴ $د'(-\frac{١}{٢}) = ٢هـ^{٠} = ٢$

∴ معادلة المماس: $\frac{ص - ١}{س + \frac{١}{٢}} = ٢$

$٢س + ١ = ص - ١$

أى أن: $ص = ٢س + ٢$

(١٢) (د)

الحل

∵ متجه اتجاه المستقيم $= (-١ ، ٤ ، ١) - (١ ، ٢ ، ٢)$

$= (-٢ ، ٢ ، -١)$

∴ الصورة المتجهة هى $\overrightarrow{ر} = (٢ ، -١ ، ١) + ك(-٢ ، ٢ ، -١)$

، المعادلات البارامترية: $س = ٢ - ٢ك$ ، $ص = -١ + ٢ك$ ، $ع = ١ - ك$

، المعادلة الإحداثية هى $\frac{س - ٢}{-٢} = \frac{ص + ١}{٢} = \frac{ع - ١}{-١}$

(١٣) (د)

الحل

$\overrightarrow{أج} = (٤ ، ٠ ، ٠) - (٠ ، ٨ ، ٦) = (٤ ، -٨ ، -٦)$

، $\overrightarrow{أء} = (٠ ، ٠ ، ٦) - (٠ ، ٨ ، ٦) = (٠ ، -٨ ، ٠)$

∴ $\overrightarrow{أج} \times \overrightarrow{أء} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٤ & -٨ & -٦ \\ ٠ & -٨ & ٠ \end{vmatrix}$

$= -٤٨\overrightarrow{س} - ٣٢\overrightarrow{ع}$

(١٤) (د)

الحل

∵ البسط تفاضل المقام

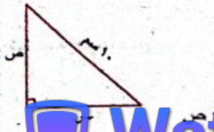
∴ $\int \frac{٣س^{٢}}{س^{٣} + ٤} ءس = لو_{هـ}|س^{٣} + ٤| + ث$

(١٥) (ب)

الحل

$س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠$

∴ $ص = \sqrt{١٠٠ - س^{٢}}$



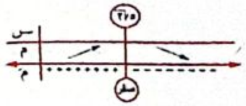
، مساحة المثلث $م = \frac{١}{٢} س ص$

∴ $م = \frac{١}{٢} س \sqrt{١٠٠ - س^{٢}}$

∴ $م' = \frac{١}{٢} س \times \frac{-س}{\sqrt{١٠٠ - س^{٢}}} + \frac{١}{٢}\sqrt{١٠٠ - س^{٢}}$

$= \frac{-س^{٢} + ١٠٠ - س^{٢}}{٢\sqrt{١٠٠ - س^{٢}}} = \frac{١٠٠ - ٢س^{٢}}{٢\sqrt{١٠٠ - س^{٢}}}$

بوضع $م' = ٠$ ∴ $س = ٥\sqrt{٢}$



عند $س = ٥\sqrt{٢}$ تجعل م قيمة عظمى

طولا ضلعى القائمة هما $٥\sqrt{٢}$ سم ، $٥\sqrt{٢}$ سم

(١٦) (أ)

الحل

∵ $ص = هـ^{س} جاس$

∴ $\frac{ءص}{ءس} = هـ^{س} جتاس + جاس \times هـ^{س}$

$= هـ^{س}(جاس + جتاس)$

، $\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = هـ^{س}(جتاس - جاس) + (جاس + جتاس) \times هـ^{س}$

$= هـ^{س}(٢ جتاس)$

∴ $\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} - ٢\frac{ءص}{ءس} + ٢ص$

$= هـ^{س} \times ٢ جتاس - ٢ \times هـ^{س}(جاس + جتاس)$

$+ ٢ \times هـ^{س} جاس = ٢ جتاس \times هـ^{س} - ٢ جاس \times هـ^{س}$

$- ٢ جتاس \times هـ^{س} + ٢ جاس \times هـ^{س} = صفر$

(١٧) (د)

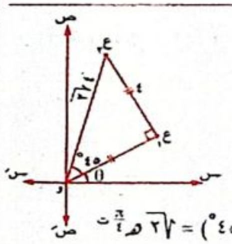
الحل

∵ $ع_{١} = ٤(جتا θ + ت جا θ)$

، $ع_{٢} = ٤\sqrt{٢}(جتا(٤٥° + θ)$

$+ ت جا(٤٥° + θ))$

∴ $\frac{ع_{٢}}{ع_{١}} = \sqrt{٢}(جتا ٤٥° + ت جا ٤٥°) = \sqrt{٢} هـ^{\frac{π}{٤}ت}$



(١٨) (أ)

الحل

∵ $\frac{٢}{٢} = \frac{١٢}{١٢} = \frac{-٤}{-٤} \neq \frac{٩}{-١٧}$

∴ المستويان متوازيان وغير منطبقين

، بوضع $س = -١$ ، $ص = ١$ فى معادلة المستوى الأول

∴ $-٢ + ١٢ - ٤ع = ٩$ ∴ $ع = ٠$

∴ النقطة $(-١ ، ١ ، ٠)$ تقع فى المستوى الأول

∴ طول العمود المرسوم بين المستويين

$= \frac{|٢ \times (-١) + ١٢ \times ١ - ٤ \times ٠ + ١٧|}{\sqrt{٢^{٢} + ١٢^{٢} + (-٤)^{٢}}} = ٢$ وحدة طول

(١٩)

∵ $ح_{ر+١} = {}^{٣ن}ق_{ر} \left(\frac{-س^{٢}}{م}\right)^{ر} \left(\frac{م}{س^{٢}}\right)^{٣ن-ر}$

$= (-١)^{ر} \; {}^{٣ن}ق_{ر} \; (م)^{٣ن-٢ر} \; س^{٤ر-٦ن}$

∴ $ح_{٧} = (-١)^{٦} \; {}^{٣ن}ق_{٦} \; (م)^{٣ن-١٢} \; س^{٢٤-٦ن}$

، ∵ $ح_{٧}$ هو الحد الخالى من س

∴ $٢٤ - ٦ن = صفر$ ∴ $ن = ٤$

∴ $ح_{٧} = (-١)^{٦} \times {}^{١٢}ق_{٦} \times م^{صفر} = ٩٢٤$

(٢٠)

∵ $د'(س) = ٦س^{٢} - ٣٠س + ٣٦$

∴ $د'(س) = ٦(س^{٢} - ٥س + ٦)$

∴ $د'(س) = ٦(س - ٢)(س - ٣)$

∵ $د'(س) = ٠$ عندما $س = ٢$ ، $س = ٣$

∴ د(س) لها نقطتان حرجتان عند $س = ٢$ ، $س = ٣$

، $د''(س) = ١٢س - ٣٠$

∴ $د''(٢) = ٢٤ - ٣٠ = -٦ < ٠$

، $د''(٣) = ٣٦ - ٣٠ = ٦ > ٠$

∴ $(٢ ، د(٢))$ نقطة قيمة عظمى محلية.

، ∵ $د'(س) = ٦س^{٢} - ٣٠س + ٣٦$

∴ معادلة المنحنى هى: $د(س) = \int د'(س) ءس$

أى: $د(س) = \int (٦س^{٢} - ٣٠س + ٣٦) ءس$

أى: $د(س) = ٢س^{٣} - ١٥س^{٢} + ٣٦س + ث$

، ∵ $د(٢) = ٢٨$ ∴ $٢٨ = ١٦ - ٦٠ + ٧٢ + ث$

∴ $ث = ٠$

∴ معادلة المنحنى المطلوب هى:

$ص = ٢س^{٣} - ١٥س^{٢} + ٣٦س$

النموذج الثامن

(١) (أ)

الحل

$\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءθ} \div \frac{ءس}{ءθ} = قا^{٢} θ \div (قا θ ظا θ) = \frac{قا θ}{ظا θ} = \frac{١}{جا θ}$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{θ = \frac{π}{٤}} = \frac{١}{جا \frac{π}{٤}} = \sqrt{٢}$

(٢) (ب)

الحل

∵ $\overrightarrow{ن_{١}} = (١ ، ٠ ، ١)$

، $\overrightarrow{ن_{٢}} = (٣ ، -٦ ، ٦)$ أى $(١ ، -٢ ، ٢)$

∴ $جتا θ = \frac{|\overrightarrow{ن_{١}} \cdot \overrightarrow{ن_{٢}}|}{\|\overrightarrow{ن_{١}}\| \|\overrightarrow{ن_{٢}}\|} = \frac{|١ + ٠ + ٢|}{\sqrt{١ + ٠ + ١}\sqrt{١ + ٤ + ٤}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

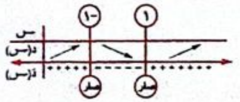
∴ $θ = ٤٥°$

(٣) (د)

الحل

$ص = س^{٣} - ٣س + ٤$ ∴ $ص' = ٣س^{٢} - ٣$

بوضع $ص' = ٠$ ∴ $س = \pm ١$



∴ د متناقصة فى $]-١ ، ١[$

(٤) (ب)

الحل

∵ $ع = -١ + \sqrt{٣} ت$ ∴ $\bar{ع} = -١ - \sqrt{٣} ت$

∴ $ل = \sqrt{(-١)^{٢} + (-\sqrt{٣})^{٢}} = ٢$

، $ظا θ = \frac{-\sqrt{٣}}{-١} = \sqrt{٣}$ ∵ $س < ٠$ ، $ص < ٠$

∴ $θ = -π + \frac{π}{٣} = \frac{-٢π}{٣}$

∴ $ع = ٢\left(جتا\left(\frac{-٢π}{٣}\right) + ت جا\left(\frac{-٢π}{٣}\right)\right)$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly

٥ (د)

الحل

$١ + \omega + \omega^٢ + \omega^٣ + ... + \omega^{١٠٠}$

$= \frac{١(\omega^{١٠١} - ١)}{\omega - ١} = \frac{\omega^٢ - ١}{\omega - ١} = \frac{(\omega - ١)(\omega + ١)}{(\omega - ١)}$

$= \omega + ١ = -\omega^٢$

---

٦ (ب)

الحل

∵ $س^٢ - س ص = ٠$

∴ $٢ س - س صَ - ص = صفر$

، عند النقطة (١ ، ١) : $٢ - صَ - ١ = ٠$

∴ $صَ = ١$

---

٧ (ب)

الحل

∵ نقطة منتصف $\overline{أب}$ تقع فى المستوى س ع

∴ نقطة منتصف $\overline{أب}$ هى (س ، ٠ ، ع)

∴ $\frac{١٢ + ك + ٢ ك}{٢} = ٠$ ∴ $ك = -٣$

---

٨ (ب)

الحل

$دَ(س) = ٢ ك س + (ك + ٥)$

، ∵ د لها قيمة عظمى محلية عند س = ٢

∴ $دَ(٢) = ٠$ ∴ $٤ ك + ك + ٥ = ٠$

∴ $ك = -١$

---

٩ (أ)

الحل

$\int_{-٢}^{٢} (٥ س^٤ - جا س) \, ءس = [س^٥ + جتا س]_{-٢}^{٢}$

$= (٣٢ + جتا(٢)) - (-٣٢ + جتا(-٢)) = ٦٤$

، $\int_{٠}^{٢} ٤ ك س^٣ \, ءس = [ك س^٤]_{٠}^{٢} = ١٦ ك$

∴ $١٦ ك = ٦٤$ ∴ $ك = ٤$

---

١٠ (جـ)

الحل

∵ $ح_٦ + \frac{١}{٤} ح_ن = ٧ × ح_٨$ (بالقسمة على $ح_ن$)

∴ $\frac{ح_٦}{ح_ن} + \frac{١}{٤} = ٧ × \frac{ح_٨}{ح_ن}$

∴ $\frac{٦}{٩ - ٦ + ١} × \frac{٢}{س} + \frac{١}{٤} = ٧ × \frac{٩ - ٧ + ١}{٧} × \frac{س}{٢}$

$\frac{٣}{س} + \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٢} س$ (بالضرب × ٤ س)

∴ $١٢ + س = ٦ س^٢$ ∴ $٦ س^٢ - س - ١٢ = ٠$

∴ $س = \frac{٣}{٢}$ ، أو $\frac{-٤}{٣}$

---

١١ (أ)

الحل

$\overrightarrow{أب}$ (المتجه المار بالنقطتين)

$= (٣ ، -١ ، ٢) - (٠ ، ٠ ، ٠) = (٣ ، -١ ، ٢)$

، $\overrightarrow{ح}$ (متجه اتجاه المستقيم) $= (١ ، -٤ ، ٧)$

∴ $\overrightarrow{ن}$ متجه الاتجاه العمودى على المستوى

$= \overrightarrow{أب} × \overrightarrow{ح} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٣ & -١ & ٢ \\ ١ & -٤ & ٧ \end{vmatrix}$

$= \overrightarrow{س} - ١٩ \overrightarrow{ص} - ١١ \overrightarrow{ع}$

، ∵ المستوى المطلوب يمر بنقطة الأصل

∴ معادلة المستوى المطلوب هى : $س - ١٩ ص - ١١ ع = ٠$

---

١٢ (د)

الحل

∵ $د(س) = هـ^{س - ٢}$ ∴ $دَ(س) = هـ^{س - ٢}$

∴ $دَ(٢) = هـ^{٢ - ٢} = ١$

∴ ميل المماس عند النقطة (٢ ، ١) = ١

∴ ميل العمودى عليه $(\overleftrightarrow{أح}) = -١$

∴ معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{أح}$ هى : $\frac{ص - ١}{س - ٢} = -١$

أى أن : $ص = ٣ - س$

---

١٣ (ب)

الحل

متجه اتجاه المستقيم $= \left(\frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)$

أى متجه اتجاه المستقيم = (١ ، ١ ، ١)

، ∵ النقطة (٢ ، ٣ ، -٥) ∋ المستقيم

∴ معادلة المستقيم هى : $\frac{س - ٢}{١} = \frac{ص - ٣}{١} = \frac{ع + ٥}{١}$

أى أن : $س - ٢ = ص - ٣ = ع + ٥$

---

١٤ (جـ)

الحل

$\overrightarrow{أب} = (٢ ، ٥ ، -١) - (١ ، ٢ ، ٣) = (١ ، ٣ ، -٤)$

$\overrightarrow{أح} = (-١ ، ١ ، ٢) - (١ ، ٢ ، ٣) = (-٢ ، -١ ، -١)$

$\overrightarrow{أب} × \overrightarrow{أح} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ١ & ٣ & -٤ \\ -٢ & -١ & -١ \end{vmatrix} = -٧ \overrightarrow{س} + ٩ \overrightarrow{ص} + ٥ \overrightarrow{ع}$

$\| \overrightarrow{أب} × \overrightarrow{أح} \| = \sqrt{٤٩ + ٨١ + ٢٥} = \sqrt{١٥٥}$

∴ مساحة Δ أب ح $= \frac{\sqrt{١٥٥}}{٢}$ وحدة مربعة.

---

١٥ (أ)

الحل

$\frac{ءح}{ءن} = -٢٠ \text{ سم}^٣/\text{ث}$

∵ $ح = \frac{٤}{٣} \pi نق^٣$ ∴ $\frac{ءح}{ءن} = ٤ \pi نق^٢ \frac{ءنق}{ءن}$

عندما نق = ١٠

∴ $-٢٠ = ٤ \pi × ١٠^٢ \frac{ءنق}{ءن}$ ∴ $\frac{ءنق}{ءن} = \frac{-١}{٢٠ \pi} \text{ سم/ث}$

المساحة (م) $= ٤ \pi نق^٢$

∴ $\frac{ءم}{ءن} = ٨ \pi نق \frac{ءنق}{ءن}$

∴ $\left(\frac{ءم}{ءن}\right)_{نق = ١٠} = ٨ × \pi × ١٠ × \frac{-١}{٢٠ \pi} = -٤ \text{ سم}^٢/\text{ث}$

---

١٦ (جـ)

الحل

$\int \frac{١ - ٢ جا^٢ س}{٢ جا س جتا س} ءس = \int \frac{جتا ٢ س}{جا ٢ س} ءس$

$= \frac{١}{٢} \int \frac{٢ جتا ٢ س}{جا ٢ س} ءس$

$= \frac{١}{٢} لو_هـ |جا ٢ س| + ث$

---

١٧ (جـ)

الحل

$ح_ن$ من البداية $= ن_١ × \left(\frac{١}{\sqrt[٣]{٢}}\right)^٦ × \left(\sqrt[٣]{٢}\right)^{ن - ٦}$

$= ن_١ × \sqrt[٣]{٢}^{ن - ١٢}$

$ح_ن$ من النهاية $= ن_١ × \left(\sqrt[٣]{٢}\right)^٦ × \left(\frac{١}{\sqrt[٣]{٢}}\right)^{ن - ٦}$

$= ن_١ × \sqrt[٣]{٢}^{١٢ - ن}$

∴ $\frac{ح_ن \text{ من البداية}}{ح_ن \text{ من النهاية}} = \frac{ن_١ × \sqrt[٣]{٢}^{ن - ١٢}}{ن_١ × \sqrt[٣]{٢}^{١٢ - ن}} = \frac{١}{٤}$

∴ $\sqrt[٣]{٢}^{٢ن - ٢٤} = \frac{١}{٤}$ ∴ $٢^{\frac{٢}{٣} ن - ٨} = ٢^{-٢}$

∴ $\frac{٢}{٣} ن = ٦$ ∴ $ن = ٩$

---

١٨ (أ)

الحل

∵ $د(س) = ١٠ س هـ^{-س}$

∴ $دَ(س) = ١٠ هـ^{-س} - ١٠ س هـ^{-س}$

بوضع $دَ(س) = ٠$ ∴ $١٠ هـ^{-س} (١ - س) = ٠$

∴ $س = ١ \in [٠ ، ٤]$ ، $د(١) = \frac{١٠}{هـ}$

، ∵ $د(٠) = \text{صفر}$ ، $د(٤) = \frac{٤٠}{هـ^٤}$

فإن للدالة قيمة عظمى مطلقة هى $\frac{١٠}{هـ}$ تبلغها عند س = ١

١٩

$ع = ٤ (جا ٣٠° - ت جتا ٣٠°)$

∴ $ع = ٤ (جتا(-٩٠° + ٣٠°) + ت جا(-٩٠° + ٣٠°))$

∴ $ع = ٤ (جتا(-٦٠°) + ت جا(-٦٠°))$

∴ $ع^{\frac{١}{٢}} = ٢ \left(جتا \frac{-٦٠° + ٣٦٠° ر}{٢} + ت جا \frac{-٦٠° + ٣٦٠° ر}{٢}\right)$

حيث ر = ٠ ، ١

، بوضع ر = ٠

∴ $ع^{\frac{١}{٢}} = ٢ (جتا -٣٠° + ت جا -٣٠°) = ٢ \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢} ت\right)$

$= \sqrt{٣} - ت$

، بوضع ر = ١

∴ $ع^{\frac{١}{٢}} = ٢ (جتا ١٥٠° + ت جا ١٥٠°) = ٢ \left(-\frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢} ت\right)$

$= -\sqrt{٣} + ت$

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

٢٠

مساحة الجزء المظلل = $\int_{-2}^{أ} س^{2}\, ءس - \int_{1}^{صفر} س^{2}\, ءس$

∴ $\left[\frac{1}{3} س^{3}\right]_{-2}^{أ} - \left[\frac{1}{3} س^{3}\right]_{1}^{أ} = \frac{15}{3}$

∴ $\frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{أ^{3}}{3} = \frac{15}{3}$ ∴ $\frac{16 + أ^{3}}{3} = \frac{15}{3}$

∴ $أ^{3} = -1$ ∴ $أ = -1$

النموذج التاسع

١ (أ)

الحل

رتبة الحد من البداية = ١٣ - ٥ + ١ = ٩

∴ $ح_{5}$ من النهاية = $ح_{9}$ من البداية

$= {}^{12}ق_{8} \times \left(\frac{-2}{س}\right)^{8} \times \left(\frac{س^{2}}{2}\right)^{4} = \frac{7920}{س^{4}}$

٢ (ب)

الحل

$س = أ\, قا^{2} \theta$

∴ $\frac{ءس}{ء\theta} = 2أ\, قا\theta \,.\, قا\theta \,.\, ظا\theta = 2أ\, قا^{2}\theta\, ظا\theta$

، $ص = أ\, ظا^{3}\theta$ ∴ $\frac{ءص}{ء\theta} = 3أ\, ظا^{2}\theta \,.\, قا^{2}\theta$

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ء\theta} \div \frac{ءس}{ء\theta} = \frac{3أ\, ظا^{2}\theta\, قا^{2}\theta}{2أ\, قا^{2}\theta\, ظا\theta} = \frac{3\, ظا\theta}{2}$

∴ $\frac{ء^{2}ص}{ءس^{2}} = \frac{3}{2} قا^{2}\theta \times \frac{1}{2أ\, قا^{2}\theta\, ظا\theta} = \frac{3\, ظتا\theta}{4أ}$

٣ (جـ)

الحل

∵ $ح_{ر+1} = {}^{8}ق_{ر} \times \left(\frac{-1}{س}\right)^{ر} (س)^{8-ر}$

$= (-1)^{ر} \times {}^{8}ق_{ر}\, س^{8-2ر}$

بوضع ٨ - ٢ ر = ٠

∴ ر = ٤

∴ $ح_{5}$ هو الحد الخالى من س

٤ (ب)

الحل

طول العمود = $\frac{|2(2) - 2(3) + 1(1) - 5|}{\sqrt{2^{2} + (-2)^{2} + (1)^{2}}} = 2$ وحدة طول

٥ (ب)

الحل

$\int \frac{قا^{2} س}{ظا س} ءس = لو_{هـ} |ظا س| + ث$

٦ (ب)

الحل

∵ $\overline{أ} // \overline{ب}$ ∴ $\frac{ك}{-2} = \frac{3}{9} = \frac{-4}{م}$

∴ ك × م = -٢ × -٤ = ٨

٧ (ب)

الحل

∵ (٣ ، -٩) ∈ المنحنى ∴ $-9 = 3^{3} + أ(3)^{2} + ب(3)$

∴ ٩ أ + ٣ ب = -٣٦ ∴ ٣ أ + ب = -١٢ (١)

، ∵ $د(س) = س^{3} + أس^{2} + ب س$

∴ $د'(س) = 3س^{2} + 2أس + ب$

∴ $د''(س) = 6س + 2أ$

∵ للدالة نقطة انقلاب عند س = ٣

∴ ٦ × ٣ + ٢ أ = صفر ∴ أ = -٩

، من (١) : ٣ (-٩) + ب = -١٢ ∴ ب = ١٥

∴ أ + ب = -٩ + ١٥ = ٦

٨ (د)

الحل

$\int_{0}^{1} د'(س) \,.\, د(س)\, ءس = \left[\frac{(د(س))^{2}}{2}\right]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{2}\left[(د(1))^{2} - (د(0))^{2}\right] = \frac{1}{2}(3^{2} - 4^{2}) = \frac{-7}{2}$

٩ (ب)

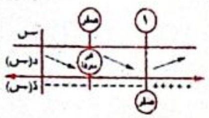
الحل

∵ $س ص = هـ^{س}$

∴ $ص = \frac{هـ^{س}}{س}$ ∴ المجال = ح - {٠}

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{س هـ^{س} - هـ^{س}}{س^{2}} = \frac{هـ^{س}(س - 1)}{س^{2}}$

بوضع $\frac{ءص}{ءس} = 0$ ∴ س = ١



∴ للدالة قيمة صغرى محلية

عند س = ١

$د(1) = \frac{هـ}{1} = هـ$

١٠ (ب)

الحل

$هـ^{\theta ت} + هـ^{-\theta ت} = (جتا\theta + ت\, جا\theta) + (جتا(-\theta) + ت\, جا(-\theta))$

$= جتا\theta + ت\, جا\theta + جتا\theta - ت\, جا\theta = 2\, جتا\theta$

١١ (أ)

الحل

∵ المستقيمان يمران بالنقطة (١ ، ١ ، ٠)

∴ المستقيمان متقاطعان

∴ متجه الاتجاه العمودى على مستويها

$= \begin{vmatrix} \overline{س} & \overline{ص} & \overline{ع} \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -3\overline{س} + 2\overline{ص} + 3\overline{ع}$

∴ معادلة المستوى المطلوب هى :

$\overline{ر} \,.\, (-3 ، 2 ، 3) = (1 ، 1 ، 0) \,.\, (-3 ، 2 ، 3)$

أى : -٣ س + ٢ ص + ٣ ع = صفر

١٢ (ب)

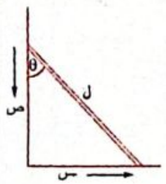
الحل

$\int \frac{لو_{هـ} س}{س} ءس = \int لو_{هـ} س \times \frac{1}{س} ءس$

$= \frac{(لو_{هـ} س)^{2}}{2} + ث$

١٣ (د)

الحل



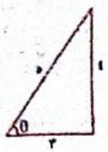
بفرض طول السلم = ل وحدة طول

، ∵ $س^{2} + ص^{2} = ل^{2}$

∴ $2س \frac{ءس}{ءن} + 2ص \frac{ءص}{ءن} = 0$

∴ $\frac{ءس}{ءن} = \frac{-ص}{س} \times \frac{ءص}{ءن}$

عندما : $قا\theta = \frac{5}{4}$



$س = ل\, جا\theta$ ، $ص = ل\, جتا\theta$

∴ $\frac{ءس}{ءن} = \frac{-3}{4} \times -ك$

$= \frac{3ك}{4}$ وحدة طول/ث (ك > ٠)

١٤ (جـ)

الحل

∵ معامل $ح_{2ر+2}$ = معامل $ح_{ر+4}$

∴ ${}^{17}ق_{2ر+2} = {}^{17}ق_{ر+2}$

∴ ٢ ر + ٢ = ر + ٢ ∴ ر = ١ (مرفوض)

أو ٢ ر + ٢ + ر + ٣ = ١٧

∴ ٣ ر + ٥ = ١٧ ∴ ٣ ر = ١٢

∴ ر = ٤ ∴ $\underline{|ر} = \underline{|4} = 24$

١٥ (أ)

الحل

$ع = \frac{2}{(1 + \omega)(1 - \omega - \omega^{2})} = \frac{2}{(-\omega^{2})(1 - (-1))} = -\omega$

١٦ (د)

الحل

$\int_{-2}^{5} د(س)\, ءس + \int_{-2}^{5} |د(س)|\, ءس$

$= م_{1} - م_{2} + م_{3} + م_{1} + م_{2} + م_{3}$

$= 2(م_{1} + م_{3}) = 2(5 + 8) = 26$

١٧ (أ)

الحل

ص = س لو$_{هـ}$ س

∴ $\frac{ءص}{ءس} = س \times \frac{1}{س} + لو_{هـ} س = 1 + لو_{هـ} س$

، ميل المستقيم المعطى = ١

∴ ميل المماس للمنحنى عند هذه النقطة = -١

∴ ١ + لو$_{هـ}$ س = -١

∴ لو$_{هـ}$ س = -٢ ∴ $س = هـ^{-2}$

∴ $ص = هـ^{-2} لو_{هـ} هـ^{-2} = -2 هـ^{-2}$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

∴ النقطة هى : (هـ$^{-٢}$ ، −٢ هـ$^{-٢}$)

∴ معادلة العمودى : $\frac{\text{ص} + ٢\,\text{هـ}^{-٢}}{\text{س} - \text{هـ}^{-٢}} = ١$

أى أن : س − ص = ٢ هـ$^{-٢}$

---

١٨ (أ)

الحل

متجه اتجاه المستقيم هو (٢ ، −٤ ، ٢)

∴ معادلة المستقيم هى :

$\overrightarrow{\text{ر}}$ = (٢ ، −١ ، ٣) + ك (٢ ، −٤ ، ٢)

١٩

ع = $\frac{٢ + ٤\text{ت}}{٢ - \text{ت}} \times \frac{٢ + \text{ت}}{٢ + \text{ت}} = \frac{٤ + ٢\text{ت} + ٨\text{ت} - ٤}{٥}$ = ٢ ت

∴ ع^{٦} = (٢ ت)^{٦} = ٦٤ ت^{٦} = ٦٤ ت^{٢} = −٦٤

= ٦٤ (جتا π + ت جا π)

٢٠

(٢ س)^{٢} + ع^{٢} = (٢ نق)^{٢}

∴ س^{٢} = $\frac{١}{٤}$ (٤ نق^{٢} − ع^{٢})

∴ حجم الأسطوانة (ح) = π س^{٢} × ع

= π × ع × $\frac{١}{٤}$ (٤ نق^{٢} − ع^{٢})

= $\frac{\pi}{٤}$ (٤ نق^{٢} ع − ع^{٣})

∴ $\frac{\text{ءح}}{\text{ءع}} = \frac{\pi}{٤}$ (٤ نق^{٢} − ٣ ع^{٢}) ∴ $\frac{\text{ءح}}{\text{ءع}}$ = صفر

∴ ٤ نق^{٢} − ٣ ع^{٢} = ٠ ∴ ع^{٢} = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٢}

∴ ع = $\frac{٢\,\text{نق}}{\sqrt{٣}}$ ، $\frac{\text{ء}^{٢}\text{ح}}{\text{ءع}^{٢}}$ < ٠ (حجم الأسطوانة أكبر ما يمكن)

النموذج العاشر

١ (ب)

الحل

$\int_{\text{هـ}}^{٢\text{هـ}} \frac{١}{\text{س} + \text{هـ}}$ ءس = [لو$_{\text{هـ}}$ |س + هـ|]$_{\text{هـ}}^{٢\text{هـ}}$

= لو$_{\text{هـ}}$ |٢ هـ + هـ| − لو$_{\text{هـ}}$ |٠ + هـ|

= لو$_{\text{هـ}}$ ٣ هـ − لو$_{\text{هـ}}$ هـ

= لو$_{\text{هـ}}$ $\frac{٣\,\text{هـ}}{\text{هـ}}$ = لو$_{\text{هـ}}$ ٣

---

٢ (د)

الحل

∵ |ع| = ٣

∴ $\frac{١}{\text{ع}} = \frac{\overline{\text{ع}}}{\text{ع}\,\overline{\text{ع}}} = \frac{\overline{\text{ع}}}{|\text{ع}|^{٢}} = \frac{\overline{\text{ع}}}{٩} = \frac{١}{٩}\,\overline{\text{ع}}$

---

٣ (ب)

الحل

مركبة $\overrightarrow{\text{أ}}$ فى اتجاه $\overrightarrow{\text{ب}}$ = $\frac{\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{ب}}\|} = \frac{(٢ ، ٣ ، -١) \cdot (٣ ، ٤ ، ٠)}{\sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}}}$

= $\frac{٦ + ١٢}{٥} = \frac{١٨}{٥}$

---

٤ (ب)

الحل

$\frac{٢ + \omega}{٢ + \omega^{٢}} = \frac{(٢ + \omega)(٢ + \omega)}{(٢ + \omega^{٢})(٢ + \omega)} = \frac{٤ + ٤\omega + \omega^{٢}}{٤ - ٢ + ١}$

= $\frac{-٣\omega^{٢}}{٣} = -\omega^{٢}$

---

٥ (أ)

الحل

∵ دَ (س) = س د (س)

∴ دً (س) = د (س) + س دَ (س)

= د (س) + س × س د (س)

∴ دً (٣) = د (٣) + ٣ × ٣ × د (٣)

= −٥ + ٣ × ٣ × −٥ = −٥٠

---

٦ (أ)

الحل

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = هـ$^{\text{جتاس}}$ جاس ∴ ص = ∫ هـ$^{\text{جتاس}}$ جاس ءس

∴ ص = − ∫ (− جاس) هـ$^{\text{جتاس}}$ ءس

= − هـ$^{\text{جتاس}}$ + ث

، ∵ د (٠) = هـ ∴ هـ = − هـ$^{\text{جتا ٠}}$ + ث ∴ ث = ٢ هـ

∴ د (س) = − هـ$^{\text{جتاس}}$ + ٢ هـ

∴ د ($\frac{\pi}{٢}$) = − هـ$^{\text{جتا}\frac{\pi}{٢}}$ + ٢ هـ = −١ + ٢ هـ

---

٧ (أ)

الحل

∵ رتبة الحد الأوسط = $\frac{٨ + ٢}{٢}$ = ٥ ∴ ح$_{٥}$ = ١٧٩٢٠

∴ ^{٨}ق$_{٤}$ × $\left(\frac{٢}{٣\,\text{س}}\right)^{٤}$ × (٣ س^{٢})^{٤} = ١٧٩٢٠

∴ ٧٠ × $\frac{١٦}{٨١}$ × س$^{-٤}$ × ٨١ × س^{٨} = ١٧٩٢٠

∴ س^{٤} = ١٦ ∴ س = ±٢

---

٨ (د)

الحل

∵ ص = ٥ ، $\frac{\text{س} - ٤}{٢} = \frac{\text{ع} + \frac{١}{٢}}{٣}$ = ك

∴ المعادلات البارامترية للمستقيم هى :

س = ٤ + ٢ ك ، ص = ٥ ، ع = $\frac{-١}{٢}$ + ٣ ك

---

٩ (أ)

الحل

∫ $\frac{\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٣\,\text{هـ}^{\text{س}} + ٢}{\text{هـ}^{\text{س}} - ١}$ ءس = ∫ $\frac{(\text{هـ}^{\text{س}} - ٢)(\text{هـ}^{\text{س}} - ١)}{(\text{هـ}^{\text{س}} - ١)}$ ءس

= ∫ (هـ$^{\text{س}}$ − ٢) ءس

= هـ$^{\text{س}}$ − ٢ س + ث

---

١٠ (ب)

الحل

∵ ص = جا θ ، س = قتا θ

∴ س ص = جا θ قتا θ = ١ ∴ ص = $\frac{١}{\text{س}}$

∴ مساحة المنطقة = $\int_{١}^{\text{هـ}} \frac{١}{\text{س}}$ ءس = [لو$_{\text{هـ}}$ |س|]$_{١}^{\text{هـ}}$

= لو$_{\text{هـ}}$ هـ − لو$_{\text{هـ}}$ ١

= ١ وحدة مربعة

---

١١ (جـ)

الحل

٢ نق + ل = ٣٠ ∴ ل = ٣٠ − ٢ نق

، ∵ م = $\frac{١}{٢}$ ل نق

∴ م = $\frac{١}{٢}$ نق (٣٠ − ٢ نق) = ١٥ نق − نق^{٢}

∴ مَ = ١٥ − ٢ نق

بوضع مَ = ٠ ∴ ١٥ − ٢ نق = ٠ ∴ نق = ٧.٥ سم

، ∵ مً = −٢ < ٠ لجميع قيم نق الحقيقية

∴ المساحة أكبر ما يمكن عندما نق = ٧.٥ سم

---

١٢ (ب)

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{ى}}$ = (٢ ، ٣ ، م) ، $\overrightarrow{\text{ن}}$ = (١ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٢)

، ∵ المستقيم عمودى على المستوى.

∴ $\overrightarrow{\text{ى}}$ // $\overrightarrow{\text{ن}}$ ∴ $\frac{٢}{١} = \frac{\text{م}}{٢}$ ∴ م = ٤

---

١٣ (د)

الحل

∵ النقطة ب (٣ ، ٢ ، ١) ∌ المستقيم ل

∴ $\overrightarrow{\text{أب}}$ = (٠ ، ٣ ، ٠) − (٣ ، ٢ ، ١) = (−٣ ، ١ ، −١)

، ∵ متجه اتجاه المستقيم $\overrightarrow{\text{ى}}$ = (٢ ، −١ ، ٤)

، ∵ $\overrightarrow{\text{بأ}} \times \overrightarrow{\text{ى}}$ = $\begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ -٣ & ١ & -١ \\ ٢ & -١ & ٤ \end{vmatrix}$

= (٤ − ١) $\overrightarrow{\text{س}}$ − (−١٢ + ٢) $\overrightarrow{\text{ص}}$ + (٣ − ٢) $\overrightarrow{\text{ع}}$

= ٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ١٠ $\overrightarrow{\text{ص}}$ + $\overrightarrow{\text{ع}}$

∴ طول العمود = $\frac{\|\overrightarrow{\text{بأ}} \times \overrightarrow{\text{ى}}\|}{\|\overrightarrow{\text{ى}}\|} = \frac{\sqrt{٩ + ١٠٠ + ١}}{\sqrt{٤ + ١ + ١٦}} = \sqrt{\frac{١١٠}{٢١}}$

---

١٤ (د)

الحل

∵ س$^{\text{ص} + \text{س}}$ = ١ ∴ لو$_{\text{هـ}}$ س$^{(\text{ص} + \text{س})}$ = ٠

∴ (ص + س) لو$_{\text{هـ}}$ س = ٠ (١)

، عند س = هـ ∴ (ص + هـ) لو$_{\text{هـ}}$ هـ = ٠ ∴ ص = − هـ

وباشتقاق العلاقة (١) بالنسبة إلى س :

∴ (صَ + ١) لو$_{\text{هـ}}$ س + (ص + س) × $\frac{١}{\text{س}}$ = ٠

عند النقطة (هـ ، − هـ) :

∴ (صَ + ١) لو$_{\text{هـ}}$ هـ + (− هـ + هـ) × $\frac{١}{\text{هـ}}$ = ٠

∴ صَ = −١

∴ ميل المماس للمنحنى عند النقطة (هـ ، − هـ) = −١

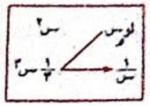
∴ معادلة المماس هى : $\frac{\text{ص} + \text{هـ}}{\text{س} - \text{هـ}}$ = −١

∴ ص + هـ = − س + هـ ∴ ص + س = ٠

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١٥ (ب)

الحل



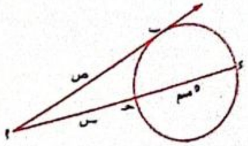
$\int س^{2}\ لو_{هـ} س\ ءس$

$= \frac{1}{3} س^{3}\ لو_{هـ} س - \int \frac{1}{3} س^{2}\ ءس$

$= \frac{1}{3} س^{3}\ لو_{هـ} س - \frac{1}{9} س^{3} + ث$

١٦ (جـ)

الحل



بفرض أن: أب = ص ، أحـ = س

$\therefore ص^{2} = س(س + 5) = س^{2} + 5س$

$\therefore 2ص \frac{ءص}{ءن} = (2س + 5)\frac{ءس}{ءن}$ (١)

، عند $س = 4$

$\therefore ص^{2} = 4 \times 9 = 36 \qquad \therefore ص = 6$

من (١):

$\therefore 2 \times 6 \times 1 = (2 \times 4 + 5) \times \frac{ءس}{ءن}$

$\therefore \frac{ءس}{ءن} = \frac{12}{13}$ سم/د

١٧ (د)

الحل

$\overline{أ} \cdot \overline{ب} \times \overline{حـ} = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -60$

$\therefore$ حجم متوازي السطوح $= |-60| = 60$ وحدة مكعبة

١٨ (ب)

الحل

$ح_{4}$ من البداية $= {}^{2ن}ق_{3} \times \left(\frac{س}{أ}\right)^{3} \times \left(\frac{أ}{س}\right)^{2ن-3}$

$= {}^{2ن}ق_{3} \times أ^{2ن-6} \times س^{6-2ن}$

$ح_{4}$ من النهاية في مفكوك $\left(\frac{أ}{س} + \frac{س}{أ}\right)^{2ن}$

$= ح_{4}$ من البداية في مفكوك $\left(\frac{س}{أ} + \frac{أ}{س}\right)^{2ن}$

$= {}^{2ن}ق_{3} \times \left(\frac{أ}{س}\right)^{3} \times \left(\frac{س}{أ}\right)^{2ن-3}$

$= {}^{2ن}ق_{3} \times أ^{6-2ن} \times س^{2ن-6}$

$\therefore \frac{{}^{2ن}ق_{3} \times أ^{2ن-6} \times س^{6-2ن}}{{}^{2ن}ق_{3} \times أ^{6-2ن} \times س^{2ن-6}} = \frac{أ^{4}}{س^{4}}$

$\therefore أ^{4ن-12} \times س^{12-4ن} = أ^{4} \times س^{-4}$

$\therefore 4ن - 12 = 4 \qquad \therefore ن = 4$

١٩

$ع = \frac{2 + 6ت}{3 - ت} \times \frac{3 + ت}{3 + ت} = \frac{6 + 20ت - 6}{9 + 1} = 2ت$

$\therefore ع = 2\ هـ^{\frac{\pi}{2}ت}$

$\therefore \sqrt{ع} = \sqrt{2}\ هـ^{\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi ك}{2}ت}$ حيث $ك = 0 ، -1$

$\therefore$ الجذر الأول $= \sqrt{2}\ هـ^{\frac{\pi}{4}ت}$ ، الجذر الثاني $= \sqrt{2}\ هـ^{\frac{-3\pi}{4}ت}$

٢٠

$\because د(س) = أس - س^{3} \qquad \therefore دَ(س) = أ - 3س^{2}$

، $\because د(1)$ هي القيمة العظمى المطلقة للدالة د

حيث $س \in [0 ، 4]$

$\therefore د(1)$ هي قيمة عظمى محلية $\qquad \therefore دَ(1) =$ صفر

$\therefore أ - 3س^{2} =$ صفر عند $س = 1$

$\therefore أ - 3 = 0 \qquad \therefore أ = 3$

$\therefore د(س) = 3س - س^{3} \qquad \therefore دَ(س) = 3 - 3س^{2}$

$\therefore 3(1 - س^{2}) = 0 \qquad \therefore س = \pm 1$

، $س = -1 \notin [0 ، 4]$

، $\because د(0) =$ صفر ، $د(4) = -52$ ، $د(1) = 2$

$\therefore$ القيمة الصغرى المطلقة $= -52$

النموذج الحادي عشر

١ (أ)

الحل

$\therefore$ المستويان متوازيان $\quad \therefore \frac{م}{4} = \frac{-1}{-م} = \frac{3}{6} \qquad \therefore م = 2$

٢ (جـ)

الحل

$\left(1 + \frac{1}{\omega} + ت\right)\left(1 + \frac{1}{\omega^{2}} + ت\right)$

$= (1 + \omega^{2} + ت)(1 + \omega + ت)$

$= (-\omega + ت)(-\omega^{2} + ت)$

$= \omega^{3} - \omega ت - \omega^{2} ت + ت^{2}$

$= 1 - ت(\omega + \omega^{2}) + (-1) = -ت \times -1 = ت$

٣ (د)

الحل

$\int \frac{1}{س\ لو_{هـ} س^{2}} ءس = \int \frac{1}{2س\ لو_{هـ} س} ءس$

$= \frac{1}{2} \int \frac{\frac{1}{س}}{لو_{هـ} س} ءس$

$= \frac{1}{2} لو_{هـ} |لو_{هـ} س| + ث$

٤ (د)

الحل

$\because \int_{4}^{2} ر(س)\ ءس = -3$

$\therefore \int_{2}^{4} ر(س)\ ءس = 3$

$\therefore \int_{2}^{4} (د(س) + 3ر(س) + 4س)\ ءس$

$= \int_{2}^{4} د(س)\ ءس + 3\int_{2}^{4} ر(س)\ ءس$

$+ \int_{2}^{4} 4س\ ءس$

$= 5 + 3(3) + [2س^{2}]_{2}^{4}$

$= 14 + (32 - 8) = 38$

٥ (أ)

الحل

$\left(س^{2} + أس + \frac{أ^{2}}{4}\right)^{4} = \left(س + \frac{أ}{2}\right)^{8}$

$\therefore$ معامل $ح_{3} = {}^{8}ق_{2} \times \left(\frac{أ}{2}\right)^{2} = 7أ^{2}$

٦ (د)

الحل

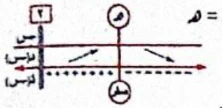
$\because د(س) = \frac{لو_{هـ} س}{س}$

$\therefore دَ(س) = \frac{\frac{1}{س} \times س - لو_{هـ} س}{س^{2}} = \frac{1 - لو_{هـ} س}{س^{2}}$

$دَ(س) = 0$ عندما $1 - لو_{هـ} س = 0 \qquad \therefore لو_{هـ} س = 1$

$\therefore س = هـ$

الدالة لها قيمة عظمى عند $س = هـ$



، $د(هـ) = \frac{لو_{هـ} هـ}{هـ} = \frac{1}{هـ}$

$\therefore$ القيمة العظمى للدالة $= \frac{1}{هـ}$

٧ (ب)

الحل

$(\overline{أ} - 2\overline{ب}) \cdot (3\overline{أ} + 5\overline{ب})$

$= 3\|\overline{أ}\|^{2} + 5\overline{أ} \cdot \overline{ب} - 6\overline{ب} \cdot \overline{أ} - 10\|\overline{ب}\|^{2}$

$= 3 \times 1 + 5 \times$ صفر $- 6 \times$ صفر $- 10 \times 1 = -7$

٨ (د)

الحل

بوضع ص = ٠ $\quad \therefore \sqrt{س - 3} = 0 \qquad \therefore س = 3$

$\therefore \int_{3}^{أ+2} \sqrt{س - 3}\ ءس = \frac{16}{3}$

$\therefore \int_{3}^{أ+2} (س - 3)^{\frac{1}{2}}\ ءس = \frac{16}{3}$

$\therefore \left[\frac{2}{3}(س - 3)^{\frac{3}{2}}\right]_{3}^{أ+2} = \frac{16}{3}$

$\therefore \frac{2}{3}(أ + 2 - 3)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}(3 - 3)^{\frac{3}{2}} = \frac{16}{3}$

$\therefore (أ - 1)^{\frac{3}{2}} = 8 \qquad \therefore أ = 5$

٩ (جـ)

الحل

$ح_{ر+1} = {}^{25}ق_{ر} \times \left(\frac{س^{2}}{2}\right)^{ر} \times \left(\frac{2}{س}\right)^{25-ر}$

$= {}^{25}ق_{ر} \times 2^{-ر} \times 2^{25-ر} \times س^{2ر} \times س^{ر-25}$

$= {}^{25}ق_{ر} \times 2^{25-2ر} \times س^{3ر-25}$

رتبتا الحدان الأوسطان: $\frac{25 + 1}{2} = 13$ ، $\frac{25 + 3}{2} = 14$

$\therefore$ مجموع معاملي الحدين الأوسطين

$= {}^{25}ق_{12} \times 2^{25 - 2 \times 12} + {}^{25}ق_{13} \times 2^{25 - 2 \times 13}$

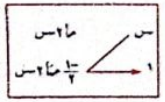
$= {}^{25}ق_{12} \times 2 + {}^{25}ق_{13} \times 2^{-1}$

$= {}^{25}ق_{12} \times \left(2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}\ {}^{25}ق_{12}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

(١٠) (ب)

الحل



∫ س جا٢س ءس

$= -\frac{1}{2}$ س جتا٢س + ∫ $\frac{1}{2}$ جتا٢س ءس

$= -\frac{1}{2}$ س جتا٢س + $\frac{1}{4}$ جا٢س + ث

---

(١١) (أ)

الحل

معادلة المستقيم هى : $\frac{\text{س} - ٢}{٣} = \frac{\text{ص} - ٢}{١} = \frac{\text{ع} - ٨}{٤}$

المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة (ك ، ٠ ، ٠)

∴ $\frac{\text{ك} - ٢}{٣} = \frac{٠ - ٢}{١} = \frac{٠ - ٨}{٤}$ ∴ ك = −٤

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات هى (−٤ ، ٠ ، ٠)

---

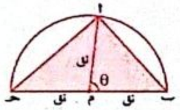
(١٢) (جـ)

الحل

مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ أ م ب + مساحة △ أ م جـ

∴ م = $\frac{1}{2}$ نق^{٢} جا θ + $\frac{1}{2}$ نق^{٢} جا (١٨٠° − θ)

م = نق^{٢} جا θ



، ∵ م = د (θ)

∴ د (θ) = نق^{٢} جا θ

∴ د َ(θ) = نق^{٢} جتا θ

، د ً(θ) = − نق^{٢} جا θ

بوضع د َ(θ) = ٠ ∴ نق^{٢} جتا θ = ٠

∴ جتا θ = ٠ ∴ θ = $\frac{\pi}{2}$

، ∵ د ً$\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = − نق^{٢} جا $\frac{\pi}{2}$ = − نق^{٢} < ٠

∴ المساحة أكبر ما يمكن عندما θ = $\frac{\pi}{2}$

، ∵ د $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = نق^{٢} جا $\frac{\pi}{2}$ = نق^{٢}

∴ أكبر مساحة لسطح المثلث أ ب جـ = نق^{٢} وحدة مربعة

---

(١٣) (ب)

الحل

بفرض أن : س + ت ص = $\sqrt{٥ + ١٢ ت}$ حيث س ، ص ∈ ع

∴ (س + ت ص)^{٢} = ٥ + ١٢ ت

∴ س^{٢} − ص^{٢} + ٢ س ص ت = ٥ + ١٢ ت

∴ س^{٢} − ص^{٢} = ٥ (١)

، ٢ س ص = ١٢

∴ س ص = ٦ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ س^{٢} − $\frac{٣٦}{\text{س}^{٢}}$ = ٥

∴ س^{٤} − ٥ س^{٢} − ٣٦ = ٠

∴ (س^{٢} + ٤) (س^{٢} − ٩) = ٠

∴ س^{٢} + ٤ = ٠ ومنها س = ± ٢ ت (مرفوضة)

أ، س^{٢} − ٩ = ٠ ∴ س = ± ٣

، ص = ± $\frac{٦}{٣}$ = ± ٢

∴ س + ت ص = ± (٣ + ٢ ت)

∴ $\sqrt{٥ + ١٢ ت}$ = ± (٣ + ٢ ت)

لاحظ أن :

يمكن تربيع الإجابات لاكتشاف الحل الصحيح دون استخدام الخطوات السابقة فنجد أن :

(± (٣ + ٢ ت))^{٢} = ٩ − ٤ + ١٢ ت = ٥ + ١٢ ت

∴ $\sqrt{٥ + ١٢ ت}$ = ± (٣ + ٢ ت)

---

(١٤) (د)

الحل

د (س) = $\frac{\text{س} + ١}{\text{س}}$ = ١ + $\frac{١}{\text{س}}$

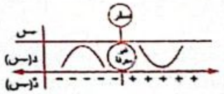
∴ د َ(س) = ٠ + $\frac{-١}{\text{س}^{٢}}$ = $\frac{-١}{\text{س}^{٢}}$ = − س$^{-٢}$

، د ً(س) = ٢ س$^{-٣}$ = $\frac{٢}{\text{س}^{٣}}$

د ً(س) غير معرفة عند س = ٠ ، ٠ ∉ مجال الدالة د

، د ً(س) < ٠ لكل س ∈]−∞ ، ٠[

∴ المنحنى محدب لأعلى فى الفترة]−∞ ، ٠[



---

(١٥) (جـ)

الحل

∵ أ (٣ ، ٢ ، ٥) ∴ ب (٣ ، ٢ ، ٠) ، جـ (٣ ، ٠ ، ٥)

∴ $\overrightarrow{\text{ب جـ}}$ = $\overrightarrow{\text{جـ}}$ − $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٣ ، ٠ ، ٥) − (٣ ، ٢ ، ٠)

= (٠ ، −٢ ، ٥)

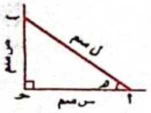
∴ $\overrightarrow{\text{ب جـ}}$ = −٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$ + ٥ $\overrightarrow{\text{ع}}$

---

(١٦) (أ)

الحل

بفرض أن : طول السلم = ل سم



∴ س^{٢} + ص^{٢} = ل^{٢}

(بالاشتقاق بالنسبة إلى ن)

∴ ٢ س × $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ + ٢ ص × $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٠

∴ س × $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ + ص × $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٠

عندما هـ = $\frac{\pi}{3}$ ∴ س = ل جتا $\frac{\pi}{3}$ = $\frac{1}{2}$ ل

، ص = ل جا $\frac{\pi}{3}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ل

∴ $\frac{1}{2}$ ل × ٣٠ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ل × $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٠

∴ ١٥ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٠

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = −١٠ $\sqrt{٣}$

---

(١٧) (جـ)

الحل

$\overrightarrow{\text{ن}_١}$ = (٢ ، −٤ ، ٤) ، $\overrightarrow{\text{ن}_٢}$ = (٥ ، −١ ، ٢)

∴ جتا θ = $\frac{|(٢ ، −٤ ، ٤) \cdot (٥ ، −١ ، ٢)|}{\sqrt{٤ + ١٦ + ١٦} \times \sqrt{٢٥ + ١ + ٤}}$ = $\frac{١١ \sqrt{٣٠}}{٩٠}$

∴ θ = ٥٩ َ ٤٧°

---

(١٨) (جـ)

الحل

∵ ص = هـ$^{\text{س}}$ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = هـ$^{\text{س}}$

∴ $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\right)_{(٠ ، ١)}$ = هـ^{٠} = ١

∴ معادلة المماس للمنحنى عند النقطة (٠ ، ١) هى :

$\frac{\text{ص} - ١}{\text{س}}$ = ١ ∴ − س + ص = ١

∴ المماس للمنحنى يقطع محور السينات فى أ (−١ ، ٠)

ومحور الصادات فى ب (٠ ، ١)

∴ طول $\overline{\text{أ ب}}$ = $\sqrt{١ + ١}$ = $\sqrt{٢}$ وحدة طول

---

(١٩)

ع$_١$ = ٢ (جتا (−١٥٠°) + ت جا (−١٥٠°))

، ع$_٢$ = ٣ (جا (٩٠ + ٦٠°) + ت جتا (٩٠ + ٦٠°))

= ٣ (جتا ٦٠° − ت جا ٦٠°)

= ٣ (جتا (−٦٠°) + ت جا (−٦٠°))

∴ ع$_١$ ع$_٢$ = ٦ (جتا (−٢١٠°) + ت جا (−٢١٠°))

= ٦ (جتا ١٥٠° + ت جا ١٥٠°)

= ٦ (جتا $\frac{٥}{٦}\pi$ + ت جا $\frac{٥}{٦}\pi$)

∴ ع$_١$ ع$_٢$ = ٦ هـ$^{\frac{٥}{٦}\pi ت}$

---

(٢٠)

∵ ص = $\sqrt{٢ \text{س} + ٥}$

∴ ص^{٢} = ٢ س + ٥ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ ٢ ص ص َ = ٢

∴ ص ص َ = ١ (بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ ص َ × ص َ + ص × ص ً = ٠

∴ (ص َ)^{٢} + ص ص ً = ٠

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ ٢ ص َ × ص ً + ص َ × ص ً + ص × ص ًَ = ٠

∴ ٣ ص َ ص ً + ص ص ًَ = ٠ بالضرب × ص

∴ ٣ ص ص َ ص ً + ص^{٢} ص ًَ = ٠

∴ ٣ × ١ × ص ً + (٢ س + ٥) ص ًَ = ٠

∴ (٢ س + ٥) $\frac{\text{ء}^{٣}\text{ص}}{\text{ءس}^{٣}}$ + ٣ $\frac{\text{ء}^{٢}\text{ص}}{\text{ءس}^{٢}}$ = ٠

النموذج الثانى عشر

(١) (جـ)

الحل

م = $\int_{٠}^{٢}$ س^{٣} ءس = $\left[\frac{1}{4} \text{س}^{٤}\right]_{٠}^{٢}$ = ٤ وحدة مساحة

---

(٢) (ب)

الحل

∵ د دالة زوجية متصلة فى الفترة [−٣ ، ٣]

∴ $\int_{-٣}^{٣}$ د (س) ءس = ٢ $\int_{٠}^{٣}$ د (س) ءس = ٢٠

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

$\therefore \int^{٣} \text{د}(\text{س})\,\text{ء س} = ١٠$

$\therefore \int_{٢}^{٣} \text{د}(\text{س})\,\text{ء س} = \int^{٣} \text{د}(\text{س})\,\text{ء س} - \int^{٢} \text{د}(\text{س})\,\text{ء س}$

$= ١٠ - ٨ = ٢$

---

٣ (ب)

الحل

$(١ + \text{س})^{٩٩} (١ - \text{س} + \text{س}^٢)^{٩٩}$

$= \left((١ + \text{س})(١ - \text{س} + \text{س}^٢)\right)^{٩٩} = (١ + \text{س}^٣)^{٩٩}$

∵ الحدان الأوسطان متساويان

$\therefore \text{س}^٣ = ١ \qquad \therefore \text{س} = ١$

---

٤ (ب)

الحل

$\because \text{ص}^٢ + \text{س}^٢ + ٢\text{س} = ٧$

$\therefore ٢\text{ص} \frac{\text{ء ص}}{\text{ء ع}} + ٢\text{س} \frac{\text{ء س}}{\text{ء ع}} + ٢ \frac{\text{ء س}}{\text{ء ع}} = ٠$

$\therefore \text{ص} \frac{\text{ء ص}}{\text{ء ع}} + \text{س} \frac{\text{ء س}}{\text{ء ع}} + \frac{\text{ء س}}{\text{ء ع}} = ٠$

عند النقطة (١ ، ٢) :

$٢ \times \frac{\text{ء ص}}{\text{ء ع}} + ١ \times ٢ + ٢ = ٠ \qquad \therefore \frac{\text{ء ص}}{\text{ء ع}} = -٢$

---

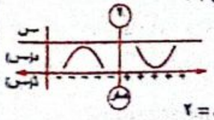
٥ (ب)

الحل

$\because \text{د}(\text{س}) = \text{س}^٣ - ٦\text{س}^٢ + ٩\text{س} - ١$

$\therefore \text{د}'(\text{س}) = ٣\text{س}^٢ - ١٢\text{س} + ٩$

$\therefore \text{د}''(\text{س}) = ٦\text{س} - ١٢$



بوضع $\text{د}''(\text{س}) = ٠$

$\therefore ٦\text{س} - ١٢ = ٠ \qquad \therefore \text{س} = ٢$

، ∵ إشارة $\text{د}''(\text{س})$ يتغير قبل وبعد $\text{س} = ٢$

∴ د لها نقطة انقلاب عند $\text{س} = ٢$

، $\because \text{د}(٢) = (٢)^٣ - ٦(٢)^٢ + ٩(٢) - ١ = ١$

∴ نقطة الانقلاب هي (٢ ، ١)

---

٦ (أ)

الحل

$\text{ع}_١ = \text{جتا}\left(\frac{-\pi}{٢}\right) + \text{ت جا}\left(-\frac{\pi}{٢}\right)$

$\text{ع}_٢ = -\text{ت}$

$\therefore \frac{\text{ع}_٢}{\text{ع}_١} = \frac{٩ + ١٢\text{ت}}{-\text{ت}} \times \frac{\text{ت}}{\text{ت}} = ٩\text{ت} - ١٢ = ٣(-٤ + ٣\text{ت})$

---

٧ (جـ)

الحل

$\overrightarrow{\text{س}} \times \left(\overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{\text{ص}}\right) = \overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{ص}}$

$= \overrightarrow{٠} + \overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{\text{ع}}$

∴ مساحة متوازي الأضلاع $= \left\| \overrightarrow{\text{س}} \times \left(\overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{\text{ص}}\right) \right\|$

$= \left\| \overrightarrow{\text{ع}} \right\| = ١$ وحدة مساحة.

---

٨ (ب)

الحل

$\overrightarrow{\text{ن}_١} = (١ ، \text{م} ، ١٦) ، \overrightarrow{\text{ن}_٢} = (\text{ل} ، ٢ ، ٨)$

∵ المستويان متوازيان $\therefore \overrightarrow{\text{ن}_١} // \overrightarrow{\text{ن}_٢}$

$\therefore \frac{١}{\text{ل}} = \frac{\text{م}}{٢} = \frac{١٦}{٨} \qquad \therefore \text{ل م} = ٢$

---

٩ (أ)

الحل

$\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{٣\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}} \times \left(\frac{١}{٢\text{س}}\right)^{\text{ر}} \times (\text{س}^٢)^{٣\text{ن} - \text{ر}}$

$= {}^{٣\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{\text{ر}} \times \text{س}^{٦\text{ن} - ٣\text{ر}}$

بوضع $٦\text{ن} - ٣\text{ر} = ٠ \qquad \therefore \text{ر} = ٢\text{ن}$

$\therefore \text{ح}_{٢\text{ن}+١}$ هو الحد الخالي من س

---

١٠ (جـ)

---

١١ (د)

الحل

$\text{ص} = \int (٣\text{س}^٢ + ٢)\,\text{ء س}$

$= \text{س}^٣ + ٢\text{س} + \text{ث}$

، ∵ المنحنى يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٧ وحدات

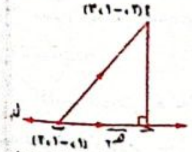
$\therefore \text{ث} = -٧$

$\therefore \text{ص} = \text{س}^٣ + ٢\text{س} - ٧$

---

١٢ (جـ)

الحل



$\because \frac{-٤}{٢} = \frac{-٤}{٢} = \frac{٢}{-١}$

$\therefore \text{ل}_١ // \text{ل}_٢$

∴ البعد بين المستقيمين $\text{ل}_١$ ، $\text{ل}_٢$ يساوي طول العمود الساقط من النقطة أ (٢ ، -١ ، ٣) على المستقيم $\text{ل}_٢$

، $\overrightarrow{\text{ب أ}} = (١ ، ٠ ، ١) ، \overrightarrow{\text{هـ}_٢} = (٢ ، ٢ ، -١)$

$\therefore \overrightarrow{\text{ب أ}} \times \overrightarrow{\text{هـ}_٢} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ ١ & ٠ & ١ \\ ٢ & ٢ & -١ \end{vmatrix}$

$= -٢\overrightarrow{\text{س}} + ٣\overrightarrow{\text{ص}} + ٢\overrightarrow{\text{ع}}$

البعد بين المستقيمين $= \frac{\left\| \overrightarrow{\text{ب أ}} \times \overrightarrow{\text{هـ}_٢} \right\|}{\left\| \overrightarrow{\text{هـ}_٢} \right\|} = \frac{\sqrt{٤ + ٩ + ٤}}{\sqrt{٤ + ٤ + ١}}$

$= \frac{\sqrt{١٧}}{٣}$ وحدة طول.

---

١٣ (جـ)

الحل

أ (٨ ، ٠ ، ٣) ، جـ (٠ ، ٧ ، ٣)

$\therefore \overrightarrow{\text{أ جـ}} = (٠ ، ٧ ، ٣) - (٨ ، ٠ ، ٣) = (-٨ ، ٧ ، ٠)$

$\therefore \overrightarrow{\text{أ جـ}} = -٨\overrightarrow{\text{س}} + ٧\overrightarrow{\text{ص}}$

---

١٤ (ب)

الحل

$\text{ع} - ٢ = \text{ت}(\text{ع} + ٢) \qquad \therefore \text{ع} - ٢ = \text{ت ع} + ٢\text{ت}$

$\therefore \text{ع} - \text{ت ع} = ٢ + ٢\text{ت} \qquad \therefore \text{ع}(١ - \text{ت}) = ٢(١ + \text{ت})$

$\therefore \text{ع} = \frac{٢(١ + \text{ت})}{(١ - \text{ت})} \times \frac{١ + \text{ت}}{١ + \text{ت}} = \frac{٢(١ + \text{ت})^٢}{٢}$

$\therefore \text{ع} = (١ + \text{ت})^٢ \qquad \therefore \sqrt{\text{ع}} = \pm(١ + \text{ت})$

---

١٥ (أ)

الحل

$\int \text{س هـ}^{\text{س}^٢ + ١}\,\text{ء س} = \frac{١}{٢} \int ٢\text{س هـ}^{\text{س}^٢ + ١}\,\text{ء س}$

$= \frac{١}{٢} \text{هـ}^{\text{س}^٢ + ١} + \text{ث}$

---

١٦ (جـ)

الحل

الحجم $= \pi \int_{١}^{\text{ك}} \text{ص}^٢\,\text{ء س} = \pi \int_{١}^{\text{ك}} \text{س}\,\text{ء س}$

$= \pi \left[\frac{١}{٢}\text{س}^٢\right]_{١}^{\text{ك}} = \frac{\pi}{٢}(\text{ك}^٢ - ١)$

$\therefore \frac{\pi}{٢}(\text{ك}^٢ - ١) = ١٢\pi$

$\therefore \text{ك}^٢ - ١ = ٢٤ \qquad \therefore \text{ك}^٢ = ٢٥$

$\therefore \text{ك} = \pm ٥ \qquad \because \text{ك} > ١$

$\therefore \text{ك} = ٥$

---

١٧ (جـ)

الحل

أ (٤ ، ٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ٢ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٠ ، ٢)

$\therefore \overrightarrow{\text{أ ب}} = (٠ ، ٢ ، ٠) - (٤ ، ٠ ، ٠) = (-٤ ، ٢ ، ٠)$

، $\overrightarrow{\text{أ جـ}} = (٠ ، ٠ ، ٢) - (٤ ، ٠ ، ٠) = (-٤ ، ٠ ، ٢)$

$\because \overrightarrow{\text{أ ب}} \times \overrightarrow{\text{أ جـ}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ -٤ & ٢ & ٠ \\ -٤ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$

$= (٤ - ٠)\overrightarrow{\text{س}} - (-٨ - ٠)\overrightarrow{\text{ص}} + (٠ + ٨)\overrightarrow{\text{ع}}$

$= ٤\overrightarrow{\text{س}} + ٨\overrightarrow{\text{ص}} + ٨\overrightarrow{\text{ع}}$

$\therefore \left\| \overrightarrow{\text{أ ب}} \times \overrightarrow{\text{أ جـ}} \right\| = \sqrt{١٦ + ٦٤ + ٦٤} = ١٢$

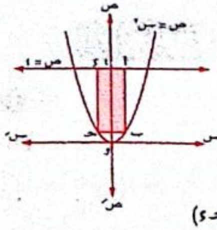
مساحة Δ أ ب جـ $= \frac{١}{٢} \left\| \overrightarrow{\text{أ ب}} \times \overrightarrow{\text{أ جـ}} \right\|$

$= \frac{١}{٢} \times ١٢ = ٦$ وحدة مساحة

---

١٨ (جـ)

الحل



ب (س ، س²) ، أ (س ، ٤)

حيث س > ٠

∴ ب جـ = ٢ س وحدة طول

، أ ب = ٤ − س² وحدة طول

∴ م = (مساحة المستطيل أ ب جـ ء)

$= ٢\text{س}(٤ - \text{س}^٢)$

$\therefore \text{م} = ٨\text{س} - ٢\text{س}^٣$

$\therefore \frac{\text{ء م}}{\text{ء س}} = ٨ - ٦\text{س}^٢ \quad ، \quad \frac{\text{ء}^٢\text{م}}{\text{ء س}^٢} = -١٢\text{س}$

بوضع $\frac{\text{ء م}}{\text{ء س}} = ٠ \qquad \therefore ٨ - ٦\text{س}^٢ = ٠$

$\therefore \text{س}^٢ = \frac{٤}{٣} \qquad \therefore \text{س} = \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (والسالب مرفوض)

$\because \left(\frac{\text{ء}^٢\text{م}}{\text{ء س}^٢}\right)_{\text{س} = \frac{٢}{\sqrt{٣}}} = -١٢ \times \frac{٢}{\sqrt{٣}} = -٨\sqrt{٣} < ٠$

∴ المساحة لها قيمة عظمى عند $\text{س} = \frac{٢}{\sqrt{٣}}$

∴ القيمة العظمى للمساحة $= ٨ \times \frac{٢}{\sqrt{٣}} - ٢ \times \left(\frac{٢}{\sqrt{٣}}\right)^٣$

$= \frac{٣٢\sqrt{٣}}{٩}$ وحدة مساحة

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١٩

$\left(\frac{3+5\omega}{5+3\omega^2} - \frac{5+3\omega^2}{3+5\omega}\right)^4$

$= \left(\frac{\omega(3\omega^2+5)}{5+3\omega^2} - \frac{\omega^2(3+5\omega)}{3+5\omega}\right)^4$

$= (\omega - \omega^2)^4 = (\pm\sqrt{3}\,\text{ت})^4 = 9\,\text{ت}^4 = 9$

٢٠

$\because$ $س^2 ص = أ - ب \log_e س$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore 2 س ص + س^2 صَ = \frac{-ب}{س}$

$\therefore 2 س^2 ص + س^3 صَ = -ب$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore 4 س ص + 2 س^2 صَ + 2 س^2 صَ + س^3 صً = 0$

$\therefore س^3 صً + 4 س^2 صَ + 4 س ص = 0$

(بالقسمة على س)

$\therefore س^2 صً + 4 س صَ + 4 ص = 0$

النموذج الثالث عشر

١ (ج)

الحل

$\int (2س^2 - \frac{3}{س}) \,ء س = \int 2 س^2 \,ء س - \int \frac{3}{س} \,ء س$

$= س^3 - 3 \log_e |س| + ث$

> الشكل في الأصل: $= س^{٢} - ٢ لو_{هـ} |س| + ث$ كما هو مطبوع.

---

٢ (أ)

الحل

$\because$ الحدان الأوسطان متساويان

$\therefore 4 س^2 = \frac{1}{2 س}$ $\therefore 8 س^3 = 1$

$\therefore س^3 = \frac{1}{8}$ $\therefore س = \frac{1}{2}$

---

٣ (د)

الحل

$\overline{أ} = \overline{س} \times 2\overline{ص} + 2\overline{س} \times \overline{ع} + \overline{ص} \times \overline{ع}$

$= 2\overline{ع} + 2(-\overline{ص}) + \overline{س} = \overline{س} - 2\overline{ص} + 2\overline{ع}$

$\therefore$ متجه الوحدة في اتجاه $\overline{أ} = \frac{(1, -2, 2)}{\sqrt{1+4+4}} = \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

---

٤ (أ)

الحل

$\because ص - 2 = هـ^{س}$ $\therefore ص = هـ^{س} + 2$

$\therefore$ مساحة المنطقة $= \int_0^1 (هـ^{س} + 2) \,ء س$

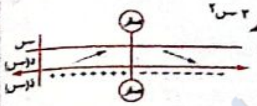
$= [هـ^{س} + 2 س]_0^1$

$= (هـ + 2) - (1 + 0) = هـ + 1$

---

٥ (ج)

الحل



$دَ(س) = 0 - 2 \times 6 س هـ^{3س^2}$

$= -12 س هـ^{3س^2}$

بوضع $دَ(س) = 0$

$\therefore -12 س هـ^{3س^2} = 0$ $\therefore س = 0$

$\therefore$ الدالة د تناقصية في الفترة $]0, \infty[$

---

٦ (ب)

الحل

$ع^2 = 1 + \omega^2$ $\therefore ع^2 = -\omega$

$\therefore ع = \pm\sqrt{-\omega}$ $\therefore ع = \pm\sqrt{\omega^4 \text{ت}^2} = \pm\omega^2 \text{ت}$

---

٧ (ب)

الحل

$\because هـ^{ص} - هـ س = 0$

$\therefore هـ^{ص} = هـ س$ "بالاشتقاق بالنسبة إلى س"

$\therefore \frac{ءص}{ءس} هـ^{ص} = هـ \times 1$ $\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{هـ}{هـ^{ص}} = \frac{هـ}{هـ س} = \frac{1}{س}$

---

٨ (د)

الحل

$\because ح_{ر+1} = {}^{6}ق_{ر} \times \left(\frac{2}{س}\right)^{ر} \times س^{ر+1-6}$

> مطبوع: $ح_{ر+١} = {}^{٦}ق_{ر} × (\frac{٢}{س})^{٦} × س^{ر+١-٦}$

$= {}^{6}ق_{ر} \times 2^{6} \times س^{ر-11}$

$\therefore ر - 11 = 0$ $\therefore ر = 11$

٩ (ج)

الحل

$\overline{هـ_1} = (2, 0, -2)$ ، $\overline{هـ_2} = (1, 2, -2)$

$\therefore \text{جتا}\,\theta = \frac{|(2, 0, -2) \cdot (1, 2, -2)|}{\sqrt{4+0+4} \times \sqrt{1+4+4}} = \frac{6}{2\sqrt{2} \times 3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \theta = 45°$

---

١٠ (ج)

الحل

$\because$ د دالة زوجية

$\therefore \int_{-ك}^{ك} د(س)\,ءس = 2 \int_0^{ك} د(س)\,ءس = 4$

$\therefore \int_{-ك}^{ك} [د(س) - 2 س]\,ءس$

$= \int_{-ك}^{ك} د(س)\,ءس - \int_{-ك}^{ك} 2 س\,ءس$

$= 4 - [س^2]_{-ك}^{ك}$

$= 4 - \left((ك)^2 - (-ك)^2\right) = 4$

---

١١ (ج)

الحل

$\frac{|\sqrt{2}(0) + (-1) - 2 + ك|}{\sqrt{2+1+1}} = 2$

$\therefore \frac{|ك - 3|}{2} = 2$ $\therefore |ك - 3| = 4$

$\therefore ك - 3 = 4$ ومنها $ك = 7$

أو $ك - 3 = -4$ ومنها $ك = -1$

---

١٢ (ب)

الحل

$\overline{هـ_1} = (3, ر, -ر)$ ، $\overline{هـ_2} = (1, 2, 5)$

$\because ل_1 \perp ل_2$ $\therefore \overline{هـ_1} \cdot \overline{هـ_2} = 0$

$\therefore 3 + 2ر - 5ر = 0$ $\therefore ر = 1$

---

١٣ (ج)

الحل

$ع_1 = |ع_1| \left(\text{جتا}(\theta - \pi) + \text{ت جا}(\theta - \pi)\right)$

$ع_2 = |ع_2| \left(\text{جتا}(\frac{\pi}{2} + \theta) + \text{ت جا}(\frac{\pi}{2} + \theta)\right)$

$\therefore ع = \frac{|ع_2|}{|ع_1|} \left(\text{جتا}(\frac{\pi}{2} + \theta - \theta + \pi) + \text{ت جا}(\frac{\pi}{2} + \theta - \theta + \pi)\right)$

$= \frac{|ع_2|}{2|ع_2|} \left(\text{جتا}(\frac{3\pi}{2}) + \text{ت جا}(\frac{3\pi}{2})\right)$

$= \frac{1}{2} \left(\text{جتا}(\frac{-\pi}{2}) + \text{ت جا}(\frac{-\pi}{2})\right)$

---

١٤ (ب)

الحل

بفرض أن : طول قطعة الأرض المستطيلة = س متر

، عرض قطعة الأرض المستطيلة = ص متر

$\therefore س + ص = 60$ $\therefore ص = 60 - س$

$\therefore$ مساحة قطعة الأرض = د (س) حيث :

$د(س) = س(60 - س) = 60 س - س^2$

$\therefore دَ(س) = 60 - 2 س$ ، $دً(س) = -2$

بوضع $دَ(س) = 0$ $\therefore 60 - 2 س = 0$

$\therefore س = 30$

، $\because دً(30) = -2 < 0$

$\therefore$ المساحة أكبر ما يمكن عندما س = ٣٠ متر

$\therefore$ أكبر مساحة $= 60(30) - (30)^2 = 900$ متر مربع

---

١٥ (أ)

الحل

بعد ر ثانية :

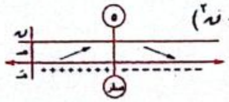
$أ حـ = (6 + ر)$ سم ، $ب ء = (8 - \frac{1}{2} ر)$ سم

مساحة الشكل م ر ء هـ (م) $= \frac{1}{4}$ مساحة المعين أ ب حـ ء

$\therefore م = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times (6 + ر) \times (8 - \frac{1}{2} ر)$

$= \frac{1}{8} (48 + 5 ر - \frac{1}{2} ر^2)$

$\therefore مَ = \frac{1}{8}(5 - ر)$



$مَ =$ صفر عند $5 - ر = 0$ $\therefore ر = 5$ ث

$\therefore$ المساحة تتوقف لحظيًا عن الزيادة في نهاية الثانية الخامسة

---

١٦ (ب)

الحل

$\because دً(س) > 0$ لكل $س \in]-\infty, 0[$

$\therefore$ منحنى الدالة د محدب لأسفل في الفترة $]-\infty, 0[$

$\therefore$ العبارة (ب) خطأ.

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١٧ (ج)

الحل

∵ ج ∈ محور الصادات ∴ ج(٠ ، ص ، ٠)

، ∵ ج أ = ج ب

∴ $\sqrt{٤ + (ص + ٥)^2 + ٤٩} = \sqrt{١ + (ص - ٣)^2 + ٣٦}$

∴ ٥٣ + $ص^2$ + ١٠ص + ٢٥ = ٣٧ + $ص^2$ − ٦ص + ٩

∴ ١٦ص = −٣٢ ∴ ص = −٢

∴ ج(٠ ، −٢ ، ٠)

١٨ (د)

الحل

د(س) = ∫ ($٤س^3 - ١٢س^2$) ء س

∴ د(س) = $س^4 - ٤س^3$ + ث

، ∵ النقطة (٣ ، −٢٧) تقع على منحنى الدالة د

∴ د(٣) = −٢٧ ∴ $(٣)^4 - ٤(٣)^3$ + ث = −٢٧

∴ ث = صفر ∴ د(س) = $س^4 - ٤س^3$

∴ د(١) = $(١)^4 - ٤(١)^3$ = −٣

١٩

الحل

ع = $ت^{٢١} + ت^{٢٤} \times ت^{-١٣} = ت^2 + \frac{١}{ت^{١٣}} = -١ + \frac{١}{ت}$

= −١ − ت

|ع| = $\sqrt{١ + ١} = \sqrt{٢}$

، ∵ س < ٠ ، ص < ٠ ∴ θ تقع في الربع الثالث

∴ θ = −π + $ظا^{-١}\left(\frac{ص}{س}\right)$ = −π + $ظا^{-١}\left(\frac{-١}{-١}\right)$

= −π + $\frac{π}{٤}$ = $\frac{-٣π}{٤}$

∴ ع = $\sqrt{٢}$ (جتا($\frac{-٣π}{٤}$) + ت جا($\frac{-٣π}{٤}$))

٢٠

الحل

دَ(س) = $-س^2$ − ٢س = −س (س + ٢)

بوضع دَ(س) = ٠ ∴ س = ٠ ، س = −٢

، ∵ د(٠) = $-\frac{١}{٣}(٠)^3 - (٠)^2 + ٩ = ٩$

، د(−٢) = $-\frac{١}{٣}(-٢)^3 - (-٢)^2 + ٩ = \frac{٢٣}{٣}$

، د(−٣) = $-\frac{١}{٣}(-٣)^3 - (-٣)^2 + ٩ = ٩$

، د(٣) = $-\frac{١}{٣}(٣)^3 - (٣)^2 + ٩ = -٩$

∴ القيمة الصغرى المطلقة = −٩

النموذج الرابع عشر

١ (ب)

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{١٠}ق_ر \times \left(\frac{١}{ب س}\right)^ر \times (أ س)^{١٠ - ر}$

= $^{١٠}ق_ر \times ب^{-ر} \times (أ)^{١٠ - ر} \times س^{١٠ - ٢ر}$

بوضع : ١٠ − ٢ر = ٠ ∴ ر = ٥

∴ $ح_٦$ هو الحد الخالي من س

∴ $ح_٦$ = معامل $ح_٧$ ∴ $\frac{معامل\ ح_٧}{معامل\ ح_٦} = ١$

∴ $\frac{١٠ - ٦ + ١}{٦} \times \frac{\frac{١}{ب}}{أ} = ١$ ∴ $\frac{٥}{٦} \times \frac{١}{أب} = ١$

∴ أب = $\frac{٥}{٦}$

٢ (ج)

الحل

∵ أ⃗ . ب⃗ × ج⃗ = $\begin{vmatrix} ٢ & ٤ & ١ \\ ١ & ٢ & -٣ \\ ٤ & ١ & -١ \end{vmatrix}$ = ٤٩

∴ حجم متوازي السطوح = ٤٩ وحدة حجم

، ∵ أ⃗ × ب⃗ = $\begin{vmatrix} ع⃗ & ص⃗ & س⃗ \\ ٢ & ٤ & ١ \\ ١ & ٢ & -٣ \end{vmatrix}$ = −٧ص⃗ + ١٤ع⃗

∴ ‖أ⃗ × ب⃗‖ = $\sqrt{٤٩ + ١٩٦} = ٧\sqrt{٥}$ وحدة مساحة

∴ مساحة القاعدة = $٧\sqrt{٥}$

∴ ارتفاع متوازي السطوح = $\frac{الحجم}{مساحة\ القاعدة}$

= $\frac{٤٩}{٧\sqrt{٥}} = \frac{٧\sqrt{٥}}{٥}$ وحدة طول.

٣ (أ)

الحل

ع + ٥ = ت − ٦ + ٥ = −١ + ت

∴ |ع + ٥| = $\sqrt{١ + ١} = \sqrt{٢}$

، ∵ س < ٠ ، ص > ٠ ∴ θ تقع في الربع الثاني

∴ θ = π + $ظا^{-١}\left(\frac{١}{-١}\right)$ = $\frac{٣}{٤}π$

∴ ع + ٥ = $\sqrt{٢}$ (جتا($\frac{٣}{٤}π$) + ت جا($\frac{٣}{٤}π$))

٤ (أ)

الحل

∵ ٢س ص + π جا ص = ٢π بالاشتقاق بالنسبة إلى س

∴ ٢ص + ٢س × $\frac{ءص}{ءس}$ + π × $\frac{ءص}{ءس}$ جتا ص = ٠

عند النقطة (١ ، $\frac{π}{٢}$) :

∴ ٢($\frac{π}{٢}$) + ٢(١) × $\frac{ءص}{ءس}$ + π × $\frac{ءص}{ءس}$ × جتا $\frac{π}{٢}$ = ٠

∴ π + ٢ $\frac{ءص}{ءس}$ + π $\frac{ءص}{ءس}$ × صفر = ٠

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{-π}{٢}$

٥ (أ)

الحل

∵ $\frac{ءس}{ءθ}$ = −٢ جا ٢θ ، $\frac{ءص}{ءθ}$ = ٣ جتا ٢θ

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{٣\ جتا\ ٢θ}{-٢\ جا\ ٢θ}$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{θ = صفر} = \frac{٣}{صفر}$ (غير معرف)

∴ المماس يوازي محور الصادات.

٦ (أ)

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{٨}ق_ر \times (ك س^2)^ر \times \left(\frac{١}{س}\right)^{٨ - ر}$

= $^{٨}ق_ر \times ك^ر \times س^{٢ر} \times س^{ر - ٨}$

= $^{٨}ق_ر \times ك^ر \times س^{٣ر - ٨}$

بوضع : ٣ر − ٨ = ٧ ∴ ر = ٥

∵ $ح_٦$ هو الحد المشتمل على $س^٧$ ∴ $^{٨}ق_٥ \times ك^٥ = ٥٦$

∴ $ك^٥ = ١$ ∴ ك = ١

٧ (ج)

الحل

∵ د(س) = لوهـ س − $(لوهـ\ س)^2$

∴ دَ(س) = $\frac{١}{س}$ − ٢ لوهـ س × $\frac{١}{س}$

= $\frac{١}{س} - \frac{٢}{س}$ لوهـ س

∴ دً(س) = $\frac{-١}{س^2} - \frac{-٢}{س^2}$ لوهـ س − $\frac{٢}{س} \times \frac{١}{س}$

= $\frac{-٣}{س^2} + \frac{٢}{س^2}$ لوهـ س

∴ دً(١) = −٣ + ٢ لوهـ ١ = −٣

٨ (د)

الحل

∵ د(س) = $أس^3 - ٢س^2 + ٤$

∴ دَ(س) = $٣أس^2$ − ٤س

∴ دً(س) = ٦أس − ٤

بوضع دً(س) = ٠ ∴ ٦أس − ٤ = ٠ ∴ س = $\frac{٢}{٣أ}$

، ∵ المنحنى له نقطة انقلاب عند س = $\frac{١}{٣}$

∴ $\frac{٢}{٣أ} = \frac{١}{٣}$ ∴ أ = ٢

∴ د(س) = $٢س^3 - ٢س^2 + ٤$

∴ د(١) = ٢ − ٢ + ٤ = ٤

، دَ(س) = $٦س^2$ − ٤س ∴ دَ(١) = ٦ − ٤ = ٢

∴ $\frac{د(١)}{دَ(١)} = \frac{٤}{٢} = ٢$

٩ (أ)

الحل

∵ ٤س + ٣ص + ٦ع = ١٢

∴ $\frac{٤س}{١٢} + \frac{٣ص}{١٢} + \frac{٦ع}{١٢} = ١$ ∴ $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٤} + \frac{ع}{٢} = ١$

∴ المستوى يقطع محاور الإحداثيات س ، ص ، ع في النقط

أ(٣ ، ٠ ، ٠) ، ب(٠ ، ٤ ، ٠) ، ج(٠ ، ٠ ، ٢) على الترتيب

∴ أب⃗ = (−٣ ، ٤ ، ٠) ، أج⃗ = (−٣ ، ٠ ، ٢)

∴ أب⃗ × أج⃗ = $\begin{vmatrix} ع⃗ & ص⃗ & س⃗ \\ ٠ & ٤ & -٣ \\ ٢ & ٠ & -٣ \end{vmatrix}$

= ٨س⃗ + ٦ص⃗ + ١٢ع⃗

∴ ‖أب⃗ × أج⃗‖ = $\sqrt{٦٤ + ٣٦ + ١٤٤} = ٢\sqrt{٦١}$

∴ مساحة Δ أ ب ج = $\frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{٦١} = \sqrt{٦١}$ وحدة مساحة

١٠ (أ)

الحل

د(س) = $س^2$ جتا س

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ $د(-س) = (-س)^{2}\ جا(-س) = -س^{2}\ جا\,س$

$= -د(س)$

∴ د دالة فردية

∴ $\int_{-\pi}^{\pi} س^{2}\ جا\,س\ ءس = صفر$

---

(١١) (أ)

الحل

$ل_1 : \frac{س+1}{2} = \frac{ص-2}{3} = \frac{ع-2}{4}$ ∴ $\overline{ى_1} = (2 ، 3 ، 4)$

، $ل_2 : \frac{س}{3} = \frac{ص+1}{4} = \frac{ع-1}{م}$ ∴ $\overline{ى_2} = (3 ، 4 ، م)$

∵ المستقيمان متعامدان ∴ $\overline{ى_1} \cdot \overline{ى_2} = 0$

∴ $(2 ، 3 ، 4) \cdot (3 ، 4 ، م) = 0$

∴ $6 + 12 + 4م = 0$ ∴ $م = -4.5$

---

(١٢) (ب)

الحل

$\int س^{5}\ هـ^{س^{6}+1}\ ءس = \frac{1}{6} \int 6س^{5}\ هـ^{س^{6}+1}\ ءس$

$= \frac{1}{6}\ هـ^{س^{6}+1} + ث$

---

(١٣) (ب)

الحل

مساحة القطعة الدائرية (م) $= \frac{1}{2}\ نق^{2}\ (س^{ء} - جا\,س)$

$= 50\ (س^{ء} - جا\,س)$

∴ $\frac{ءم}{ءن} = 50 \left(\frac{ءس}{ءن} - جتا\,س \times \frac{ءس}{ءن}\right) = 50 \left(3 - \frac{1}{2} \times 3\right)$

$= 75$ سم^{2} / دقيقة

---

(١٤) (جـ)

الحل

∵ $\overline{ر} = (1 + 3ك ، 4 + 2ك ، 2 + 2ك)$

وبوضع $\overline{ن} = \overline{ر}$

∴ $(3 ، 2 ، 2) \cdot (1 + 3ك ، 4 + 2ك ، 2 + 2ك) = -2$

∴ $3 + 9ك + 8 + 4ك + 4 + 4ك = -2$

∴ $17ك = -17$ ∴ $ك = -1$

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى

$= (1 + 3(-1) ، 4 + 2(-1) ، 2 + 2(-1))$

$= (-2 ، 2 ، 0)$

---

(١٥) (أ)

الحل

∵ $د(س) = \frac{هـ^{2س} + 1}{هـ^{س}} = هـ^{س} + \frac{1}{هـ^{س}}$

∴ $دَ(س) = هـ^{س} - \frac{1}{هـ^{س}}$

بوضع $دَ(س) = 0$ ∴ $هـ^{س} - \frac{1}{هـ^{س}} = 0$

∴ $هـ^{2س} - 1 = 0$ ∴ $هـ^{2س} = 1$

∴ $2س = 0$ ∴ $س = 0$

، ∵ $دً(س) = هـ^{س} + \frac{1}{هـ^{س}}$ ∴ $دً(0) = 2 > 0$

∴ الدالة لها قيمة صغرى محلية عند $س = 0$

، ∵ $د(0) = 2$ ∴ النقطة $(0 ، 2)$ صغرى محلية

---

(١٦) (د)

الحل

$\int \frac{قا\,س\ ظا\,س}{2 + قا\,س}\ ءس = لو_{هـ} |2 + قا\,س| + ث$

---

(١٧) (جـ)

الحل

$\overline{ى_1} = (1 ، 1 ، 2)$ ، $\overline{ى_2} = (2 ، -1 ، 1)$

∴ $جتا\,\theta = \frac{|(1 ، 1 ، 2) \cdot (2 ، -1 ، 1)|}{\sqrt{1 + 1 + 4} \times \sqrt{4 + 1 + 1}} = \frac{|2 - 1 + 2|}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

∴ $\theta = 60^{\circ}$

---

(١٨) (أ)

الحل

$ع = \frac{-7 + 36ت}{5 - 2ت} \times \frac{5 + 2ت}{5 + 2ت} = \frac{-35 + 116ت - 72}{25 + 4}$

$= \frac{-87 + 116ت}{29} = -3 + 4ت$

∴ جذرا العدد $ع = \sqrt{-3 + 4ت}$

$= \sqrt{1 + 4ت + 4ت^{2}} = \sqrt{(1 + 2ت)^{2}} = \pm(1 + 2ت)$

∴ $\pm(أ + ب\,ت) = \pm(1 + 2ت)$ ∴ $أ = \pm 1$ ، $ب = \pm 2$

∴ $أ + 2ب = \pm 5$

---

(١٩)

$\left(1 - \frac{1}{\omega}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega^{2}}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega^{4}}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega^{8}}\right)$ ... إلى ١٠ عوامل

$= (1 - \omega^{2})(1 - \omega)(1 - \omega^{2})(1 - \omega)$ ... إلى ١٠ عوامل

$= \left((1 - \omega^{2})(1 - \omega)\right)^{5} = (1 - \omega - \omega^{2} + \omega^{3})^{5}$

$= \left(1 - (\omega + \omega^{2}) + 1\right)^{5}$

$= \left(2 - (-1)\right)^{5} = 3^{5} = 243$

---

(٢٠)

نفرض أن بعدى المستطيل هما س ، ص والمساحة = م

∴ $م = س\,ص$

∵ $س^{2} + ص^{2} = 64$ ∴ $ص^{2} = 64 - س^{2}$

∴ $ص = \sqrt{64 - س^{2}}$ ∴ $م = س\sqrt{64 - س^{2}}$

∴ $\frac{ءم}{ءس} = س \times \frac{-2س}{2\sqrt{64 - س^{2}}} + \sqrt{64 - س^{2}}$

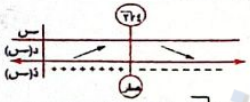
$= \frac{-س^{2}}{\sqrt{64 - س^{2}}} + \sqrt{64 - س^{2}}$

$= \frac{-س^{2} + 64 - س^{2}}{\sqrt{64 - س^{2}}} = \frac{64 - 2س^{2}}{\sqrt{64 - س^{2}}}$

عند القيم العظمى أو الصغرى : $مَ = 0$

∴ $64 - 2س^{2} = 0$

∴ $س = 4\sqrt{2}$



∵ إشارة مَ تتغير حول $س = 4\sqrt{2}$ من الموجب إلى السالب

∴ عند $س = 4\sqrt{2}$ تكون مساحة المستطيل (م) أكبر ما يمكن

∴ بعدا المستطيل هما $4\sqrt{2}$ ، $4\sqrt{2}$

∴ المساحة $= 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 32$ سم^{2}

النموذج الخامس عشر

(١) (أ)

الحل

$\left(\omega^{2} + \frac{1}{\omega}\right)\left(1 + \frac{1}{\omega^{2}}\right)^{2} = (\omega^{2} + \omega^{2})(1 + \omega)^{2}$

$= 2\omega^{2}\ (1 + \omega^{2} + 2\omega)$

$= 2\omega^{2}\ (-\omega + 2\omega)$

$= 2\omega^{2} \times \omega = 2\omega^{3} = 2$

---

(٢) (أ)

الحل

∵ $د(س) = س^{3} - 3س - 4$ تناقصية

، $دَ(س) = 3س^{2} - 3$ ∴ $دَ(س) < 0$

∴ $3س^{2} - 3 < 0$ ∴ $3س^{2} < 3$

∴ $س^{2} < 1$ ∴ $|س| < 1$

---

(٣) (ب)

الحل

$جتا\,2\theta_{س} + جتا\,2\theta_{ص} + جتا\,2\theta_{ع}$

$= 2جتا^{2}\theta_{س} - 1 + 2جتا^{2}\theta_{ص} - 1 + 2جتا^{2}\theta_{ع} - 1$

$= 2(جتا^{2}\theta_{س} + جتا^{2}\theta_{ص} + جتا^{2}\theta_{ع}) - 3$

$= 2 \times 1 - 3 = -1$

---

(٤) (جـ)

الحل

نفرض أن $ص = جا^{2}\,س$ ∴ $\frac{ءص}{ءس} = 2\ جا\,س\ جتا\,س$

، $ع = جتا^{2}\,س$ ∴ $\frac{ءع}{ءس} = -2\ جا\,س\ جتا\,س$

∴ $\frac{ءص}{ءع} = \frac{ءص}{ءس} \div \frac{ءع}{ءس} = \frac{2\ جا\,س\ جتا\,س}{-2\ جا\,س\ جتا\,س}$

$= -1 = -(جا^{2}\,س + جتا^{2}\,س)$

حل آخر : بفرض $ص = جا^{2}\,س$ ، $ع = جتا^{2}\,س$

∴ $ص + ع = 1$ ∴ $\frac{ءص}{ءع} + 1 = صفر$

∴ $\frac{ءص}{ءع} = -1$ ∴ $\frac{ءص}{ءع} = -(جا^{2}\,س + جتا^{2}\,س)$

---

(٥) (ب)

الحل

$\overline{أ} + \overline{ب} = (0 ، 2 ، 0)$ ، $\overline{ب} + \overline{جـ} = (-2 ، 2 ، 0)$

∴ $(\overline{أ} + \overline{ب}) \times (\overline{ب} + \overline{جـ}) = \begin{vmatrix} \overline{س} & \overline{ص} & \overline{ع} \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 4\overline{ع}$

∴ متجه الوحدة العمودى $= \pm \frac{4\overline{ع}}{4} = \pm \overline{ع}$

---

(٦) (ب)

الحل

∵ $د(س) = 3أس^{3} - ب\,س - 5$

∴ $دَ(س) = 9أس^{2} - ب$

، عند $س = 1$ د لها قيمة عظمى محلية

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ د(١) = صفر ∴ ٩ أ(١) − ب = صفر

∴ $\frac{ب}{أ} = ٩$

٧ (أ)

الحل

∵ $(س^٢ + ٢ + \frac{١}{س^٢})^٦ = ((س + \frac{١}{س})^٢)^٦ = (س + \frac{١}{س})^{١٢}$

∴ $ح_{ر+١} = {}^{١٢}ق_ر (\frac{١}{س})^ر (س)^{١٢-ر}$

$= {}^{١٢}ق_ر \, س^{١٢-٢ر}$

بوضع ١٢ − ٢ ر = ٢

∴ ر = ٥

∴ $ح_٦$ هو الحد الذى يشتمل على $س^٢$

∴ معامل $ح_٦ = {}^{١٢}ق_٥$

٨ (د)

الحل

$د(س) = \begin{cases} س^٢ + س - ٢ &، س \le ٢ \\ ٥ س - ٦ &، س > ٢ \end{cases}$

وبالاشتقاق باستخدام التعريف نجد أن :

$دَ(٢^+) = دَ(٢^-) = ٥$

∴ $دَ(س) = \begin{cases} ٢ س + ١ &، س < ٢ \\ ٥ &، س = ٢ \\ ٥ &، س > ٢ \end{cases}$

، بوضع دَ(س) = ٠ عندما س < ٢

∴ ٢ س + ١ = ٠

∴ $س = \frac{-١}{٢} \in [-١ ، ٣]$

، فى حالة س ≥ ٢ فإن : دَ(س) ≠ صفر

، ∵ د(−١) = −٢ ، $د(-\frac{١}{٢}) = \frac{-٩}{٤}$ ، د(٣) = ٩

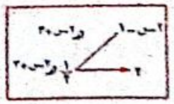
∴ الدالة قيمة عظمى مطلقة هى ٩ وتبلغها عند س = ٣

ولها قيمة صغرى مطلقة هى $\frac{-٩}{٤}$ وتبلغها عند $س = \frac{-١}{٢}$

∴ $أ + ب = ٩ - \frac{٩}{٤} = ٦٫٧٥$

٩ (ب)

الحل



$\int (٢س - ١) هـ^{٢س^٢ + ٢٠} \, ءس$

$= (٢س - ١)(\frac{١}{٢} هـ^{٢س^٢+٢٠})$

$- \int هـ^{٢س^٢+٢٠} \, ءس$

∴ $\int ع \, ءس = \int هـ^{٢س^٢+٢٠} \, ءس = \frac{١}{٢} هـ^{٢س^٢+٢٠} + ث$

١٠ (جـ)

الحل

$ع = ك (جا \frac{٤\pi}{٣} - ت جتا \frac{٤\pi}{٣}) = ك (جتا \frac{٥\pi}{٦} + ت جا \frac{٥\pi}{٦})$

∴ $ع^٦ = ك^٦ (جتا \frac{٥\pi}{٦} + ت جا \frac{٥\pi}{٦})^٦$

$= ك^٦ (جتا ٥\pi + ت جا ٥\pi) = - ك^٦$

١١ (د)

الحل

∵ $جتا \theta = \frac{|\overline{ى_١} \cdot \overline{ى_٢}|}{\|\overline{ى_١}\| \cdot \|\overline{ى_٢}\|}$

∴ $\frac{١}{٢} = \frac{|(١ ، ١ ، ٠) \cdot (٠ ، ك ، ١)|}{\sqrt{(١)^٢ + (١)^٢} \sqrt{ك^٢ + (١)^٢}}$

∴ $٢ |ك| = \sqrt{٢} \sqrt{ك^٢ + ١}$

∴ $٤ ك^٢ = ٢ (ك^٢ + ١)$ ∴ $٢ ك^٢ = ك^٢ + ١$

∴ $ك^٢ = ١$ ∴ ك = ١ (لأن ك > ٠)

١٢ (أ)

الحل

بفرض ع = س + ت ص ∴ $\bar{ع}$ = س − ت ص

∴ $ع + \bar{ع} = ٢ س$ ∴ $٢ س = ٢ هـ^{\pi ت}$

∴ س = −١

∴ ع يمكن أن تساوى أى عدد مركب جزءه الحقيقى = −١

∴ ع يمكن أن تساوى $هـ^{\pi ت}$

١٣ (أ)

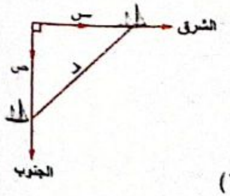
الحل

$\int ٤ جا ٢س \cdot هـ^{جتا ٢س} \, ءس$

$= -٢ \int -٢ جا ٢س \cdot هـ^{جتا ٢س} \, ءس = -٢ هـ^{جتا ٢س} + ث$

١٤ (أ)

الحل



∵ $ف^٢ = س^٢ + ص^٢$

∴ $٢ ف \frac{ءف}{ءن}$

$= ٢ س \frac{ءس}{ءن}$

$+ ٢ ص \frac{ءص}{ءن}$ (١)

بعد ساعتين : س = ٦٠ × ٢ = ١٢٠ كم

، ص = ٨٠ × ٢ = ١٦٠ كم ، ف = ٢٠٠ كم

، من معادلة (١) :

∴ $٢ \times ٢٠٠ \times \frac{ءف}{ءن} = ٢ \times ١٢٠ \times ٦٠ + ٢ \times ١٦٠ \times ٨٠$

∴ $\frac{ءف}{ءن}$ = ١٠٠ كم/ساعة.

١٥ (ب)

الحل

زوايا اتجاه المستقيم هى (٩٠° ، ١٣٥° ، ٤٥°)

∴ متجه اتجاه المستقيم $\overline{ى}$ = (جتا ٩٠° ، جتا ١٣٥° ، جتا ٤٥°)

$= (٠ ، \frac{-١}{\sqrt{٢}} ، \frac{١}{\sqrt{٢}})$

∴ المتجه $\sqrt{٢} \, \overline{ى}$ = (٠ ، −١ ، ١) متجه اتجاه للمستقيم أيضًا

∴ الصورة المتجهه لمعادلة المستقيم هى :

$\overline{ر}$ = (٢ ، −١ ، ٤) + ك (٠ ، −١ ، ١)

١٦ (ب)

الحل

∵ $\overline{ن}$ // المستوى الإحداثى ص ع

∴ (أ ، ٤ ، حـ) ⊥ (١ ، ٠ ، ٠)

∴ (أ ، ٤ ، حـ) . (١ ، ٠ ، ٠) = صفر ∴ أ = صفر

، ∵ $\|\overline{ن}\|$ = ٥ ∴ $\sqrt{٠^٢ + ٤^٢ + حـ^٢} = ٥$

∴ $حـ^٢ = ٩$

١٧ (ب)

الحل

$دَ(س) = \frac{أ}{س} + ٢ ب س + ١$

، ∵ عند س = −١ ، س = ٢ نقاط حرجة

∴ دَ(−١) = −أ − ٢ ب + ١ = ٠

∴ أ + ٢ ب = ١ (١)

، $دَ(٢) = \frac{١}{٢} أ + ٤ ب + ١ = ٠$

∴ $\frac{١}{٢} أ + ٤ ب = -١$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ أ = ٢ ، $ب = -\frac{١}{٢}$

∴ أ ب = −١

١٨ (د)

الحل

منحنى الدالة محدب لأعلى لجميع قيم س ∈ ح − {٢}

فى الشكل (د)

١٩

$(\sqrt{س} + \frac{١}{س})^٨ = (س^{\frac{١}{٢}} + س^{-١})^٨$

∵ ٥ $ح_٤$ ، $ح_٥$ ، $ح_٧$ ، $ح_٦$ كميات متناسبة

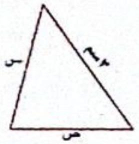
∴ $\frac{ح_٥}{٥ ح_٤} = \frac{ح_٦}{ح_٧}$

∴ $\frac{١}{٥} \times \frac{٨ - ٤ + ١}{٤} \times \frac{س^{-١}}{س^{\frac{١}{٢}}} = \frac{٦}{٨ - ٦ + ١} \times \frac{س^{\frac{١}{٢}}}{س^{-١}}$

∴ $\frac{١}{٤} س^{-\frac{٣}{٢}} = ٢ س^{\frac{٣}{٢}}$ ∴ $س^٣ = \frac{١}{٨}$

∴ $س = \frac{١}{٢}$

٢٠



نفرض أن طولى ضلعى المثلث المجهولين

هما س ، ص

∴ س + ص + ٣ = ٨

∴ ص = ٥ − س

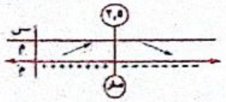
∴ مساحة المثلث (م) = $\sqrt{٤ (٤ - ٣) (٤ - س) (٤ - ص)}$

$= \sqrt{٤ (٤ - س) (٤ - ٥ + س)}$

$= \sqrt{٤ (٤ - س) (س - ١)}$ (١)

∴ $م = \sqrt{-٤ س^٢ + ٢٠ س - ١٦}$

∴ $\frac{ءم}{ءس} = \frac{-٨ س + ٢٠}{٢ \sqrt{-٤ س^٢ + ٢٠ س - ١٦}}$



، بوضع $\frac{ءم}{ءس} = ٠$

∴ س = ٢٫٥

من (١) :

$م = \sqrt{٤ (٤ - ٢٫٥) (٢٫٥ - ١)} = ٣$

∴ أكبر مساحة للمثلث = ٣ سم²

ابحث في تليجرام كل الكتب والملخصات @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

النموذج السادس عشر

١ (ب)

الحل

$\int$ قاس ءس $= \int \frac{\text{قاس (قاس + ظاس)}}{\text{قاس + ظاس}}$ ءس

$= \int \frac{\text{قا}^2\text{س + قاس ظاس}}{\text{قاس + ظاس}}$ ءس

$=$ لوهـ | قاس + ظاس | + ث

---

٢ (د)

الحل

$^{ن}ق_{.} + {}^{ن}ق_{1}$ س $+ {}^{ن}ق_{2}$ س^2 $+ {}^{ن}ق_{3}$ س^3 $+ \dots + {}^{ن}ق_{ن}$ س^{ن}

$= ١٠٢٤$

∴ $(١ + \text{س})^{ن} = ١٠٢٤$ ∴ ١ + س = ٤ ∴ س = ٢

---

٣ (د)

الحل

$\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أء} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٢ & ٢ & -١ \\ -١ & ٢ & -٣ \end{vmatrix}$

$= -٤\,\overrightarrow{س} + ٧\,\overrightarrow{ص} + ٦\,\overrightarrow{ع}$

∴ مساحة متوازى الأضلاع $= \| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أء} \| = \sqrt{١٦ + ٤٩ + ٣٦}$

$= \sqrt{١٠١}$ وحدة مربعة.

---

٤ (أ)

الحل

$\int_{.}^{٤}$ ص ءس $= ٦٨$

∴ $\int_{.}^{٤} (\text{س}^3 + أ)$ ءس $= ٦٨$

∴ $\left[\frac{١}{٤} \text{س}^4 + أ\text{س} \right]_{.}^{٤} = ٦٨$

∴ ٦٤ + ٤أ = ٦٨

∴ ٤أ = ٤

∴ أ = ١

---

٥ (أ)

الحل

$\left(\frac{أ}{\omega} - \frac{أ}{\omega^2} + \frac{٣أ}{\omega^4} - \frac{٣أ}{\omega^5} \right)^2$

$= \left(\frac{أ}{\omega} - \frac{أ}{\omega^2} + \frac{٣أ}{\omega} - \frac{٣أ}{\omega^2} \right)^2$

$= \left(\frac{٤أ}{\omega} - \frac{٤أ}{\omega^2} \right)^2 = ١٦ أ^2 \left(\frac{١}{\omega} - \frac{١}{\omega^2} \right)^2 = ١٦ أ^2 (\omega^2 - \omega)^2$

$= ١٦ أ^2 (\pm \sqrt{٣}\,ت)^2 = ١٦ أ^2 \times ٣\,ت^2 = -٤٨ أ^2$

---

٦ (د)

الحل

∵ الحدان الأوسطان هما $ح_{١١}$ ، $ح_{١٢}$

، ∵ $\frac{م_2}{م_1} = ٢$ ∴ $\frac{ح_{١٢}}{ح_{١١}} = ٢$

∴ $\frac{٢١ - ١١ + ١}{١١} \times \text{س} = ٢$ ∴ س = ٢

---

٧ (جـ)

الحل

∵ س ص = س^{ص}

∴ لوهـ (س ص) = ص لوهـ س

∴ لوهـ س + لوهـ ص = ص لوهـ س ،بالاشتقاق بالنسبة لـ س،

∴ $\frac{١}{\text{س}} + \frac{\text{ص}'}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} + \text{ص}'$ لوهـ س

، عند (١ ، ١)

∴ ١ + ص′ = ١ + صفر

∴ ص′ = صفر

∴ معادلة المماس هى $\frac{\text{ص} - ١}{\text{س} - ١} = .$

أى أن: ص − ١ = .

---

٨ (جـ)

الحل

$\overrightarrow{ن_1} = (. ، . ، ١)$ ، $\overrightarrow{ن_2} = (١ ، . ، \sqrt{٣})$

∵ $\text{جتا}\,\theta = \frac{|(. ، . ، ١) \cdot (١ ، . ، \sqrt{٣})|}{\sqrt{. + . + ١} \times \sqrt{١ + . + ٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ $\theta = ٣٠°$

٩ (جـ)

الحل

بفرض د (س) $= \frac{\text{ظاس}}{\text{س}^2 + \text{جتاس}}$

∴ د (−س) $= \frac{\text{ظا (−س)}}{(−\text{س})^2 + \text{جتا (−س)}}$

$= \frac{-\text{ظاس}}{\text{س}^2 + \text{جتاس}} = -$ د (س)

∴ الدالة فردية

∴ $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$ د (س) ءس = صفر

---

١٠ (ب)

الحل

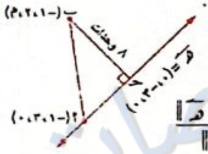
نفرض أن طول ضلع المربع ل

∴ مساحة الجزء المظلل = $\frac{١}{٢}$ مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ ل^2

∴ $\frac{ءم}{ءن} = \text{ل} \frac{ءل}{ءن} = ١٦ \times \frac{١}{٤} = ٤$ سم^2/ث

---

١١ (ب)



∵ طول العمود (ب حـ) $= \frac{\| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{هـ} \|}{\| \overrightarrow{هـ} \|}$

∴ $\| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{هـ} \| = ٨ \times ٣ = ٢٤$

، ∵ $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} = (. ، -١ ، م)$

∴ $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{هـ} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ . & -١ & م \\ . & -٣ & . \end{vmatrix} = ٣\,م\,\overrightarrow{س}$

∴ |٣م| = ٢٤ ∴ ٣م = ٢٤

∴ م = ٨ حيث م ∈ ح$^+$

---

١٢ (ب)

الحل

$\frac{ء^2\text{ص}}{ء\text{س}^2} = أ\text{س} + ب$

، ∵ المنحنى نقطة انقلاب عند س = .

∴ $\frac{ء^2\text{ص}}{ء\text{س}^2} = .$ ∴ . = . + ب ∴ ب = .

∴ $\frac{ء\text{ص}}{ء\text{س}} = \int أ\text{س}\,ء\text{س} = \frac{أ}{٢} \text{س}^2 + ث_1$

، ∵ لها قيمة صغرى محلية عند (١ ، .)

∴ $\frac{ء\text{ص}}{ء\text{س}} = .$ عند س = ١

∴ $. = \frac{أ}{٢} + ث_1$ منها أ = −٢ $ث_1$ (١)

∴ ص = $\int \left(\frac{أ}{٢} \text{س}^2 + ث_1 \right)$ ءس $= \frac{أ}{٦} \text{س}^3 + ث_1 \text{س} + ث_2$

، ∵ المنحنى يمر بالنقطتين (. ، ٢) ، (١ ، .)

∴ $٢ = \frac{أ}{٦}(.) + ث_1(.) + ث_2$ ∴ $ث_2 = ٢$

، $. = \frac{أ}{٦}(١)^3 + ث_1(١) + ٢$

∴ أ + ٦ $ث_1$ = −١٢ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢) :

∴ −٢ $ث_1$ + ٦ $ث_1$ = −١٢ ∴ ٤ $ث_1$ = −١٢

∴ $ث_1$ = −٣ ∴ أ = ٦

∴ ٢أ + ب = ١٢

---

١٣ (د)

الحل

∵ $\overrightarrow{ءحـ} = \overrightarrow{حـ} - \overrightarrow{ء} = (. ، −٤ ، ٦)$

، ∵ $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ءحـ}$

∴ $\overrightarrow{أ} = \sqrt{١٣} \times$ (متجه وحدة فى اتجاه $\overrightarrow{ءحـ}$)

$= \sqrt{١٣} \times \frac{(. ، −٤ ، ٦)}{\sqrt{(−٤)^2 + (٦)^2}} = (. ، −٢ ، ٣)$

∴ $\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} = (. ، −٢ ، ٣) \times (−٢ ، ٣ ، ٥)$

$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ . & -٢ & ٣ \\ -٢ & ٣ & ٥ \end{vmatrix} = -١٩\,\overrightarrow{س} - ٦\,\overrightarrow{ص} - ٤\,\overrightarrow{ع}$

---

١٤ (ب)

الحل

∵ ع = س + ٢ ∴ س = ع − ٢ ، ءس = ءع

∴ $\int \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^2 + ٤\text{س} + ٤}$ ءس $= \int \frac{ع - ٤}{ع^2}$ ءع

$= \int \left(\frac{١}{ع} - ٤ ع^{-2} \right)$ ءع

$=$ لوهـ |ع| + ٤ ع$^{-1}$ + ث

$=$ لوهـ |ع| + $\frac{٤}{ع}$ + ث

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

(١٥) (د)

الحل

∵ د(س) = جا س + $\frac{1}{2}$ جا ٢ س

∴ دَ(س) = جتا س + جتا ٢ س

، بوضع دَ(س) = ٠ ∴ جتا ٢ س + جتا س = ٠

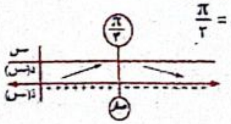
∴ ٢ جتا^2 س + جتا س − ١ = ٠

∴ (٢ جتا س − ١) (جتا س + ١) = ٠

∴ جتا س = $\frac{1}{2}$ ومنها س = $\frac{\pi}{3}$

أو جتا س = −١

∴ س = π (مرفوض)



∴ عند س = $\frac{\pi}{3}$ الدالة لها قيمة عظمى محلية.

(١٦) (أ)

الحل

∵ ع$_1$ = ٢ (جتا ٣٠٠° + ت جا ٣٠٠°)

= ٢ (جتا (−٦٠°) + ت جا (−٦٠°))

، ع$_2$ = ٣ (جا ٢٤٠° + ت جتا ٢٤٠°)

= ٣ (جتا (٩٠° − ٢٤٠°) + ت جا (٩٠° − ٢٤٠°))

= ٣ (جتا (−١٥٠°) + ت جا (−١٥٠°))

∴ ع$_1$ ع$_2$ = ٢ × ٣ (جتا (−٦٠° − ١٥٠°) + ت جا (−٦٠° − ١٥٠°))

= ٦ (جتا (−٢١٠°) + ت جا (−٢١٠°))

= ٦ (جتا ١٥٠° + ت جا ١٥٠°)

∴ ع$_1$ ع$_2$ = ٦ هـ$^{\frac{5}{6}\pi ت}$

(١٧) (ب)

الحل

∵ المستقيم يمر بالنقطة (٤ ، ٤ ، ٧)

∴ $\frac{٢ \times ٤ - ل}{٤} = \frac{٤ - ٢}{٢} = \frac{٧ - ٢}{٥}$

∴ $\frac{٨ - ل}{٤} = ١$ ∴ ل = ٤

∴ معادلة المستقيم هى: $\frac{٢س - ٤}{٤} = \frac{ص - ٢}{٢} = \frac{ع - ٢}{٥}$

أى: $\frac{س - ٢}{٢} = \frac{ص - ٢}{٢} = \frac{ع - ٢}{٥}$

∴ متجه اتجاه المستقيم = (٢ ، ٢ ، ٥)

∴ المتجه (م ، ن ، ١٠) يوازى المتجه (٢ ، ٢ ، ٥)

∴ $\frac{م}{٢} = \frac{ن}{٢} = \frac{١٠}{٥}$ ∴ م = ن = ٤

∴ ل + م + ن = ٤ + ٤ + ٤ = ١٢

(١٨) (ج)

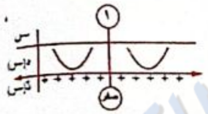
الحل

د(س) = (س − ١)^4 + ٣ ∴ دَ(س) = ٤ (س − ١)^3

، دً(س) = ١٢ (س − ١)^2

بوضع دً(س) = ٠

∴ س = ١



المنحنى محدب لأسفل فى الفترة]−∞ ، ١[

وفى الفترة]١ ، ∞[وليس له نقطة انقلاب.

(١٩)

∵ ح$_{ر+1}$ = ^{7}ق$_ر$ $\left(\frac{أ}{س^2}\right)^ر$ (س)$^{7-ر}$

= ^{7}ق$_ر$ أ^ر س$^{7-3ر}$

∴ عند ٧ − ٣ ر = ٤ ∴ ر = ١

∴ معامل س^4 = ^{7}ق$_1$ أ^1 = ٤٩

∴ أ = ٧

(٢٠)

بفرض أن النقطة أ هى (س ، ص)

، ص = $\frac{1}{2}$ (٦ − س) = ٣ − $\frac{1}{2}$ س

مساحة المثلث (م) = $\frac{1}{2}$ × ٢ س × ص = س × ص = س (٣ − $\frac{1}{2}$ س)

= ٣ س − $\frac{1}{2}$ س^2

∴ $\frac{dم}{dس}$ = ٣ − $\frac{2}{2}$ س

، بوضع $\frac{dم}{dس}$ = ٠ ∴ س = ٣ ، $\frac{d^2م}{dس^2} = \frac{-2}{2} < ٠$

∴ أكبر مساحة للمثلث = ٣ × ٣ − $\frac{1}{2}$ × (٣)^2

= ٣ وحدة مربعة

النموذج السابع عشر

(١) (ب)

الحل

د(س) = س^3 + أ س^2 + ب

∴ دَ(س) = ٣ س^2 + أ

∵ الدالة لها قيمة صغرى محلية = ٣ عند س = ١

∴ دَ(١) = ٠ ∴ ٣ + أ = ٠

∴ أ = −٣ ، د(١) = ٣ ∴ ٣ = ١ − ٣ + ب

∴ ب = ٥ ∴ أ ب = −٣ × ٥ = −١٥

(٢) (ب)

الحل

∵ ص = لو$_هـ$ طا س ∴ صَ = $\frac{قا^2 س}{طا س}$

، ∵ الإحداثى السينى لنقطة التماس = $\frac{\pi}{4}$

، ∵ د$\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = لو$_هـ$ طا $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = صفر

∴ نقطة التماس = $\left(\frac{\pi}{4} ، ٠\right)$

∴ [صَ]$_{س = \frac{\pi}{4}}$ = ٢

∴ ميل العمودى = −$\frac{1}{2}$

∴ معادلة العمودى هى $\frac{ص - صفر}{س - \frac{\pi}{4}} = \frac{-1}{2}$

أى أن: ٨ ص + ٤ س = π

(٣) (أ)

الحل

∵ $\overrightarrow{أ}$ = (−٢ ك ، ٢ ك ، ك)

∴ $\overrightarrow{ى_م}$ = $\frac{(-٢ ك ، ٢ ك ، ك)}{\sqrt{٤ ك^2 + ٤ ك^2 + ك^2}}$ = $\left(\frac{-2}{3} ، \frac{2}{3} ، \frac{1}{3}\right)$

∴ جيوب تمام الاتجاه للمتجه $\overrightarrow{أ}$ هى $\left(\frac{-2}{3} ، \frac{2}{3} ، \frac{1}{3}\right)$

(٤) (ج)

(٥) (أ)

الحل

س + $\frac{1}{س}$ = ت (بالضرب × س)

∴ س^2 − ت س + ١ = ٠

∴ حاصل ضرب الجذرين (ع$_1$ × ع$_2$) = ١

(٦) (أ)

الحل

$\overrightarrow{حَ أَ}$ = $\overrightarrow{حَ بَ}$ + $\overrightarrow{بَ أَ}$ = (−$\overrightarrow{ص}$ + $\overrightarrow{س}$ − $\overrightarrow{ع}$)

+ (−٢ $\overrightarrow{س}$ + ٣ $\overrightarrow{ص}$)

= −$\overrightarrow{س}$ + ٢ $\overrightarrow{ص}$ − $\overrightarrow{ع}$

(٧) (ب)

الحل

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{هـ^{ظتا س}}{جا^2 س} dس = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} هـ^{ظتا س} \times قتا^2 س \, dس$

= [−هـ$^{ظتا س}$]$_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$ = −هـ^{صفر} + هـ = هـ − ١

(٨) (ب)

الحل

ح$_{ر+1}$ = ^{7ن}ق$_ر$ $\left(\frac{-ك}{س^2}\right)^ر$ (س^5)$^{7ن-ر}$

= ^{7ن}ق$_ر$ (−ك)^ر س$^{35ن - 7ر}$

بوضع ٣٥ ن − ٧ ر = ٠ ∴ ر = ٥ ن

∴ الحد الخالى من س هو ح$_{5ن+1}$

(٩) (د)

الحل

ص = (جتا س)$^{جتا س}$

بأخذ لوغاريتم الطرفين للأساس هـ

∴ لو$_هـ$ ص = جتا س لو$_هـ$ جتا س

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

∴ $\frac{صَ}{ص}$ = جتا س × $\frac{-جا س}{جتا س}$ − جا س لو$_هـ$ جتا س

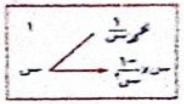
∴ دَ(س) = (جتا س)$^{جتا س}$ [− جا س − جا س لو$_هـ$ جتا س]

∴ دَ(٠) = صفر

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly

(١٠) (ب)

الحل



$\int \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{1}{\text{س}}\ \text{ءس}$

$= \text{س لو}_{\text{هـ}} \frac{1}{\text{س}} - \int \left(\text{س} \times \frac{-1}{\text{س}^{2}}\right) \text{ءس}$

$= \text{س لو}_{\text{هـ}} \frac{1}{\text{س}} + \int 1\ \text{ءس} = \text{س لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{-1} + \text{س} + \text{ث}$

$= \text{س} - \text{س لو}_{\text{هـ}} \text{س} + \text{ث} = \text{س} \left[1 - \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}\right] + \text{ث}$

---

(١١) (أ)

الحل

المستقيم: $٢\text{س} - ٤ = \frac{٢\text{ص} - ٨}{٣} = \frac{٢\text{ع} - ١٤}{٥}$

بالقسمة على ٢

ل: $\frac{\text{س} - ٢}{١} = \frac{\text{ص} - ٤}{٣} = \frac{\text{ع} - ٧}{٥}$

∴ $\overrightarrow{\text{ى}}$ = (١ ، ٣ ، ٥) ويمر بالنقطة ب (٢ ، ٤ ، ٧)

أى أن البعد العمودى = صفر

---

(١٢) (جـ)

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{ن}_1}$ = (٣ ، −٦ ، ٦)

، $\overrightarrow{\text{ن}_2}$ = (١ ، ٠ ، ١)

∴ $\text{جتا}\,\theta = \frac{|(٣ ، -٦ ، ٦) \cdot (١ ، ٠ ، ١)|}{\sqrt{٩ + ٣٦ + ٣٦}\sqrt{١ + ١}}$

$= \frac{١}{\sqrt{٢}}$

∴ $\theta = ٤٥^{\circ}$

---

(١٣) (أ)

الحل

$\overrightarrow{\text{ن}_1}$ = (٣ ، −١ ، ١) ، $\overrightarrow{\text{ن}_2}$ = (١ ، ٤ ، −٢)

∴ $\overrightarrow{\text{ن}_1} \times \overrightarrow{\text{ن}_2} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ ٣ & -١ & ١ \\ ١ & ٤ & -٢ \end{vmatrix}$

$= -٢\,\overrightarrow{\text{س}} + ٧\,\overrightarrow{\text{ص}} + ١٣\,\overrightarrow{\text{ع}}$

∴ خط تقاطع المستويين يكون موازيًا للمتجه (−٢ ، ٧ ، ١٣)

(١٤) (أ)

الحل

∵ د̀(س) = صفر عند س = ٢ وتتغير إشارتها من الموجب إلى السالب

∴ الدالة د لها قيمة عظمى محلية عند س = ٢

∴ الاختيار (ب) صحيح

، ∵ ميل المنحنى المرسوم سالب لكل س < ٤

∴ د̋(س) سالبة لكل س < ٤

، ∵ ميل المنحنى المرسوم موجب لكل س > ٤

∴ د̋(س) موجبة لكل س > ٤

∴ منحنى الدالة د محدب لأعلى فى]−∞ ، ٤[

، محدب لأسفل فى]٤ ، ∞[

∴ الاختيار (جـ) صحيح

، ∵ د̀(س) موجبة لكل س < ٢

∴ الدالة د تكون متزايدة لكل س < ٢

، ∵ −٢ > −٣ ∴ د(−٢) > د(−٣)

∴ الاختيار (د) صحيح

، ∵ عند س = ٤ الدالة ليس لها مماس

∴ لا يوجد عندها نقطة انقلاب على الرغم من تغير تحدب المنحنى حول س = ٤

∴ الاختيار (أ) خطأ

---

(١٥) (جـ)

الحل

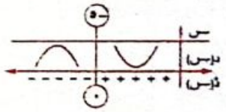
∵ د(س) = $\text{هـ}^{\text{س}}$ (س + ٣)

∴ د̀(س) = $\text{هـ}^{\text{س}}$ (س + ٣) + $\text{هـ}^{\text{س}}$ = $\text{هـ}^{\text{س}}$ (س + ٤)

∴ د̋(س) = $\text{هـ}^{\text{س}}$ (س + ٤) + $\text{هـ}^{\text{س}}$ = $\text{هـ}^{\text{س}}$ (س + ٥)

، بوضع د̋(س) = ٠

∴ $\text{هـ}^{\text{س}}$ (س + ٥) = ٠ ∴ س = −٥



∴ منحنى الدالة محدب لأسفل فى الفترة]−٥ ، ∞[

---

(١٦) (ب)

الحل

∵ ميل المماس = $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{هـ}^{\text{س}} - \text{هـ}^{-\text{س}}$

∴ ص = $\int (\text{هـ}^{\text{س}} - \text{هـ}^{-\text{س}})\ \text{ءس} = \text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{-\text{س}} + \text{ث}$

∵ (٠ ، ٤) تحقق معادلة المنحنى

∴ ٤ = ٢ + ث ∴ ث = ٢

∴ معادلة المنحنى:

ص = $\text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{-\text{س}} + ٢$

---

(١٧) (أ)

الحل

طول ضلع المربع الصغير بعد الزمن «ن» س = ١ + ن

طول ضلع المربع الكبير بعد الزمن «ن» ص = ٤ − $\frac{١}{٢}$ ن

∴ المساحة «م» = $\frac{١}{٢}\sqrt{٢}\,\text{س} \times \frac{١}{٢}\sqrt{٢}\,\text{ص} - \frac{١}{٢}\,\text{س}^{٢}$

$= \frac{١}{٢}(\text{س ص} - \text{س}^{٢})$

∴ م = $\frac{١}{٢}\left[(١ + \text{ن})(٤ - \frac{١}{٢}\text{ن}) - (١ + \text{ن})^{٢}\right]$

$= \frac{٣}{٤}(٢ + \text{ن} - \text{ن}^{٢})$

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = \frac{٣}{٤}(١ - ٢\text{ن})$ ، بوضع $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = ٠ ∴ ن = $\frac{١}{٢}$

، ∵ $\frac{\text{ء}^{٢}\text{م}}{\text{ءن}^{٢}} = -\frac{٣}{٢}$ (سالبة)

∴ م تتوقف لحظيًا عن الزيادة عند ن = $\frac{١}{٢}$

---

(١٨) (ب)

الحل

∵ معامل $\text{ح}_{\text{ر}+٢}$ = معامل $\text{ح}_{\text{ر}+٤}$

∴ $^{٢٠}\text{ق}_{\text{ر}+١} = {}^{٢٠}\text{ق}_{\text{ر}+٣}$

∴ ر + ١ = ر + ٣ ومنها ١ = ٣ (مرفوض)

أو ر + ١ + ر + ٣ = ٢٠ ∴ ر = ٨

---

(١٩)

العدد المركب هو $\sqrt{\text{ك}} - \text{ت}\sqrt{\text{ك}}$

∴ ل = $\sqrt{(\sqrt{\text{ك}})^{٢} + (-\sqrt{\text{ك}})^{٢}} = \sqrt{٢\text{ك}}$

اتقع فى الربع الرابع ، ظا θ = $\frac{-\sqrt{\text{ك}}}{\sqrt{\text{ك}}}$ = −١

∴ θ = $\frac{-\pi}{٤}$

∴ العدد هو $\sqrt{٢\text{ك}}\ \text{هـ}^{\frac{-\pi}{٤}\text{ت}}$

---

(٢٠)

الحجم = $\pi \int_{\text{ك}}^{٢\text{ك}} \text{ص}^{٢}\ \text{ءس}$

$= \pi \int_{\text{ك}}^{٢\text{ك}} \left(\frac{١}{\text{س}}\right)^{٢} \text{ءس} = \pi \left[-\frac{١}{\text{س}}\right]_{\text{ك}}^{٢\text{ك}}$

$= \pi\left(-\frac{١}{٢\text{ك}} + \frac{١}{\text{ك}}\right) = \frac{\pi}{٢\text{ك}}$

∴ $\frac{\pi}{٢\text{ك}} = \frac{\pi}{٣}$ ∴ ٢ك = ٣ ∴ ك = $\frac{٣}{٢}$

النموذج الثامن عشر

(١) (د)

الحل

$\text{هـ}^{\text{س ص}} - \text{س}^{٢} + \text{ص}^{٣} = ٠$ (١)

، عند س = ٠ ∴ ١ − ٠ + ص³ = ٠

∴ $\text{ص}^{٣}$ = −١ ∴ ص = −١

باشتقاق (١) بالنسبة إلى س

∴ $\text{هـ}^{\text{س ص}}(\text{ص} + \text{س ص}') - ٢\text{س} + ٣\text{ص}^{٢}\text{ص}' = ٠$

، عند (٠ ، −١)

∴ ١ (−١ + ٠) − ٠ + ٣ $(-١)^{٢}$ ص′ = ٠

∴ −١ + ٣ ص′ = ٠

∴ ص′ = $\frac{١}{٣}$ ∴ $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\right)_{\text{س}=٠} = \frac{١}{٣}$

---

(٢) (جـ)

الحل

ع = ($\cancel{١}$ + ٢ جتا² ٢٠° − $\cancel{١}$ + ت × ٢ جا ٢٠° جتا ٢٠°)

= ٢ جتا ٢٠° (جتا ٢٠° + ت جا ٢٠°)

∴ سعة العدد ع = $\frac{\pi}{٩}$

---

(٣) (أ)

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{ن}_1}$ = (٣ ، −٤ ، ٢) ، $\overrightarrow{\text{ن}_2}$ = (٣ ، ٤ ، −م)

، ∵ المستويين متعامدين

∴ $\overrightarrow{\text{ن}_1} \cdot \overrightarrow{\text{ن}_2}$ = ٠

∴ (٣ ، −٤ ، ٢) . (٣ ، ٤ ، −م) = ٠

∴ ٩ − ١٦ − ٢م = ٠ ∴ م = $\frac{-٧}{٢}$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

٤ (ب)

الحل

$\int_{-3}^{3} \left(\text{دَ}(س)\,-\,\text{د}(س)\right)\,ءس$

$= \int_{-3}^{3} \text{دَ}(س)\,ءس - \int_{-3}^{3} \text{د}(س)\,ءس$

$= \left[\text{د}(س)\right]_{-3}^{3} - 2\int_{0}^{3} \text{د}(س)\,ءس$

$=$ د (٣) − د (−٣) − ٢ × ٥ = د (٣) − د (٣) − ١٠

= −١٠ (لأن د دالة زوجية)

---

٥ (ب)

الحل

∵ معامل ح$_1$ = $^{10}ق_{1}$

∴ $^{10}ق_{1} \times \left(\frac{1}{ب}\right)^{1} (أ)^{9} = {}^{10}ق_{1}$

∴ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{9} = 1$ ∴ $\frac{أ}{ب} = 1$

---

٦ (ب)

الحل

∵ س = هـ^{ن} ∴ $\frac{ءس}{ءن} = $ هـ^{ن}

∵ ص = هـ$^{2ن+2}$ ∴ $\frac{ءص}{ءن} = 2$ هـ$^{2ن+2}$

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءن} \div \frac{ءس}{ءن} = \frac{2\,هـ^{2ن+2}}{هـ^{ن}} = 2\,هـ^{ن+2}$

عند س = ١ فإن : ن = صفر

ميل المماس عند (س = ١)

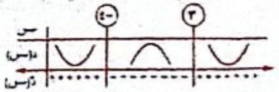
هو $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{س=1} = 2$ هـ^{2}

∴ ميل العمودى = $\frac{-1}{2\,هـ^{2}}$

---

٧ (ب)

الحل



المنحنى محدب لأعلى فى]−٤ ، ٣[

---

٨ (د)

الحل

∵ جتا θ$_{س}$ = $\frac{أ_س}{\|أ\|}$ ∴ $\frac{3}{13} = \frac{ك}{\sqrt{ك^2 + (12)^2 + (4)^2}}$

∴ ٩ (ك^2 + ١٦٠) = ١٦٩ ك^2

∴ ٩ ك^2 + ٩ × ١٦٠ = ١٦٩ ك^2

∴ ١٦٠ ك^2 = ٩ × ١٦٠ ∴ ك^2 = ٩

∴ ك = −٣ (مرفوض لأن الزاوية حادة) أ، ك = ٣

---

٩ (د)

الحل

∵ د (س) = س^{جاس} بأخذ اللوغاريتم للأساس هـ للطرفين

∴ لو$_{هـ}$ د (س) = جاس لو$_{هـ}$ س بالاشتقاق بالنسبة إلى س

∴ $\frac{\text{دَ}(س)}{\text{د}(س)} = $ جاس × $\frac{1}{س}$ + لو$_{هـ}$ س × جتاس

∴ دَ (س) = س^{جاس} × $\left[\frac{جاس}{س} + \right.$ جتاس لو$_{هـ}$ س$\left.\right]$

∴ دَ $\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}\left[\frac{2}{\pi} + \text{صفر}\right] = 1$

---

١٠ (د)

الحل

ح$_{ر+1}$ = $^{ن}ق_{ر} \left(\frac{5}{س}\right)^{ر} (س^{3})^{ن-ر}$

$= {}^{ن}ق_{ر}\,(5^{ر})\,س^{3ن-4ر}$

∵ الحد الخالى من س هو ح$_7$

∴ ر = ٦ ∴ ٣ن − ٢٤ = ٠ ∴ ن = ٨

---

١١ (د)

الحل

ع$_1$ + ع$_2$ = هـ$^{5+ك\pi ت}$ + هـ$^{(5+ك ت)\pi}$

= هـ$^{5+ك\pi ت}$ + هـ$^{5\pi + ك\pi ت}$

= (هـ^{5} + هـ$^{5\pi}$) هـ$^{(ك\pi)ت}$

فإن سعة (ع$_1$ + ع$_2$) هى ك π

، ∵ ك ∈]$\frac{-1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$[∴ السعة ∈]$\frac{-\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$[

∴ السعة يمكن أن تساوى $\frac{-\pi}{6}$

---

١٢ (جـ)

الحل

∵ $\frac{3}{3} = \frac{12}{12} = \frac{-4}{-4} \neq \frac{9}{-17}$ ∴ المستويان متوازيان

بوضع : ص = ٠ ، ع = ٠ فى معادلة المستوى الأول

∴ س = ٣

∴ النقطة (٣ ، ٠ ، ٠) تقع فى المستوى الأول

∴ البُعد بين المستويين = $\frac{|3(3) + 12(0) - 4(0) + 17|}{\sqrt{9 + 144 + 16}}$

= ٢ وحدة طول

---

١٣ (جـ)

الحل

$\int \frac{2}{س\,لو_{هـ}\,س^{2}}\,ءس = \int \frac{2}{2س\,لو_{هـ}|س|}\,ءس$

$= \int \frac{\frac{1}{س}}{لو_{هـ}|س|}\,ءس$

= لو$_{هـ}$ |لو$_{هـ}$ |س|| + ث

---

١٤ (أ)

الحل

متجه اتجاه المستقيم $\overrightarrow{هـ} = \overrightarrow{ب أ}$ = (٢ ، −١ ، ١)

، المستقيم يمر بالنقطة أ (١ ، −١ ، ٢)

∴ معادلة المستقيم هى :

$\frac{س-1}{2} = \frac{ص+1}{-1} = \frac{ع-2}{1}$

---

١٥ (أ)

الحل

متجه الوحدة فى اتجاه المتجه $\overrightarrow{أ}$ هو

$\overrightarrow{ى}$ = (جتا ١٣٥° ، جتا ٦٠° ، جتا ١٢٠°) = $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} ، \frac{1}{2} ، \frac{-1}{2}\right)$

$\overrightarrow{أ} = \|\overrightarrow{أ}\|\,\overrightarrow{ى} = 2\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} ، \frac{1}{2} ، \frac{-1}{2}\right) = (-\sqrt{2} ، 1 ، -1)$

∴ $\overrightarrow{أ} . \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{جـ} = \begin{vmatrix} -\sqrt{2} & 1 & -1 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 3 & 5 \end{vmatrix}$

$= -\sqrt{2}\,(5\sqrt{2} - 0) - 1\,(5 - 0)$

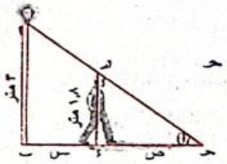
$- 1\,(3 - 2) = -16$

حجم متوازى السطوح = |−١٦| = ١٦ وحدة مكعبة

---

١٦ (د)

الحل



من تشابه المثلثين أ ب جـ ، هـ ء جـ

∴ $\frac{ص}{ص+س} = \frac{1.8}{3} = \frac{3}{5}$

∴ ٢ص + ٢س = ٥ ص

∴ ٣س = ٢ ص

بالاشتقاق بالنسبة إلى الزمن

∴ $3\,\frac{ءس}{ءن} = 2\,\frac{ءص}{ءن}$

∴ $\frac{ءص}{ءن} = \frac{3}{2} \times 1.2 = 1.8$ متر/ث

(معدل تغير طول ظل الرجل)

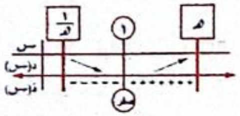
---

١٧ (جـ)

الحل

دَ (س) = ١ − $\frac{1}{س} = \frac{س-1}{س}$

، بفرض أن دَ (س) = ٠ ∴ س = ١



∴ الدالة تناقصية فى الفترة]$\frac{1}{هـ}$ ، ١[

وتزايدية فى الفترة]١ ، هـ[

---

١٨ (أ)

الحل

الشكل هو معين قطراه ٢ س ، ٢ ص

∴ مساحته م = $\frac{1}{2}$ (٢ س) (٢ ص) = ٢ س ص

∵ أ ب = ٥ سم ∴ ص = $\sqrt{25 - س^2}$

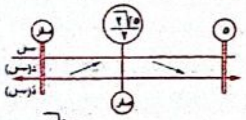
∴ م = ٢ س $\sqrt{25 - س^2}$

∴ $\frac{ءم}{ءس} = 2\sqrt{25 - س^2} + 2س \times \frac{-2س}{2\sqrt{25-س^2}}$

$= \frac{2(25 - س^2) - 2س^2}{\sqrt{25 - س^2}} = \frac{50 - 4س^2}{\sqrt{25 - س^2}}$

، بوضع $\frac{ءم}{ءس} = 0$ ∴ ٥٠ − ٤ س^2 = ٠

∴ س = $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ويرفض الحل السالب



∴ م تكون أكبر ما يمكن عند س = $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، ص = $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

أى أن : س = ص

١٩

∵ مجموع الجذرين = ١ + ω ت + ١ + ω^2 ت

= ٢ + ت (ω + ω^2) = ٢ + ت (−١) = ٢ − ت

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

، حاصل ضرب الجذرين = (١ + ω ت) (١ + ω² ت)

= ١ + ω² ت + ω ت + ω³ ت²

= ١ + ت (ω² + ω) − ١ = − ت

∴ المعادلة هي : س² − (٢ − ت) س − ت = ٠

٢٠

د (س) = س لوهـ س

∴ دَ (س) = س × $\frac{1}{س}$ + لوهـ س = ١ + لوهـ س

بوضع دَ (س) = ٠ ∴ لوهـ س = −١

∴ س = هـ^{−١}

∴ د (هـ) = هـ ، د (هـ^{−١}) = − هـ^{−١} ، د (هـ^{−٢}) = − ٢ هـ^{−٢}

∴ القيمة العظمى المطلقة هي هـ

النموذج التاسع عشر

١ (ب)

الحل

$\overrightarrow{هـ_1}$ = (٢ ، −١ ، ١) ، $\overrightarrow{هـ_2}$ = (أ ، −٢ ، −١)

جتا ٦٠° = $\frac{|(٢ ، −١ ، ١) . (أ ، −٢ ، −١)|}{\sqrt{٤ + ١ + ١} \times \sqrt{أ^2 + ٤ + ١}}$

∴ $\frac{1}{2}$ = $\frac{|٢أ + ١|}{\sqrt{٦} \times \sqrt{أ^2 + ٥}}$

∴ (٢أ + ١)² × ٤ = ٦ (أ² + ٥)

∴ ١٦ أ² + ١٦ أ + ٤ = ٦ أ² + ٣٠

∴ ٥ أ² + ٨ أ − ١٣ = ٠

∴ (٥ أ + ١٣) (أ − ١) = ٠

∴ أ = $\frac{-١٣}{٥}$ (مرفوض) أ، أ = ١

---

٢ (أ)

الحل

المساحة = $\int_{-1}^{2}$ ص ءس

= $\int_{-1}^{2}$ (٣ س² + ٤) ءس = [س³ + ٤ س]$_{-1}^{2}$

= [(٢)³ + ٤ (٢)] − [(−١)³ + ٤ (−١)] = ٢١

---

٣ (ب)

الحل

$\int$ $\frac{٢ هـ^{س} + ١}{هـ^{س}}$ ءس = $\int$ (٢ + هـ^{−س}) ءس

= ٢ س − هـ^{−س} + ث

٤ (أ)

الحل

ح٧ = ^{١٢}ق٦ × $\left(\frac{-ب}{س}\right)^6$ × (أ س²)⁶ = ^{١٢}ق٦ × (أ ب)⁶ × س⁶

∴ ح٧ هو الحد المشتمل على س⁶

---

٥ (د)

الحل

$\sqrt{٢ (ω + ت) (ω² + ت)}$ = $\sqrt{٢ (ω³ + ت (ω + ω²) + ت²)}$

= $\sqrt{٢ (١ − ت + (−١))}$

= $\sqrt{−٢ ت}$ = $\sqrt{(١ − ت)^2}$ = ± (١ − ت)

---

٦ (أ)

الحل

$\sqrt{(٢ + ٤)^2 + (ك − ٤)^2 + (٣ − ٢)^2}$ = $\sqrt{٦٢}$

∴ ٣٦ + ك² − ٨ ك + ١٦ + ١ = ٦٢

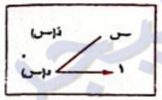
∴ ك² − ٨ ك − ٩ = ٠ ∴ (ك − ٩) (ك + ١) = ٠

∴ ك = ٩ أ، ك = −١

---

٧ (أ)

الحل



$\int^{4}$ س دَ (س) ءس

= [س د (س)]^{4} − $\int^{4}$ د (س) ءس

= ٤ د (٤) − ٨

= ٤ × −٣ − ٨ = −٢٠

---

٨ (أ)

الحل

$\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{جتا س}{جا س}$ = ظتا س

∴ $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ = − قتا² س

---

٩ (ب)

الحل

س² = هـ^{٢ص} بالاشتقاق بالنسبة لـ س

∴ ٢ س = ٢ هـ^{٢ص} $\frac{ءص}{ءس}$

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{س}{هـ^{٢ص}}$ ∴ س $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{س^2}{هـ^{٢ص}}$ = ١

١٠ (ج)

الحل

∵ ع = ع١ + ع٢ + ع١ ع٢

∴ ع = ٢ هـ^{$\frac{π}{٦}$ت} + ٢ هـ^{$\frac{-π}{٦}$ت} + ٤ هـ^{صفر}

= ٢ (جتا $\frac{π}{٦}$ + ت جا $\frac{π}{٦}$) + ٢ (جتا $\frac{-π}{٦}$ + ت جا $\frac{-π}{٦}$) + ٤

= ٢ جتا $\frac{π}{٦}$ + ٢ ت جا $\frac{π}{٦}$ + ٢ جتا $\frac{π}{٦}$ − ٢ ت جا $\frac{π}{٦}$ + ٤

= ٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٤ = ٢ $\sqrt{٣}$ + ٤ = ٢ ($\sqrt{٣}$ + ٢)

---

١١ (د)

الحل

∵ دً (س) > ٠ لكل س ≠ ٣

∴ المنحنى محدب لأسفل لكل س ≠ ٣

، ∵ دَ (٣) غير معرفة

∴ الشكل (د) يمكن أن يمثل منحنى الدالة د

---

١٢ (أ)

الحل

θع = ٩٠° − ل ، θس = ٩٠° − م ، θص = ٩٠° − ن

، ∵ جتا² θس + جتا² θص + جتا² θع = ١

∴ جتا² (٩٠° − م) + جتا² (٩٠° − ن) + جتا² (٩٠° − ل) = ١

∴ جا² م + جا² ن + جا² ل = ١

---

١٣ (ج)

الحل

∵ د (س) = حـ س² + ر (س)

∴ دَ (س) = ٢ حـ س + رَ (س)

، دً (س) = ٢ حـ + رً (س)

، ∵ (١ ، ٥) هي نقطة انقلاب لمنحنى الدالة د

∴ دً (١) = صفر ∴ ٢ حـ + رً (١) = صفر

∴ ٢ حـ = −٦ ∴ حـ = −٣

، د (١) = ٥ ∴ ٥ = حـ + ر (١)

∴ حـ + ك = ٥

∴ −٣ + ك = ٥ ∴ ك = ٨

∴ ك − حـ = ٨ − (−٣) = ١١

١٤ (أ)

الحل

معامل ح٩ = ^{١٢}ق٨ × $\left(\frac{-١}{أ}\right)^8$ × أ⁴

= ^{١٢}ق٨ × أ^{−٤}

∴ ^{١٢}ق٨ × أ^{−٤} = ٧٩٢٠ ∴ أ⁴ = $\frac{1}{16}$

∴ أ = ± $\frac{1}{2}$

---

١٥ (أ)

الحل

نفرض أن طول ضلع المسدس = س

مساحة المنطقة المظللة (م) = ٣ × $\frac{1}{2}$ س² جا ١٢٠°

∴ م = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٤}$ س²

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ س $\frac{ءس}{ءن}$

عند س = ٦

$\frac{ءم}{ءن}$ = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ × ٦ × $\sqrt{٣}$ = ٢٧ سم²/ث

---

١٦ (ج)

الحل

د (س) = س³ + ٣ س² − ٩ س

∴ دَ (س) = ٣ س² + ٦ س − ٩ ، بوضع دَ (س) = ٠

∴ س = −٣ ∌ [−٢ ، ٢] أ، س = ١

، د (−٢) = ٢٢

، د (٢) = ٢

، د (١) = −٥

∴ القيمة الصغرى المطلقة = أ = −٥

، القيمة العظمى المطلقة = ب = ٢٢

∴ ب − أ = ٢٢ + ٥ = ٢٧

---

١٧ (أ)

الحل

المركز الهندسي للمثلث م

= $\left(\frac{٣ + ١٥ + ٠}{٣} ، \frac{−٤ + ٠ − ٨}{٣} ، \frac{٠ + ٢ + ٤}{٣}\right)$

= (٦ ، −٤ ، ٢)

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

بعد مركز المثلث عن المستوى س ص = | ٢ | = ٢

بعد مركز المثلث عن المستوى س ع = | −٤ | = ٤

بعد مركز المثلث عن المستوى ص ع = | ٦ | = ٦

∴ بعده عن المستوى س ع أكبر من بعده عن المستوى س ص

---

١٨ (د)

الحل

∵ معادلة المستقيم هى $\frac{\text{س}}{١} = \frac{\text{ص}}{١} = \frac{\text{ع}}{٢}$

متجه اتجاهه $\overrightarrow{\text{ى}}$ = (١ ، ١ ، ٢) ويمر بالنقطة أ (٠ ، ٠ ، ٠)

، ∵ المستوى يمر بالنقطة ب (١ ، ٢ ، ٣)

∴ $\overrightarrow{\text{ن}}$ متجه اتجاه عمودى على المستوى

$= \overrightarrow{\text{أب}} \times \overrightarrow{\text{ى}} = (١ ، ٢ ، ٣) \times (١ ، ١ ، ٢)$

$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ١ & ٢ \end{vmatrix} = \overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{\text{ص}} - \overrightarrow{\text{ع}}$

∴ معادلة المستوى هى (١ ، ١ ، −١) . $\overrightarrow{\text{ر}}$

= (١ ، ١ ، −١) . (٠ ، ٠ ، ٠)

أى أن : $\overrightarrow{\text{ر}}$. (١ ، ١ ، −١) = صفر

١٩

ع = ٤ (جا ٣٠° − ت جتا ٣٠°)

∴ ع = ٤ (جتا (−٩٠° + ٣٠°) + ت جا (−٩٠° + ٣٠°))

∴ ع = ٤ (جتا (−٦٠°) + ت جا (−٦٠°))

∴ $\text{ع}^{\frac{1}{2}} = ٢ \left(\text{جتا} \frac{-٦٠° + ٣٦٠° \text{ر}}{٢} + \text{ت جا} \frac{-٦٠° + ٣٦٠° \text{ر}}{٢}\right)$

حيث ر = ٠ ، ١

، بوضع ر = ٠

∴ $\text{ع}^{\frac{1}{2}} = ٢ (\text{جتا} −٣٠° + \text{ت جا} −٣٠°) = ٢ \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢} \text{ت}\right)$

$= \sqrt{٣} - \text{ت}$

، بوضع ر = ١

∴ $\text{ع}^{\frac{1}{2}} = ٢ (\text{جتا} ١٥٠° + \text{ت جا} ١٥٠°) = ٢ \left(-\frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢} \text{ت}\right)$

$= -\sqrt{٣} + \text{ت}$

∴ الجذران التربيعيان للعدد ع هما ± ($\sqrt{٣}$ − ت)

٢٠

نفرض أن (س ، ص) هى نقطة على المنحنى $\text{ص}^٢ = ٤ \text{س}$

∴ $\text{س} = \frac{١}{٤} \text{ص}^٢$

∴ النقطة ($\frac{١}{٤} \text{ص}^٢$ ، ص) تقع على المنحنى

∴ البُعد بين النقطة والمستقيم

$\text{ف} = \frac{|\text{س}_١ - ٢ \text{ص}_١ + ١٠|}{\sqrt{١^٢ + (-٢)^٢}} = \frac{|\frac{١}{٤} \text{ص}^٢ - ٢ \text{ص} + ١٠|}{\sqrt{٥}}$

∴ $\text{ف} = \frac{١}{\sqrt{٥}} |\frac{١}{٤} \text{ص}^٢ - ٢ \text{ص} + ١٠|$

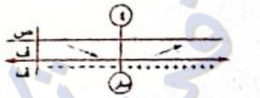
، ∵ $\frac{١}{٤} \text{ص}^٢ - ٢ \text{ص} + ١٠$ موجبة لجميع قيم ص

(لأن المميز < صفر)

∴ $\text{ف} = \frac{١}{\sqrt{٥}} (\frac{١}{٤} \text{ص}^٢ - ٢ \text{ص} + ١٠)$

∴ $\text{ف}' = \frac{١}{\sqrt{٥}} (\frac{١}{٢} \text{ص} - ٢)$

بوضع ف′ = ٠ ∴ ص = ٤



البُعد أقل ما يمكن عند ص = ٤

∴ أصغر بُعد هو $(\text{ف})_{\text{ص} = ٤} = \frac{٦\sqrt{٥}}{٥}$ وحدة طول.

النموذج العشرون

١ (د)

الحل

$\text{جتا}^٢ ٣٠° + \text{جتا}^٢ ٧٠° + \text{جتا}^٢ \theta = ١$

∴ جتا θ = ٠.٣٦٥

∴ θ = ٦٨.٦°

---

٢ (ب)

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ ٤ & −١ & ٣ \\ −٢ & ١ & −٢ \end{vmatrix}$

$= -\overrightarrow{\text{س}} + ٢ \overrightarrow{\text{ص}} + ٢ \overrightarrow{\text{ع}}$

∴ متجه الوحدة العمودى على كل من $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$

$= \pm \frac{-\overrightarrow{\text{س}} + ٢ \overrightarrow{\text{ص}} + ٢ \overrightarrow{\text{ع}}}{\sqrt{١ + ٤ + ٤}}$

$= \pm \frac{١}{٣} (-\overrightarrow{\text{س}} + ٢ \overrightarrow{\text{ص}} + ٢ \overrightarrow{\text{ع}})$

---

٣ (د)

الحل

محيط القطاع (ح) = ٢ نق + ل ∴ ل = ح − ٢ نق

، مساحة القطاع (م) = $\frac{١}{٢}$ ل نق

$= \frac{١}{٢} \times (\text{ح} - ٢ \text{نق}) \text{نق}$

$= \frac{١}{٢} \text{ح نق} - \text{نق}^٢$

∴ $\frac{\text{دم}}{\text{دنق}} = \frac{١}{٢} \text{ح} - ٢ \text{نق}$

∴ $\frac{\text{د}^٢\text{م}}{\text{دنق}^٢} = -٢ < ٠$ (أى المساحة لها قيمة عظمى)

بوضع $\frac{\text{دم}}{\text{دنق}}$ = صفر ∴ $\frac{١}{٢}$ ح = ٢ نق

∴ نق = $\frac{١}{٤}$ ح

---

٤ (ب)

الحل

$\frac{٨ \text{ن} + ٢}{٢} = ٩$ ∴ ٨ ن = ١٦ ∴ ن = ٢

---

٥ (جـ)

الحل

$\text{س} = \text{هـ}^{٢\text{ن}}$ ∴ $\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = ٢ \text{هـ}^{٢\text{ن}}$

، $\text{ص} = \text{ن}^٣$ ∴ $\frac{\text{دص}}{\text{دن}} = ٣ \text{ن}^٢$

∴ $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٣ \text{ن}^٢}{٢ \text{هـ}^{٢\text{ن}}}$

∴ $\frac{\text{د}^٢\text{ص}}{\text{دس}^٢} = \frac{\text{د}}{\text{دس}} \left(\frac{٣ \text{ن}^٢}{٢ \text{هـ}^{٢\text{ن}}}\right)$

$= \left(\frac{٢ \text{هـ}^{٢\text{ن}} (٦ \text{ن}) - ٣ \text{ن}^٢ \times ٤ \text{هـ}^{٢\text{ن}}}{٤ \text{هـ}^{٤\text{ن}}}\right) \times \frac{\text{دن}}{\text{دس}}$

$= \frac{١٢ \text{ن هـ}^{٢\text{ن}} (١ - \text{ن})}{٤ \text{هـ}^{٤\text{ن}}} \times \frac{١}{٢ \text{هـ}^{٢\text{ن}}}$

$= \frac{٣}{٢} \text{ن هـ}^{-٤\text{ن}} (١ - \text{ن})$

، عند ن = ١ فإن : $\frac{\text{د}^٢\text{ص}}{\text{دس}^٢}$ = صفر

٦ (د)

الحل

$\int_{٠}^{٤} \text{د(س) دس} = \int_{٠}^{١} ٣ \text{س}^٢ \text{دس} + \int_{١}^{٤} (٢ \text{س} + ١) \text{دس}$

$= [\text{س}^٣]_{٠}^{١} + [\text{س}^٢ + \text{س}]_{١}^{٤}$

= ١ + ٢٠ − ٢ = ٢٩

---

٧ (أ)

الحل

$\int \text{طا} \theta \, \text{د}\theta = -\int \frac{-\text{جا} \theta}{\text{جتا} \theta} \text{د}\theta = -\text{لو}_{\text{هـ}} |\text{جتا} \theta| + \text{ث}$

---

٨ (د)

الحل

∵ $\text{ع}_١ = ١ - \sqrt{٣} \text{ت}$ ∴ $\text{ل} = \sqrt{(١)^٢ + (-\sqrt{٣})^٢} = ٢$

، ∵ س > ٠ ، ص < ٠ ∴ θ تقع فى الربع الرابع.

∴ $\theta = \text{طا}^{-١} \left(\frac{-\sqrt{٣}}{١}\right) = -٦٠° = \frac{-\pi}{٣}$

∴ $\text{ع}_١ = ٢ \text{هـ}^{\frac{-\pi}{٣} \text{ت}}$

، ∵ $\text{ع}_٢ = ١ + \text{ت}$ ∴ $\text{ل} = \sqrt{(١)^٢ + (١)^٢} = \sqrt{٢}$

، ∵ س > ٠ ، ص > ٠ ∴ θ تقع فى الربع الأول.

∴ $\theta = \text{طا}^{-١} \left(\frac{١}{١}\right) = ٤٥° = \frac{\pi}{٤}$

∴ $\text{ع}_٢ = \sqrt{٢} \text{هـ}^{\frac{\pi}{٤} \text{ت}}$

∴ $\text{ع} = \frac{\text{ع}_١}{\text{ع}_٢} = \frac{٢ \text{هـ}^{-\frac{\pi}{٣} \text{ت}}}{\sqrt{٢} \text{هـ}^{\frac{\pi}{٤} \text{ت}}} = \sqrt{٢} \text{هـ}^{-\frac{٧}{١٢} \pi \text{ت}}$

---

٩ (د)

الحل

$\left(\frac{\omega}{١ + ٢\omega}\right)^٢ + \left(\frac{\omega^٢}{١ + ٢\omega}\right)^٢ = \frac{\omega^٢}{(١ + ٢\omega)^٢} + \frac{\omega^٤}{(١ + ٢\omega)^٢}$

$= \frac{\omega^٢ + \omega}{(١ + ٢\omega)^٢} = \frac{-١}{١ + ٤\omega + ٤\omega^٢}$

$= \frac{-١}{١ - ٤} = \frac{١}{٣}$

---

١٠ (أ)

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١١ (أ)

$\vec{ن_1}$ = (٦ ، −٢ ، −١) ، $\vec{ن_2}$ = (١ ، −٣ ، ٢)

، ∵ $\frac{٦}{١} \neq \frac{-٢}{-٣}$ ∴ المستقيمان غير متوازيين

متجه الاتجاه العمودى على المستوى

$= \begin{vmatrix} \vec{س} & \vec{ص} & \vec{ع} \\ ٦ & -٢ & -١ \\ ١ & -٣ & ٢ \end{vmatrix} = -٩\vec{س} - ١٩\vec{ص} - ١٦\vec{ع}$

، ∵ المستوى يحوى المستقيم

$\vec{ر}$ = (٠ ، ٢ ، −٥) + ك$_1$ (٦ ، −٢ ، −١)

∴ المستوى يحوى النقطة (٠ ، ٢ ، −٥)

∴ المعادلة المطلوبة هى :

$\vec{ر}$. (−٩ ، −١٩ ، −١٦)

= (٠ ، ٢ ، −٥) . (−٩ ، −١٩ ، −١٦)

∴ −٩ س − ١٩ ص − ١٦ ع − ٢٣ = ٠

أى ٩ س + ١٩ ص + ١٦ ع + ٢٣ = ٠

---

١٢ (أ)

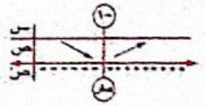
الحل

$\frac{ءص}{ءس}$ = هـ^{س} + س هـ^{س} = هـ^{س} (١ + س)

بوضع $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠

∴ هـ^{س} = ٠ (مرفوض) أ، ١ + س = ٠

∴ س = −١



∴ للدالة قيمة صغرى محلية عند س = −١

---

١٣ (ب)

الحل

∵ متجه اتجاه المستقيم المعطى هو (١ ، −١ ، ١)

، متجه اتجاه العمودى على المستوى هو (٢ ، −١ ، ١)

∴ قياس الزاوية بين المستقيم والمستوى = ٩٠° − θ

حيث جتا θ = $\frac{|(١ ، −١ ، ١) . (٢ ، −١ ، ١)|}{\sqrt{١+١+١}\sqrt{٤+١+١}} = \frac{٤}{٣\sqrt{٢}}$

∴ θ = ١٩ َ٢٨ °١٩

∴ قياس الزاوية بين المستقيم والمستوى = ٣٢ َ٧٠°

---

١٤ (ب)

الحل

∵ $\vec{هـ}$ = (٣ ، −٥ ، ٢) متجه اتجاه المستقيم

، $\vec{ن}$ = (١ ، ٣ ، − ل) متجه اتجاه العمودى على المستوى

∴ $\vec{هـ} . \vec{ن}$ = صفر ∴ ٣ − ١٥ − ٢ ل = صفر

∴ ل = −٦

، ∵ النقطة (٢ ، ١ ، −٢) تقع على المستقيم

∴ النقطة (٢ ، ١ ، −٢) تقع على المستوى

س + ٣ ص + ٦ ع + م = ٠

∴ ٢ + ٣ − ١٢ + م = ٠ ∴ م = ٧

∴ (ل ، م) = (−٦ ، ٧)

---

١٥ (ب)

الحل

الحجم = π $\int_{١}^{٤} (\sqrt{س})^{٢}$ ءس

= π $\int_{١}^{٤}$ س ءس

= π $[\frac{١}{٢}$ س$^{٢}]_{١}^{٤}$ = π $[٨ - \frac{١}{٢}]$

= $\frac{١٥}{٢}$ π وحدة مكعبة

---

١٦ (جـ)

الحل

∵ مساحة سطح الكرة (م) = ٤ π نق^{٢}

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ٨ π نق $\frac{ءنق}{ءن}$ عند نق = ٣٠ سم

∴ ٦ = ٨ π × ٣٠ × $\frac{ءنق}{ءن}$ ∴ $\frac{ءنق}{ءن} = \frac{١}{٤٠ π}$ سم/ث

∵ حجم الكرة (ح) = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} ∴ $\frac{ءح}{ءن}$ = ٤ π نق^{٢} $\frac{ءنق}{ءن}$

∴ $\frac{ءح}{ءن}$ = ٤ π × (٣٠)^{٢} × $\frac{١}{٤٠ π}$ = ٩٠ سم^{٣}/ث.

---

١٧ (أ)

الحل

∵ ميل العمودى = $\frac{-٢ ص}{س}$ ∴ ميل المماس = $\frac{س}{٢ ص}$

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{س}{٢ ص}$ ∴ ٢ ص ءص = س ءس

∴ $\int$ ٢ ص ءص = $\int$ س ءس

∴ ص^{٢} = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ث ، (٠ ، ٣) على المنحنى

∴ ٩ = $\frac{١}{٢}$(٠)^{٢} + ث ∴ ث = ٩

∴ المعادلة : ص^{٢} = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٩ ∴ ٢ ص^{٢} = س^{٢} + ١٨

---

١٨ (أ)

الحل

∵ ح$_{ر+١}$ = $^{٧}ق_{ر}$ × $(\sqrt{٣})^{-ر}$ × $(\sqrt{٣})^{٧-ر}$

= $^{٧}ق_{ر}$ × $(\sqrt{٣})^{٧-٢ر}$ = $^{٧}ق_{ر}$ × ٣$^{٣\frac{١}{٢}-ر}$

∵ $٣\frac{١}{٢}$ − ر ∉ ط لكل ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، ٧

∴ عدد الحدود الصحيحة = صفر

١٩

ح$_{ر+١}$ = $^{٦}ق_{ر}$ × (س$^{-١}$)^{ر} × (س^{٤})$^{٦-ر}$

= $^{٦}ق_{ر}$ × س$^{٢٠-٦ر}$ (sic: ٢٤ − ٥ر as printed reads "٢٠ − ٦ ر")

بوضع : ٢٠ − ٦ ر = ٠ ∴ ر = ٥

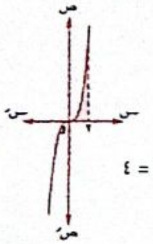
∴ ح$_{٦}$ هو الحد الخالى من س

، ∵ رتبة الحد الأوسط = $\frac{٦ + ٢}{٢}$ = ٤

∴ النسبة بين الحد الخالى من س ومعامل الحد الأوسط

= $\frac{ح_{٦}}{معامل ح_{٤}} = \frac{^{٦}ق_{٥}}{^{٦}ق_{٣}} = \frac{٦}{٢٠} = \frac{٣}{١٠}$

٢٠



المساحة = $\int_{٠}^{٢}$ ص ءس

= $\int_{٠}^{٢}$ س^{٣} ءس

= $[\frac{س^{٤}}{٤}]_{٠}^{٢}$ = $[\frac{(٢)^{٤}}{٤}]$ − [صفر] = ٤

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

إجابـات

الأسـئلة المقررة بامتحانات مصـر

(٢٠١٧ : ٢٠٢٤ دور أول وثان)

للحصول على كل الكتب والمذكرات
اضـغـط هـنـا
او ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

دور أول ٢٠١٧

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (جـ) **٢** (ب)

٣

$\because \text{ل} = \sqrt{٢} \text{ ، } \theta = \text{ظا}^{-١}\left(\frac{١}{١}\right) = \frac{\pi}{٤}$

$\therefore \text{ع} = \sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٤} + \text{ت جا}\frac{\pi}{٤}\right)$

$\therefore \text{ع}^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٦]{٢}\left(\text{جتا}\frac{\frac{\pi}{٤} + ٢\pi\text{ر}}{٣} + \text{ت جا}\frac{\frac{\pi}{٤} + ٢\pi\text{ر}}{٣}\right)$

حيث $\text{ر} = ٠ \text{ ، } ١ \text{ ، } -١$

عند $\text{ر} = ٠$

$\therefore \text{ع}_١ = \sqrt[٦]{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{١٢} + \text{ت جا}\frac{\pi}{١٢}\right) = \sqrt[٦]{٢}\,\text{هـ}^{\frac{\pi}{١٢}\text{ت}}$

، عند $\text{ر} = ١$

$\therefore \text{ع}_٢ = \sqrt[٦]{٢}\left(\text{جتا}\frac{٣\pi}{٤} + \text{ت جا}\frac{٣\pi}{٤}\right) = \sqrt[٦]{٢}\,\text{هـ}^{\frac{٣\pi}{٤}\text{ت}}$

، عند $\text{ر} = -١$

$\therefore \text{ع}_٣ = \sqrt[٦]{٢}\left(\text{جتا}\frac{-٧\pi}{١٢} + \text{ت جا}\frac{-٧\pi}{١٢}\right)$

$= \sqrt[٦]{٢}\,\text{هـ}^{\frac{-٧\pi}{١٢}\text{ت}}$

٤

$\because \text{ل} = \sqrt{(١)^٢ + (-\sqrt{٣})^٢} = ٢$

$\text{، } \theta = \text{ظا}^{-١}\frac{-\sqrt{٣}}{١} = -\frac{\pi}{٣}$

$\therefore \text{ع} = ٢\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{٣} + \text{ت جا}\frac{-\pi}{٣}\right)$

$\therefore \text{ع}^{\frac{٣}{٢}} = \left(\left[٢\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{٣} + \text{ت جا}\frac{-\pi}{٣}\right)\right]^٣\right)^{\frac{١}{٢}}$

$= \left(٨\left(\text{جتا} -\pi + \text{ت جا} -\pi\right)\right)^{\frac{١}{٢}}$

$= ٢\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{-\pi + ٢\pi\text{ر}}{٢}\right.$

$\left.+ \text{ت جا}\frac{-\pi + ٢\pi\text{ر}}{٢}\right)$

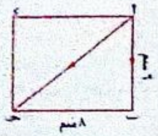
حيث $\text{ر} = ٠ \text{ ، } ١$

عند $\text{ر} = ٠ \therefore \text{ع}^{\frac{٣}{٢}} = ٢\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{٢} + \text{ت جا}\frac{-\pi}{٢}\right)$

عند $\text{ر} = ١ \therefore \text{ع}^{\frac{٣}{٢}} = ٢\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٢} + \text{ت جا}\frac{\pi}{٢}\right)$

٥ (جـ) **٦** (جـ) **٧** (د)

٨



(١) $\overrightarrow{\text{أب}} \cdot \overrightarrow{\text{أجـ}}$

$= \|\overrightarrow{\text{أب}}\|\,\|\overrightarrow{\text{أجـ}}\|\ \text{جتا}(\text{د ب أ جـ})$

$= ٦ \times ١٠ \times \frac{٦}{١٠} = ٣٦$

(٢) مركبة $\overrightarrow{\text{جـ د}}$ في اتجاه $\overrightarrow{\text{ب جـ}}$

$= \frac{\overrightarrow{\text{جـ د}} \cdot \overrightarrow{\text{ب جـ}}}{\|\overrightarrow{\text{ب جـ}}\|}$ = صفر (لأنهما متعامدان)

٩

$\because \text{جتا}^٢\theta_١ + \text{جتا}^٢\theta_٢ + \text{جتا}^٢\theta_٣ = ١$

$\text{، } \because \theta_١ = \theta_٢ = \theta_٣ = \theta$

$\therefore ٣\,\text{جتا}^٢\theta = ١ \qquad \therefore \text{جتا}^٢\theta = \frac{١}{٣}$

$\therefore \text{جتا}\,\theta = \pm\frac{١}{\sqrt{٣}}$

$\therefore \overrightarrow{\text{أ}} = ٢١\sqrt{٣}\left(\pm\frac{١}{\sqrt{٣}}\overrightarrow{\text{س}} \pm \frac{١}{\sqrt{٣}}\overrightarrow{\text{ص}}\right.$

$\left.\pm\frac{١}{\sqrt{٣}}\overrightarrow{\text{ع}}\right) = \pm ٢١\left(\overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{\text{ص}} + \overrightarrow{\text{ع}}\right)$

١٠ (ب) **١١** (جـ)

١٢

متجه الاتجاه العمودى على المستوى

$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ ٦ & -٢ & -١ \\ ١ & -٣ & ٣ \end{vmatrix} = (-٩ \text{ ، } -١٩ \text{ ، } -١٦)$

، $\because$ المستوى يحوى المستقيم

$\overrightarrow{\text{ر}} = (٠ \text{ ، } ٣ \text{ ، } -٥) + \text{ك}_١(٦ \text{ ، } -٢ \text{ ، } -١)$

$\therefore$ المستوى يحوى النقطة $(٠ \text{ ، } ٣ \text{ ، } -٥)$

$\therefore$ المعادلة المطلوبة هى :

$\overrightarrow{\text{ر}} \cdot (-٩ \text{ ، } -١٩ \text{ ، } -١٦) = (٠ \text{ ، } ٣ \text{ ، } -٥) \cdot (-٩ \text{ ، } -١٩ \text{ ، } -١٦)$

$\therefore -٩\text{س} - ١٩\text{ص} - ١٦\text{ع} - ٢٣ = ٠$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١٣

∵ المعادلة هي $\frac{\text{س}}{4}+\frac{\text{ص}}{6}+\frac{\text{ع}}{2}=1$

∴ النقط هي أ$(4, 0, 0)$ ، ب$(0, 6, 0)$

، حـ$(0, 0, 2)$

$\overline{\text{أب}}=\overline{\text{ب}}-\overline{\text{أ}}=(-4, 6, 0)$

، $\overline{\text{أحـ}}=\overline{\text{حـ}}-\overline{\text{أ}}=(-4, 0, 2)$

∴ $\overline{\text{أب}}\times\overline{\text{أحـ}}=\begin{vmatrix}\overline{\text{س}} & \overline{\text{ص}} & \overline{\text{ع}}\\ -4 & 6 & 0\\ -4 & 0 & 2\end{vmatrix}$

$=18\,\overline{\text{س}}+12\,\overline{\text{ص}}+24\,\overline{\text{ع}}$

∴ مساحة المثلث $=\frac{1}{2}\|\overline{\text{أب}}\times\overline{\text{أحـ}}\|$

$=\frac{1}{2}\sqrt{(18)^2+(12)^2+(24)^2}$

$=3\sqrt{29}$ وحدة مربعة.

١٤ (جـ)

١٥

∵ $\text{ح}_3={}^{\text{ن}}\text{ق}_2\times\text{س}^2=17$ (١)

، $2\,\text{ح}_2\times\text{ح}_4=544$

∴ $2\times{}^{\text{ن}}\text{ق}_1\,\text{س}\times{}^{\text{ن}}\text{ق}_3\times\text{س}^3=544$

∴ $2\,\text{ن}\times{}^{\text{ن}}\text{ق}_3\,\text{س}^4=544$ (٢)

يقسمة (٢) على مربع (١) ∴ $\frac{2\,\text{ن}\times{}^{\text{ن}}\text{ق}_3}{({}^{\text{ن}}\text{ق}_2)^2}=\frac{544}{(17)^2}$

∴ $\frac{2\,\text{ن}\times\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)\times(\underline{|2})^2}{\underline{|3}\times\text{ن}^2(\text{ن}-1)^2}=\frac{32}{17}$

$\frac{\text{ن}-2}{\text{ن}-1}=\frac{16}{17}$

∴ $17\,\text{ن}-34=16\,\text{ن}-16$ ∴ $\text{ن}=18$

وبالتعويض في (١) ∴ ${}^{18}\text{ق}_2\,\text{س}^2=17$

∴ $\text{س}^2=\frac{1}{9}$ ∴ $\text{س}=\pm\frac{1}{3}$

١٦ (ب)

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (أ) **٢** (ب) **٣** (د)

٤

$\text{د}(\text{س})=(2-\text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}}$

$\text{د}'(\text{س})=(2-\text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}}+\text{هـ}^{\text{س}}\times-1$

$=\text{هـ}^{\text{س}}(1-\text{س})$

، $\text{د}''(\text{س})=\text{هـ}^{\text{س}}(-1)+(1-\text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}}=-\text{س}\,\text{هـ}^{\text{س}}$

بوضع $\text{د}'(\text{س})=0$ ∴ $\text{هـ}^{\text{س}}(1-\text{س})=0$

∴ $1-\text{س}=0$ ∴ $\text{س}=1$

، ∵ $\text{د}''(1)=-\text{هـ}$ (سالبة)

∴ توجد قيمة عظمى محلية عند $\text{س}=1$

وقيمتها $=\text{د}(1)=\text{هـ}$

٥

∵ $\text{د}(\text{س})=3\,\text{س}^4-4\,\text{س}^3$

∴ $\text{د}'(\text{س})=12\,\text{س}^3-12\,\text{س}^2$

وبوضع $\text{د}'(\text{س})=0$ ∴ $12\,\text{س}^3-12\,\text{س}^2=0$

∴ $12\,\text{س}^2(\text{س}-1)=0$

∴ $\text{س}=0\in[-1, 2]$

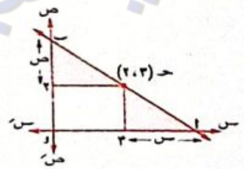
أ، $\text{س}=1\in[-1, 2]$

، ∵ $\text{د}(0)=$ صفر ، $\text{د}(1)=-1$

، $\text{د}(-1)=7$ ، $\text{د}(2)=16$

∴ القيمة العظمى المطلقة $=16$ ، والقيمة الصغرى المطلقة $=-1$

٦



من تشابه المثلثين : $\frac{\text{س}}{3}=\frac{2}{\text{ص}}$ ∴ $\text{ص}=\frac{6}{\text{س}}$

وبفرض م هي مساحة Δ أ و ب

∴ $\text{م}=\frac{1}{2}(\text{س}+3)(\text{ص}+2)$

$=\frac{1}{2}(\text{س}+3)(\frac{6}{\text{س}}+2)=6+\text{س}+9\,\text{س}^{-1}$

∴ $\text{م}'=1-9\,\text{س}^{-2}$ ∴ $\text{م}''=18\,\text{س}^{-3}$

بوضع $\text{م}'=0$ $1-\frac{9}{\text{س}^2}=0$

∴ $\text{س}^2=9$ منها $\text{س}=3$

$\text{م}''_{(\text{س}=3)}>0$ أي أقل ما يمكن

∴ أقل مساحة : $\text{م}_{(\text{س}=3)}=6+3+\frac{9}{3}=12$ وحدة مربعة.

٧ (أ)

٨

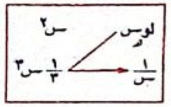
$\int\frac{\text{س}}{\text{س}+1}\,\text{ء س}=\int\frac{\text{س}+1-1}{\text{س}+1}\,\text{ء س}$

$=\int\left(1-\frac{1}{\text{س}+1}\right)\text{ء س}$

$=\text{س}-\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}+1|+\text{ث}$

٩

$\int\text{س}^2\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}\,\text{ء س}$



$=\frac{1}{3}\text{س}^3\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}$

$-\frac{1}{3}\int\text{س}^2\,\text{ء س}$

$=\frac{1}{3}\text{س}^3\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}-\frac{1}{9}\text{س}^3+\text{ث}$

١٠ (د) **١١** (جـ) **١٢** (أ)

١٣

∵ $\text{ص}=2\,\text{هـ}^{\text{س}}$ ∴ $\text{ص}'=2\,\text{هـ}^{\text{س}}$

، عند $\text{س}=-1$ ∴ $\text{ص}=2\,\text{هـ}^{-1}=\frac{2}{\text{هـ}}$

، $\text{ص}'=2\,\text{هـ}^{-1}=\frac{2}{\text{هـ}}$ ∴ ميل المماس $=\frac{2}{\text{هـ}}$

، ميل العمودي $=\frac{-\text{هـ}}{2}$

∴ معادلة العمودي هي $\left(\text{ص}-\frac{2}{\text{هـ}}\right)=\frac{-\text{هـ}}{2}(\text{س}+1)$

اى ان : $\text{ص}=\frac{-\text{هـ}}{2}\text{س}-\frac{\text{هـ}}{2}+\frac{2}{\text{هـ}}$

١٤ (أ) **١٥** (جـ)

١٦

∵ $\text{س}\times\text{ص}=\frac{\text{ع}+1}{\text{ع}-1}\times\frac{\text{ع}-1}{\text{ع}+1}=1$

∴ $\text{ص}=\frac{1}{\text{س}}=\text{س}^{-1}$ ∴ $\text{ص}'=-\text{س}^{-2}$

∴ $\text{ص}''=2\,\text{س}^{-3}$

، عند $\text{ع}=0$ ∴ $\text{س}=-1$

∴ $\text{ص}''=2(-1)^{-3}=-2$

١٧

∴ $\text{م}=\pi\,\text{نق}^2$ ∴ $\frac{\text{ء م}}{\text{ء ن}}=2\,\pi\,\text{نق}\,\frac{\text{ء نق}}{\text{ء ن}}$

بعد ٥ ثوان : $\text{نق}=4\times5=20$ سم

∴ $\frac{\text{ء م}}{\text{ء ن}}=2\,\pi\times20\times4=160\,\pi$ سم^2/ث

دور ثان ٢٠١٧

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (جـ)

٢

∵ المستوى المطلوب يوازى المستوى

$2\,\text{س}+\text{ص}-4\,\text{ع}=0$

∴ المستوى المطلوب على الصورة

$2\,\text{س}+\text{ص}-4\,\text{ع}+\text{ك}=0$

∵ المستوى يبعد مسافة $\sqrt{21}$ وحدة طول من النقطة $(1, 2, 0)$

∴ $\sqrt{21}=\frac{|2(1)+(2)-4(0)+\text{ك}|}{\sqrt{2^2+1^2+(-4)^2}}$

∴ $|\text{ك}+4|=\sqrt{21}\times\sqrt{21}=21$

∴ $\text{ك}+4=21$ ومنها $\text{ك}=17$

∴ المعادلة : $2\,\text{س}+\text{ص}-4\,\text{ع}+17=0$

أ، $\text{ك}+4=-21$ ومنها $\text{ك}=-25$

∴ المعادلة : $2\,\text{س}+\text{ص}-4\,\text{ع}-25=0$

٣ (ب) **٤** (ب)

٥

∵ $\text{ع}^3=-8\,\text{ت}=8\,\text{هـ}^{\frac{-\pi}{2}\text{ت}}$

∴ $\text{ع}=(8)^{\frac{1}{3}}\,\text{هـ}^{\frac{-\frac{\pi}{2}+2\pi\text{ك}}{3}\text{ت}}$

حيث $\text{ك}=0, 1, -1$

الجذر الأول $=2\,\text{هـ}^{\frac{-\pi}{6}\text{ت}}=2\left(\text{جتا}\frac{-\pi}{6}+\text{ت}\,\text{جا}\frac{-\pi}{6}\right)$

الجذر الثانى $=2\,\text{هـ}^{\frac{\pi}{2}\text{ت}}=2\left(\text{جتا}\frac{\pi}{2}+\text{ت}\,\text{جا}\frac{\pi}{2}\right)$

الجذر الثالث $=2\,\text{هـ}^{\frac{-5\pi}{6}\text{ت}}$

$=2\left(\text{جتا}\frac{-5\pi}{6}+\text{ت}\,\text{جا}\frac{-5\pi}{6}\right)$

٦

∵ $\text{ع}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\text{ت})=1\left(\text{جتا}\frac{\pi}{4}+\text{ت}\,\text{جا}\frac{\pi}{4}\right)$

$\text{ع}^{\frac{1}{2}}=1\left(\text{جتا}\frac{\frac{\pi}{4}+2\pi\text{ك}}{2}+\text{ت}\,\text{جا}\frac{\frac{\pi}{4}+2\pi\text{ك}}{2}\right)$

حيث $\text{ك}=0, -1$

الجذر الأول $=\text{جتا}\frac{\pi}{8}+\text{ت}\,\text{جا}\frac{\pi}{8}$

الجذر الثانى $=\text{جتا}\left(\frac{-7}{8}\pi\right)+\text{ت}\,\text{جا}\left(-\frac{7}{8}\pi\right)$

٧ (أ) **٨** (د)

ابحث في تليجرام كل الكتب والملخصات @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$ح_{٧} = {}^{١١}ق_{٧} \left(\frac{٢}{س}\right)^{٧} (س^٢)^{١١-٧}$

$= ({}^{١١}ق_{٧} \times ٢^{٧}) س^{٢٢-٢٧-٧}$

بجعل ٢٢ – ٤ ر = ٠

∴ $ر = \frac{٢٢}{٤} = ٥.٥ \notin ط$

∴ لا يوجد حد خالي في المفكوك.

١٠

مساحة متوازي الأضلاع = ‖أ × ب‖

$\vec{أ} \times \vec{ب} = \begin{vmatrix} س & ص & ع \\ ٢ & ٦ & ٣ \\ ٦- & ٢- & ٤- \end{vmatrix}$

= –١٨ س – ٦ ص + ٣٠ ع

‖أ × ب‖ = $\sqrt{١٢٦٠} = ٦\sqrt{٣٥}$ وحدة مساحة.

١١ (ب) **١٢** (ب)

١٣ (د)

١٤

∵ ل // ل

$\vec{ه_٢} = ك \vec{ه_١}$

(٢ ، ٣ ، أ) = ك (ب ، ٦ ، ٢)

∴ $\frac{٢}{ب} = \frac{٣}{٦} = \frac{أ}{٢}$

∴ ب = ٤ ، أ = ١

١٥

∵ $\vec{ه_١}$ = (٤ ، –٢ ، ٢) ، $\vec{ه_٢}$ = (–٦ ، ٢١ ، ٣٣)

∴ $\vec{ه_١} \cdot \vec{ه_٢}$ = (٤ ، –٢ ، ٢) · (–٦ ، ٢١ ، ٣٣)

= –٢٤ – ٤٢ + ٦٦ = صفر

∴ $\vec{ه_١} \perp \vec{ه_٢}$

∴ المستقيمان متعامدان.

١٦ (أ)

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١

بفرض أن المثلث المرسوم

داخل الدائرة أ ب حـ

ب حـ = ٢ ص سم

، ع (الارتفاع) = س سم

حيث س ، ٢ ص ∈]٠ ، ٢٤[

∴ مساحة سطح المثلث م = $\frac{١}{٢}$ (٢ ص) × س = س ص

من هندسة المثلث م ب ء : ص = $\sqrt{١٤٤ - (س - ١٢)^٢}$

∴ ص = $\sqrt{٢٤ س - س^٢}$ ∴ م = س $\sqrt{٢٤ س - س^٢}$

$م' = \sqrt{٢٤ س - س^٢} + س \times \frac{٢٤ - ٢ س}{٢\sqrt{٢٤ س - س^٢}}$

$= \frac{٢٤ س - س^٢ + ١٢ س - س^٢}{\sqrt{٢٤ س - س^٢}} = \frac{٣٦ س - ٢ س^٢}{\sqrt{٢٤ س - س^٢}}$

بوضع : م' = ٠

∴ س = ٠ (مرفوض)

أ، س = ١٨

∵ إشارة م' تتغير على جانبي س = ١٨

∴ مساحة المثلث تكون أكبر ما يمكن

∴ أكبر مساحة هي $[م]_{س = ١٨} = ١٠٨\sqrt{٣}$ سم²

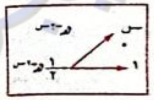
٢ (جـ)

٣

$\int \frac{س}{٣ س^٢ + ١} ء س = \frac{١}{٦} \int \frac{٦ س}{٣ س^٢ + ١} ء س$

$= \frac{١}{٦}$ لوهـ |٣ س² + ١| + ث

٤



$\int \frac{س}{هـ^{٢ س}} ء س$

$= \int س \cdot هـ^{-٢ س} ء س$

$= \frac{-١}{٢} س هـ^{-٢ س} - \int \frac{-١}{٢} هـ^{-٢ س} ء س$

$= \frac{-١}{٢} س هـ^{-٢ س} + \frac{١}{٢} \left(\frac{-١}{٢} هـ^{-٢ س}\right) + ث$

$= \frac{-١}{٢} س هـ^{-٢ س} - \frac{١}{٤} هـ^{-٢ س} + ث$

٥ (د) **٦** (أ)

٧

ص = س جا س

$\frac{ءص}{ءس}$ = س جتا س + جا س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = – س جا س + جتا س + جتا س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = – ص + ٢ جتا س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\frac{ء^٢ص}{ءس^٢} = - \frac{ءص}{ءس} - ٢$ جا س (بالضرب × س)

$\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ س = – س $\frac{ءص}{ءس}$ – ٢ س جا س

$= - س \frac{ءص}{ءس} - ٢$ ص

∴ س $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ + س $\frac{ءص}{ءس}$ + ٢ ص = ٠ (وهو المطلوب)

٨

بفرض أن طول المستطيل وعرضه بعد مرور زمن (ن) ث

الطول = ٢٤ – ٢ ن ، العرض = ١٠ + ١.٥ ن

∴ المساحة = (٢٤ – ٢ ن) (١٠ + ١.٥ ن)

∴ م = ٢٤٠ + ١٦ ن – ٣ ن²

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ١٦ – ٦ ن

∴ بعد ٤ ث : $\frac{ءم}{ءن}$ = ١٦ – ٦ × ٤ = –٨ سم²/ث

، تتوقف المساحة عن الزيادة عندما $\frac{ءم}{ءن}$ = ٠

∴ ن = $\frac{١٦}{٦} = \frac{٨}{٣}$ ث

٩ (د) **١٠** (جـ)

١١

∵ ص = (س³ + ٥)^س بأخذ لوغاريتم كل من الطرفين

∴ لوهـ ص = س لوهـ (س³ + ٥)

$\frac{١}{ص} \frac{ءص}{ءس}$ = لوهـ (س³ + ٥) + س × $\frac{٣ س^٢}{س^٣ + ٥}$

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = (س³ + ٥)^س [لوهـ (س³ + ٥) + $\frac{٣ س^٣}{س^٣ + ٥}$]

١٢ (ب) **١٣** (ب) **١٤** (أ)

١٥

د (س) = س³ – ٣ س² – ٩ س

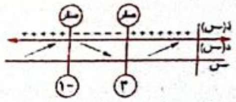
د' (س) = ٣ س² – ٦ س – ٩

نفرض أن : د' (س) = ٠

∴ ٣ س² – ٦ س – ٩ = ٠

٣ (س – ٣) (س + ١) = ٠

∴ س = ٣ ، س = –١



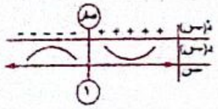
قيمة صغرى محلية عند (س = ٣) = –٢٧

قيمة عظمى محلية عند (س = –١) = ٥

د" (س) = ٦ س – ٦

نفرض أن : د" (س) = ٠

∴ ٦ س – ٦ = ٠ ∴ س = ١



∴ توجد نقطة انقلاب عند (س = ١) هي (١ ، –١١)

١٦

د (س) = ١٠ س هـ^{–س}

د' (س) = –١٠ س هـ^{–س} + ١٠ هـ^{–س}

= ١٠ هـ^{–س} (١ – س)

بفرض أن : د' (س) = ٠ ∴ س = ١

س	صفر	١	٤
د (س)	صفر	$\frac{١٠}{هـ}$	$\frac{٤٠}{هـ^٤}$

* القيمة العظمى المطلقة = $\frac{١٠}{هـ}$ = ٣.٦٨
* القيمة الصغرى المطلقة = صفر

دور أول ٢٠١٨

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (ب) **٢** (د)

٣

$ع = \frac{٨ (\sqrt{٣} + ت)}{\sqrt{٣} - ت} \times \frac{\sqrt{٣} + ت}{\sqrt{٣} + ت}$

$= \frac{٨ (٢ + ٢\sqrt{٣} ت)}{٤} = ٤ + ٤\sqrt{٣} ت$

، ل = $\sqrt{(٤)^٢ + (٤\sqrt{٣})^٢} = ٨$ ، $\theta = \frac{\pi}{٣}$

∴ ع = ٨ (جتا $\frac{\pi}{٣}$ + ت جا $\frac{\pi}{٣}$) = ٨ هـ^{$\frac{\pi}{٣}$ ت}

الجذور التكعيبية للعدد $\sqrt[٣]{ع}$ = ٢ هـ^{$\frac{\frac{\pi}{٣} + ٢ \pi ر}{٣}$ ت}

حيث : ر = ٠ ، ١ ، –١

عند ر = ٠ ∴ ع = ٢ هـ^{$\frac{\pi}{٩}$ ت}

عند ر = ١ ∴ ع = ٢ هـ^{$\frac{٧\pi}{٩}$ ت}

عند ر = –١ ∴ ع = ٢ هـ^{$\frac{-٥\pi}{٩}$ ت}

٤

(س + ت ص) (١ – ٣ ت)

$= ٣٧ \left(\frac{١}{٣ - ٤ \omega^٢} + \frac{١}{٧ + ٤ \omega^٢}\right)$

$= ٣٧ \left(\frac{٧ + ٤ \omega^٢ + ٣ - ٤ \omega^٢}{(٣ - ٤ \omega^٢)(٧ + ٤ \omega^٢)}\right)$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$= 37\left(\frac{10}{21 + 12\omega^2 - 28\omega^2 - 16\omega^4}\right)$

$= \frac{37 \times 10}{(21 - 16\omega - 16\omega^2)} = \frac{370}{21 + 16} = 10$

∴ $\text{س} + \text{ت ص} = \frac{10}{1 - 3\text{ت}} \times \frac{1 + 3\text{ت}}{1 + 3\text{ت}}$

$= \frac{10(1 + 3\text{ت})}{1 + 9} = 1 + 3\text{ت}$

∴ س = ١ ، ص = ٣

---

٥ (ب)

٦

① $\overrightarrow{\text{ب أ}} = \overrightarrow{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ب}} = (-1 ، -2 ، -3)$

، $\overrightarrow{\text{أ ح}} = \overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{ب ح}}$

$= (1 ، 2 ، 3) + (-1 ، 4 ، 0)$

$= (0 ، 6 ، 3)$

$\text{جتا}(\angle \text{أ ب ح}) = \frac{\overrightarrow{\text{ب أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب ح}}}{\|\overrightarrow{\text{ب أ}}\| \, \|\overrightarrow{\text{ب ح}}\|}$

$= \frac{(-1 ، -2 ، -3) \cdot (-1 ، 4 ، 0)}{\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (-3)^2}\sqrt{(-1)^2 + (4)^2 + (0)^2}}$

$= \frac{-7}{\sqrt{14}\sqrt{17}}$

∴ $\text{ق}(\angle \text{أ ب ح}) \approx 116^\circ \, 59' \approx 117^\circ$

② المركبة الاتجاهية للمتجه $\overrightarrow{\text{أ ح}}$ فى اتجاه $\overrightarrow{\text{أ ب}}$

$= \left(\frac{\overrightarrow{\text{أ ح}} \cdot \overrightarrow{\text{أ ب}}}{\|\overrightarrow{\text{أ ب}}\|^2}\right) \overrightarrow{\text{أ ب}}$

$= \left[\frac{(0 ، 6 ، 3) \cdot (1 ، 2 ، 3)}{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2}\right] (1 ، 2 ، 3)$

$= \frac{21}{14}(1 ، 2 ، 3) = \left(\frac{3}{2} ، 3 ، \frac{9}{2}\right)$

٧

① ∵ $(\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{ح}}) = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

$= 7 - 4(-11) + 2(-1) = 49$

∴ حجم متوازى السطوح = |٤٩|

= ٤٩ وحدة حجم.

② $\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ 1 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

$= -7\overrightarrow{\text{ص}} + 14\overrightarrow{\text{ع}}$

∴ $\|\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}\| = \sqrt{(-7)^2 + (14)^2} = 7\sqrt{5}$

∵ مساحة القاعدة المحددة بالمتجهين

$\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = $7\sqrt{5}$ وحدة مساحة.

∴ الارتفاع = $\frac{\text{الحجم}}{\text{مساحة القاعدة}}$

$= \frac{49}{7\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$

≃ ٣,١٣ وحدة طول.

---

٨ (ب) **٩** (أ) **١٠** (ب)

---

١١ (د) **١٢** (جـ)

١٣

$\text{ح}_{\text{ر}+1} = {}^{12}\text{ق}_{\text{ر}} \left(-\frac{1}{\text{س}^2}\right)^{\text{ر}} (\text{س}^2)^{12 - \text{ر}}$

$= {}^{12}\text{ق}_{\text{ر}} \times (-1)^{\text{ر}} \times \text{س}^{24 - 4\text{ر}}$

بوضع ٢٤ − ٤ ر = ٤ ∴ ر = ٥

∴ الحد المشتمل على $\text{س}^4 = \text{ح}_6$

$= {}^{12}\text{ق}_5 (-1)^5 \times \text{س}^4$

$= -792 \, \text{س}^4$

، ∵ الحد الأوسط هو $\text{ح}_7 = {}^{12}\text{ق}_6 \left(\frac{-1}{\text{س}^2}\right)^6 \times (\text{س}^2)^6$

$= 924$

∴ $\frac{\text{معامل ح}_6}{\text{الحد الأوسط}} = \frac{-792}{924} = \frac{-6}{7}$

حل آخر :

$\frac{\text{معامل ح}_6}{\text{ح}_7} = \frac{6}{12 - 6 + 1} \times \frac{1}{-1} = \frac{-6}{7}$

١٤

$\overrightarrow{\text{ن}} \cdot \overrightarrow{\text{ر}} = \overrightarrow{\text{ن}} \cdot \overrightarrow{\text{أ}}$

$(4 ، 10 ، -7) \cdot \overrightarrow{\text{ر}} = (4 ، 10 ، -7) \cdot (2 ، -1 ، 0)$

$(4 ، 10 ، -7) \cdot \overrightarrow{\text{ر}} = -2$ (الصورة المتجهة)

$4(\text{س} - 2) + 10(\text{ص} + 1) - 7\text{ع} = 0$

(الصورة القياسية)

، $4\text{س} + 10\text{ص} - 7\text{ع} + 2 = 0$ (الصورة العامة)

---

١٥ (ب)

١٦

∵ المستقيم يصنع زوايا متساوية مع الاتجاهات الموجبة لمحاور الإحداثيات.

∴ $\text{جتا}^2\theta_{\text{س}} + \text{جتا}^2\theta_{\text{ص}} + \text{جتا}^2\theta_{\text{ع}} = 1$

∴ $\text{جتا}\,\theta_{\text{س}} = \text{جتا}\,\theta_{\text{ص}} = \text{جتا}\,\theta_{\text{ع}} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ متجه اتجاه المستقيم = $\left(\frac{1}{\sqrt{3}} ، \frac{1}{\sqrt{3}} ، \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

أى أن متجه اتجاه المستقيم = (١ ، ١ ، ١)

∴ المعادلة المتجهة :

$\overrightarrow{\text{ر}} = (2 ، 2 ، -1) + \text{ك}(1 ، 1 ، 1)$

، المعادلة البارامترية :

س = ٢ + ك ، ص = ٢ + ك ، ع = −١ + ك

، المعادلة الإحداثية : س − ٢ = ص − ٢ = ع + ١

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (ب) **٢** (جـ)

٣

$\int \text{س}^3 (\text{س}^2 + 1)^6 \, \text{ء س}$

بوضع $\text{ع} = \text{س}^2 + 1$

∴ ء ع = ٢ س ء س ∴ س ء س = $\frac{1}{2}$ ء ع

∴ $\int \text{س}^3 (\text{س}^2 + 1)^6 \, \text{ء س}$

$= \int \text{س}^2 . \text{س} (\text{س}^2 + 1)^6 \, \text{ء س}$

$= \int (\text{ع} - 1)\text{ع}^6 \times \frac{1}{2} \, \text{ء ع}$

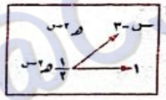
$= \int \left(\frac{1}{2}\text{ع}^7 - \frac{1}{2}\text{ع}^6\right) \text{ء ع}$

$= \frac{1}{16}\text{ع}^8 - \frac{1}{14}\text{ع}^7 + \text{ث}$

$= \frac{1}{16}(\text{س}^2 + 1)^8 - \frac{1}{14}(\text{س}^2 + 1)^7 + \text{ث}$

٤

$\int (\text{س} - 3)\text{هـ}^{2\text{س}} \, \text{ء س}$



$= \frac{1}{2}(\text{س} - 3) \times \text{هـ}^{2\text{س}}$

$- \int \frac{1}{2}\text{هـ}^{2\text{س}} \, \text{ء س}$

$= \frac{1}{2}(\text{س} - 3)\text{هـ}^{2\text{س}} - \frac{1}{4}\text{هـ}^{2\text{س}} + \text{ث}$

---

٥ (أ) **٦** (ب)

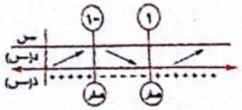
٧

$\text{د}(\text{س}) = \text{س}^3 - 3\text{س} - 2$

∴ $\text{د}'(\text{س}) = 3\text{س}^2 - 3$ ∴ $\text{د}''(\text{س}) = 6\text{س}$

، بوضع $\text{د}'(\text{س}) = 0$ ∴ $3\text{س}^2 - 3 = 0$

∴ س = ١ ، −١



∴ للدالة قيمة عظمى محلية عند س = −١

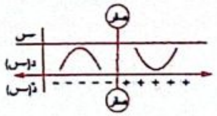
، د (−١) = صفر

، للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ١

، د (١) = −٤

، بوضع $\text{د}''(\text{س}) = 0$

∴ ٦ س = ٠ ∴ س = ٠



، د (٠) = −٢

يوجد نقطة انقلاب عند (٠ ، −٢)

٨

$\text{د}(\text{س}) = \text{س}(\text{س}^2 - 12) = \text{س}^3 - 12\text{س}$

∴ $\text{د}'(\text{س}) = 3\text{س}^2 - 12$

، $\text{د}'(\text{س}) = 0$

عند س = ٢ ∈ [−١ ، ٤]

أ ، س = −٢ ∉ [−١ ، ٤]

، ∵ د (−١) = ١١ ، د (٢) = −١٦ ، د (٤) = ١٦

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقة = ١٦ وتبلغها عند س = ٤

ولها قيمة صغرى مطلقة = −١٦ وتبلغها عند س = ٢

---

٩ (أ) **١٠** (ب)

١١

$\text{س} = \text{قا}\,\theta$ ∴ $\frac{\text{ء س}}{\text{ء}\theta} = \text{قا}\,\theta \, \text{ظا}\,\theta$

، $\text{ص} = \text{ظا}\,\theta$ ∴ $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء}\theta} = \text{قا}^2\,\theta$

∴ $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \frac{\text{قا}^2\,\theta}{\text{قا}\,\theta \, \text{ظا}\,\theta} = \text{قتا}\,\theta$

∴ $\left(\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}\right)_{\theta = \frac{\pi}{6}} = 2$

∴ ميل المماس = ٢ ، ميل العمودى = $\frac{-1}{2}$

، عند $\theta = \frac{\pi}{6}$ فإن : س = $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ، ص = $\frac{\sqrt{3}}{3}$

∴ النقطة $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} ، \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

$\therefore$ معادلة المماس : $\dfrac{ص - \frac{\sqrt{٣}}{٢}}{س - \frac{٢\sqrt{٣}}{٣}} = ٢$

أى أن : $٢ س - ص - \sqrt{٣} = ٠$

، معادلة العمودى : $\dfrac{ص - \frac{\sqrt{٣}}{٢}}{س - \frac{٢\sqrt{٣}}{٣}} = \dfrac{-١}{٢}$

أى أن : $٣ س + ٦ ص - ٤ \sqrt{٣} = ٠$

١٣

$جا ص + جتا ٢ س = ٠$

(بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore جتا ص \dfrac{ءص}{ءس} - ٢ جا ٢ س = ٠$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore جتا ص \dfrac{ء^٢ص}{ءس^٢} + \dfrac{ءص}{ءس} \times - جا ص \times \dfrac{ءص}{ءس} - ٤ جتا ٢ س = ٠$

(بالقسمة على جتا ص)

$\therefore \dfrac{ء^٢ص}{ءس^٢} - \left(\dfrac{ءص}{ءس}\right)^٢ ظا ص = ٤ جتا ٢ س قا ص$

---

١٣ (ب)   **١٤** (ب)

١٥

$ص = أ س^ب$ بالاشتقاق بالنسبة إلى ن

$\therefore \dfrac{ءص}{ءن} = أ ب س^{ب-١} \dfrac{ءس}{ءن}$

، بالضرب $\times \dfrac{١}{ص}$

$\therefore \dfrac{١}{ص} \dfrac{ءص}{ءن} = \dfrac{١}{ص} \times \dfrac{أ ب س^ب}{س} \times \dfrac{ءس}{ءن}$

$\therefore \dfrac{١}{ص} \dfrac{ءص}{ءن} = \dfrac{١}{ص} \times \dfrac{ب}{س} \times ص \times \dfrac{ءس}{ءن}$

$\therefore \dfrac{١}{ص} \dfrac{ءص}{ءن} = \dfrac{ب}{س} \dfrac{ءس}{ءن}$

حل آخر :

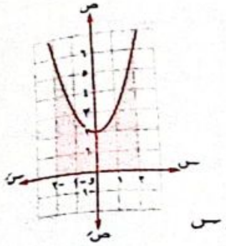
بأخذ اللوغاريتم الطبيعى للطرفين

$لو_هـ ص = لو_هـ أ + ب لو_هـ س$

باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى ن

$\therefore \dfrac{١}{ص} \dfrac{ءص}{ءن} = \dfrac{ب}{س} \dfrac{ءس}{ءن}$

١٦



الحجم $= \pi \int_{-٢}^{٢} ص^٢ ءس$

$= \pi \int_{-٢}^{٢} (س^٢ + ٢)^٢ ءس$

$= \pi \int_{-٢}^{٢} (س^٤ + ٤ س^٢ + ٤) ءس$

$= \pi \left[\dfrac{١}{٥} س^٥ + \dfrac{٤}{٣} س^٣ + ٤ س\right]_{-٢}^{٢}$

$= \dfrac{٧٥٢}{١٥} \pi$ وحدة حجوم

---

١٧ (د)

١٨

نفرض أن طول نصف قطر دائرة القطاع = نق

، طول القوس = ل

$\therefore$ مساحة القطاع $= \dfrac{١}{٢}$ ل نق $= ٤$ $\therefore ل = \dfrac{٨}{نق}$

بفرض أن محيط القطاع (ح)

$\therefore ح = ٢ نق + ل = ٢ نق + \dfrac{٨}{نق} = ٢ نق + ٨ نق^{-١}$

$\therefore ح' = ٢ - ٨ نق^{-٢}$ ، $ح'' = ١٦ نق^{-٣}$

بوضع ح' = صفر $\therefore$ نق = ± ٢ (السالب مرفوض)

، $\because ح''(٢) = ٢$ $\therefore$ ح لها قيمة صغرى عند نق = ٢

، $ل = \dfrac{٨}{نق} = \dfrac{٨}{٢} = ٤$

، $\theta^د = \dfrac{ل}{نق} = \dfrac{٤}{٢} = ٢^د$

دور ثان ٢٠١٨

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (جـ)   **٢** (أ)   **٣** (د)

---

٤ (جـ)   **٥** (د)

٦

$\because ح_٤ = ٧$ $\therefore {}^٨ق_٣ (س)^٣ = ٧$

$\therefore س^٣ = \dfrac{١}{٨}$ $\therefore س = \dfrac{١}{٢}$

الحد الأوسط فى المفكوك هو $ح_٥$

$\therefore \dfrac{ح_٥}{ح_٤} = \dfrac{٨ - ٥ + ١}{٥} \times \dfrac{س}{١} = \dfrac{٤}{٥} \times \dfrac{١}{٢} = \dfrac{٢}{٥}$

٧

متجه الاتجاه المستقيم = (٢ ، ٤ ، ٣)

$\vec{ر} = (-٢ ، ٣ ، ٥) + ك (٢ ، ٤ ، ٣)$ المعادلة المتجهة

$س = -٢ + ٢ ك$ ، $ص = ٣ + ٤ ك$

$ع = ٥ + ٣ ك$ المعادلة البارامترية

$\dfrac{س + ٢}{٢} = \dfrac{ص - ٣}{٤} = \dfrac{ع - ٥}{٣}$ المعادلة الإحداثية

---

٨ (أ)

٩

$\vec{ن} . \vec{ر} = \vec{ن} . \vec{أ}$

$(٢ ، -٣ ، ٤) . \vec{ر} = (٢ ، -٣ ، ٤) . (١ ، -١ ، ٤)$

$(٢ ، -٣ ، ٤) . \vec{ر} = ٢١$ (الصورة المتجهة)

، $٢ (س - ١) - ٣ (ص + ١) + ٤ (ع - ٤) = ٠$

(الصورة القياسية)

$٢ س - ٣ ص + ٤ ع - ٢١ = ٠$ (الصورة العامة)

---

١٠ (ب)   **١١** (د)

١٢

$ع = \dfrac{١٦}{١ - \sqrt{٣} ت} \times \dfrac{١ + \sqrt{٣} ت}{١ + \sqrt{٣} ت} = ٤ + ٤ \sqrt{٣} ت$

$\therefore ل = \sqrt{(٤)^٢ + (٤\sqrt{٣})^٢} = ٨$

$\therefore س > ٠$ ، $ص > ٠$

$\therefore \theta$ تقع فى الربع الأول $\therefore \theta = ٦٠^\circ = \dfrac{\pi}{٣}$

$\therefore ع = ٨ \left[جتا \dfrac{\pi}{٣} + ت جا \dfrac{\pi}{٣}\right] = ٨ هـ^{\frac{\pi}{٣}}$

$\sqrt[٣]{ع} = ٢ هـ^{\frac{\frac{\pi}{٣} + ٢ \pi ر}{٣}}$

حيث : ر = ٠ ، ١ ، -١

عند ر = صفر

الجذر التكعيبى الأول $= ٢ هـ^{\frac{\pi}{٩} ت}$

عند ر = ١

الجذر التكعيبى الثانى $= ٢ هـ^{\frac{٧\pi}{٩}}$

عند ر = -١

الجذر التكعيبى الثالث $= ٢ هـ^{\frac{-٥\pi}{٩} ت}$

١٣

$\dfrac{١ + ١٠ (\omega + \omega^٢)}{١ - ٣ (\omega + \omega^٢)} = (ك ت)^٢$

$\dfrac{١ - ١٠}{١ + ٣} = ك^٢ ت^{-٢}$

$\dfrac{-٩}{٤} = - ك^٢$ $\therefore ك^٢ = \dfrac{٩}{٤}$

$\therefore ك = \pm \dfrac{٣}{٢}$

---

١٤ (د)

١٥

(١) $\overrightarrow{أب} = \vec{ب} - \vec{أ} = (٢ ، ٣ ، ١)$

، $\overrightarrow{أحـ} = \vec{حـ} - \vec{أ} = (م - ١ ، -١ ، ٣ - ١٠ م)$

$\therefore$ أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

$\therefore \overrightarrow{أحـ} = ك \overrightarrow{أب}$

$(م - ١ ، -١ ، ٣ - ١٠ م) = ك (٢ ، ٣ ، ١)$

$\therefore -١ = ٣ ك$ $\therefore ك = \dfrac{-١}{٣}$

$\therefore م - ١ = ٢ ك = \dfrac{-٢}{٣}$ $\therefore م = \dfrac{١}{٣}$

(٢) $\overrightarrow{أب} . \overrightarrow{أحـ}$

$= (٢ ، ٣ ، ١) . (م - ١ ، -١ ، ٣ - ١٠ م) = ٠$

$٢ م - ٢ + (-٣) + ٣ - ١٠ م = ٠$

$\therefore -٨ م = ٢$ $\therefore م = -\dfrac{١}{٤}$

١٦

(١) $\overrightarrow{أب} = \vec{ب} - \vec{أ} = (٢ ، ٢ ، ٣)$

$\overrightarrow{بحـ} = \vec{حـ} - \vec{ب} = (-٢ ، ٢ ، ٠)$

$\overrightarrow{ءحـ} = \vec{حـ} - \vec{ء} = (٢ ، ٢ ، ٣)$

$\overrightarrow{أء} = \vec{ء} - \vec{أ} = (-٢ ، ٢ ، ٠)$

$\therefore \overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ءحـ}$ ، $\overrightarrow{بحـ} = \overrightarrow{أء}$

$\therefore$ أ ب حـ ء متوازى أضلاع

$\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أء} = \begin{vmatrix} \vec{س} & \vec{ص} & \vec{ع} \\ ٢ & ٢ & ٣ \\ -٢ & ٢ & ٠ \end{vmatrix}$

$= -٦ \vec{س} - ٦ \vec{ص} + ١٠ \vec{ع}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ مساحة متوازى الأضلاع = ‖ $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أ ء}$ ‖

$= \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2 + (10)^2}$

$= 2\sqrt{43}$ وحدة مساحة

(٢) متجه الوحدة العمودى على مستوى المتوازى الأضلاع

$= \frac{\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أء}}{\| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أء} \|} = \left(\frac{-6}{2\sqrt{43}} ، \frac{-6}{2\sqrt{43}} ، \frac{10}{2\sqrt{43}}\right)$

$= \left(\frac{-3}{\sqrt{43}} ، \frac{-3}{\sqrt{43}} ، \frac{5}{\sqrt{43}}\right)$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

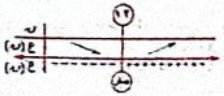
(١) د

(٢)

(أ) ع(ن) = ٢٠ $\left[\frac{ن}{12} - لو_ه \left(\frac{ن}{12}\right)\right] + 20$

∴ عَ(ن) = ٢٠ $\left[\frac{1}{12} - \frac{12}{ن} \times \frac{1}{12}\right]$

= ٢٠ $\left[\frac{ن - 12}{12 ن}\right]$



∵ عَ(ن) = صفر

عندما ن = ١٢ يوم

∴ عدد البكتريا يكون أقل ما يمكن بعد ١٢ يوم.

(ب) أقل عدد من البكتريا

= ٢٠ $\left[\frac{12}{12} - لو_ه \left(\frac{12}{12}\right)\right] + 20 = 50$ لكل سم^3

(٣) جـ (٤) ب

(٥)

∫ س(س + ٢)^6 ءس

بوضع ع = س + ٢ ∴ س = ع − ٢

∴ ءس = ءع

∴ ∫ س(س + ٢)^6 ءس = ∫ (ع − ٢) ع^6 ءع

= ∫ (ع^7 − ٢ ع^6) ءع = $\frac{1}{8}$ ع^8 − $\frac{2}{7}$ ع^7 + ث

= $\frac{1}{8}$ (س + ٢)^8 − $\frac{2}{7}$ (س + ٢)^7 + ث

(٦)

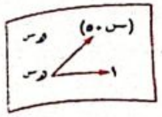
∫ (س + ٥) ه^س ءس

= (س + ٥) ه^س

− ∫ ه^س ءس

= (س + ٥) ه^س − ه^س + ث

= س ه^س + ٤ ه^س + ث



(٧) د (٨) ب

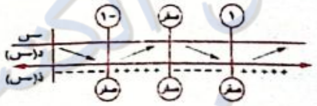
(٩)

د(س) = س^4 − ٢ س^2

∴ دَ(س) = ٤ س^3 − ٤ س

، دَ(س) = ٠ عندما ٤ س (س^2 − ١) = ٠

∴ س = ٠ أ، س = ١ أ، س = −١



∴ للدالة قيمة صغرى محلية عند س = −١

، د(−١) = −١

، للدالة قيمة عظمى محلية عند س = ٠ ، د(٠) = ٠

، للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ١ ، د(١) = −١

(١٠)

د(س) = $\frac{4 س}{س^2 + 1}$

∴ دَ(س) = $\frac{(س^2 + 1) \times (4) - 4 س \times 2 س}{(س^2 + 1)^2}$

= $\frac{-4 س^2 + 4}{(س^2 + 1)^2}$

، دَ(س) = ٠ عند س = ١ ∈ [−١ ، ٢]

أ، عند س = −١ ∈ [−١ ، ٢]

∵ د(−١) = −٢ ، د(١) = ٢ ، د(٣) = $\frac{6}{5}$

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقة = ٢

، ولها قيمة صغرى مطلقة = −٢

(١١) ب (١٢) ب (١٣) د

(١٤)

∵ ماس = س ص (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ مَاس = س صَ + ص (١)

∴ صَ = $\frac{مَاس - ص}{س}$

وبالاشتقاق للعلاقة (١) مرة أخرى بالنسبة إلى س

∴ − ماس = س صً + صَ + صَ

∴ − ماس = س صً + ٢ صَ

∴ − س ص = س صً + ٢ × $\left(\frac{مَاس - ص}{س}\right)$

∴ − س^2 ص = س^2 صً + ٢ مَاس − ٢ ص

∴ س^2 (ص + صً) + ٢ مَاس = ٢ ص

(١٥)

س ه^ص = ٢ − لو$_ه$ ٢ + لو$_ه$ س

بالاشتقاق بالنسبة إلى ن

∴ س ه^ص $\frac{ءص}{ءن}$ + ه^ص $\frac{ءس}{ءن}$ = $\frac{1}{س} \times \frac{ءس}{ءن}$

∵ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٦ عند س = ٢ ، ص = ٠

∴ ٢ × ه^0 × $\frac{ءص}{ءن}$ + ه^0 × ٦ = $\frac{1}{2}$ × ٦

∴ ٢ $\frac{ءص}{ءن}$ = −٣

∴ $\frac{ءص}{ءن}$ = $\frac{-3}{2}$

دور أول ٢٠١٩

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

(١) د (٢) د

(٣)

∵ $\frac{4}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{2}$

∴ المستقيمان غير متوازيين.

، عند نقطة التقاطع يكون : $\overrightarrow{ر_1} = \overrightarrow{ر_2}$

∴ (٢ ، −١ ، ٢) + ك$_1$ (٤ ، ١ ، ٣)

= (٠ ، ٤ ، −١) + ك$_2$ (١ ، −١ ، ٢)

∴ ٢ + ٤ ك$_1$ = ك$_2$

∴ ٤ ك$_1$ − ك$_2$ = −٢ (١)

، −١ + ك$_1$ = ٤ − ك$_2$ ∴ ك$_1$ + ك$_2$ = ٥ (٢)

، ٢ + ٣ ك$_1$ = −١ + ٢ ك$_2$

∴ ٣ ك$_1$ − ٢ ك$_2$ = −٣ (٣)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ك$_1$ = $\frac{2}{5}$ ، ك$_2$ = $\frac{23}{5}$

وبالتعويض فى معادلة (٣) : ٣ × $\frac{2}{5}$ − ٢ × $\frac{23}{5}$ ≠ −٣

أى أن هذه القيم لا تحقق معادلة (٣)

∴ المستقيمان غير متقاطعين.

∴ المستقيمان متخالفان.

(٤)

ع = $\left(\frac{8}{1 + \sqrt{3}\,ت} \times \frac{1 - \sqrt{3}\,ت}{1 - \sqrt{3}\,ت}\right) = 2 - 2\sqrt{3}\,ت$

∴ ل = ٤

، ∵ س > ٠ ، ص < ٠

∴ θ تقع فى الربع الرابع.

∴ θ = ظا$^{-1}$ $\left(\frac{-2\sqrt{3}}{2}\right)$ = −٦٠° = $\frac{-\pi}{3}$

∴ ع = ٤ [جتا $\left(\frac{-\pi}{3}\right)$ + ت جا $\left(\frac{-\pi}{3}\right)$]

= ٤ ه$^{\frac{-\pi}{3} ت}$

، الجذر التربيعى للعدد ع = ٢ ه$^{\left(\frac{\frac{-\pi}{3} + 2\pi ر}{2}\right) ت}$

حيث ر = ٠ ، ١

عند ر = ٠

∴ الجذر التربيعى الأول = ٢ ه$^{\frac{-\pi}{6} ت}$

، عند ر = ١

∴ الجذر التربيعى الثانى = ٢ ه$^{\frac{5\pi}{6} ت}$

(٥)

(س − ١)^6 − ٩ (س − ١)^3 + ٨ = ٠

∴ [(س − ١)^3 − ٨] [(س − ١)^3 − ١] = ٠

فى حالة (س − ١)^3 = ٨ ، حيث أن الجذور التكعيبية للعدد ٨ هى ٢ ، ٢ ω ، ٢ ω^2

∴ س − ١ = ٢ ومنها س = ٣

أ، س − ١ = ٢ ω ومنها س = ٢ ω + ١

أ، س − ١ = ٢ ω^2 ومنها س = ٢ ω^2 + ١

أ، (س − ١)^3 = ١ ، حيث أن الجذور التكعيبية للعدد ١ هى ١ ، ω ، ω^2

∴ س − ١ = ١ ومنها س = ٢

أ، س − ١ = ω ومنها س = ١ + ω = − ω^2

أ، س − ١ = ω^2 ومنها س = ١ + ω^2 = − ω

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

(٦) (ب)

---

(٧)

$\because \frac{\text{س}}{1} + \frac{\text{ص}}{2} + \frac{\text{ع}}{3} = 1$

$\therefore$ ٦ س + ٣ ص + ٢ ع = ٦ (الصورة العامة)

، $\because$ المستوى يمر بالنقطة (١ ، ٠ ، ٠)

$\therefore$ (٦ ، ٣ ، ٢) . $\overrightarrow{\text{ر}}$ = (٦ ، ٣ ، ٢) . (١ ، ٠ ، ٠)

$\therefore$ (٦ ، ٣ ، ٢) . $\overrightarrow{\text{ر}}$ = ٦ (الصورة المتجهة)

$\therefore$ ٦ (س − ١) + ٣ ص + ٢ ع = ٠

(الصورة القياسية)

---

(٨) (أ) **(٩)** (د) **(١٠)** (ج)

---

(١١)

$\text{ح}_{\text{ر}+1} = {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}} (\text{س}^2)^{\text{ر}} \left(\frac{1}{\text{س}}\right)^{15-\text{ر}}$

$= {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}} (\text{س})^{-15+3\text{ر}}$

، بوضع −١٥ + ٣ ر = ٠ $\therefore$ ر = ٥

أى أن : ح_6 هو الحد الخالى من س

$\therefore$ قيمة الحد الخالى من س هو $^{15}\text{ق}_5$ = ٣٠٠٣

، $\because$ الحدين الأوسطين هما ح_8 ، ح_9

$\therefore \text{ح}_8 = \text{ح}_9$ $\therefore \frac{\text{ح}_9}{\text{ح}_8} = \frac{15-8+1}{8} \times \text{س}^3 = 1$

$\therefore$ س^3 = ١ $\therefore$ س = ١

---

(١٢) (أ) **(١٣)** (أ) **(١٤)** (ب)

---

(١٥)

$\overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{أ}} = (1 ، 0 ، -1)$

، $\overrightarrow{\text{ب ح}} = \overrightarrow{\text{ح}} - \overrightarrow{\text{ب}} = (-1 ، 1 ، 0)$

$\therefore \overrightarrow{\text{أب}} \times \overrightarrow{\text{ب ح}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

$= \overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{\text{ص}} + \overrightarrow{\text{ع}}$

$\therefore \| \overrightarrow{\text{أب}} \times \overrightarrow{\text{ب ح}} \| = \sqrt{3}$

$\overrightarrow{\text{ى}} = \pm \frac{\overrightarrow{\text{أب}} \times \overrightarrow{\text{ب ح}}}{\| \overrightarrow{\text{أب}} \times \overrightarrow{\text{ب ح}} \|}$

$= \pm \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \overrightarrow{\text{س}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \overrightarrow{\text{ص}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \overrightarrow{\text{ع}} \right)$

حل اخر

معادلة المستوى المار بالنقاط أ ، ب ، ح هى

س + ص + ع = ١

$\therefore$ متجه الاتجاه العمودى عليه = (١ ، ١ ، ١)

$\therefore$ متجه الوحدة العمودى على المستوى

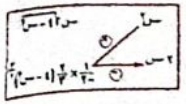
$= \pm \frac{(1 ، 1 ، 1)}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \pm \left(\frac{1}{\sqrt{3}} ، \frac{1}{\sqrt{3}} ، \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

(١) (ب)

---

(٢)



$\int \text{س}^3 \sqrt{4 - \text{س}^2}\ \text{ء س}$

$= \int \text{س}^2 \times \text{س} \sqrt{4 - \text{س}^2}\ \text{ء س}$

$= -\frac{1}{3} \text{س}^2 (4 - \text{س}^2)^{\frac{3}{2}}$

$- \int -\frac{2}{3} \text{س} (4 - \text{س}^2)^{\frac{3}{2}}\ \text{ء س}$

$= -\frac{1}{3} \text{س}^2 (4 - \text{س}^2)^{\frac{3}{2}}$

$-\frac{1}{3} \int -2 \text{س} (4 - \text{س}^2)^{\frac{3}{2}}\ \text{ء س}$

$= -\frac{1}{3} \text{س}^2 (4 - \text{س}^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{15} (4 - \text{س}^2)^{\frac{5}{2}} + \text{ث}$

---

(٣) (د) **(٤)** (أ)

---

(٥)

ص = س^3 + أ س^2 + ب س

$\therefore$ ص$'$ = ٣ س^2 + ٢ أ س + ب

$\therefore$ ص$''$ = ٦ س + ٢ أ

، $\because$ توجد نقطة انقلاب عند س = ٣

$\therefore$ صفر = ٦ (٣) + ٢ أ $\therefore$ أ = −٩

، $\because$ المنحنى يمر بالنقطة (٣ ، −٩)

$\therefore$ −٩ = ٢٧ + ٩ × أ + ٣ × ب

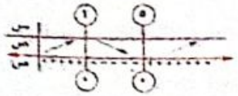
بالتعويض عن قيمة أ

$\therefore$ ب = ١٥

$\therefore$ معادلة المنحنى : ص = س^3 − ٩ س^2 + ١٥ س

$\therefore$ ص$'$ = ٣ س^2 − ١٨ س + ١٥

، بوضع ص$'$ = ٠ $\therefore$ س = ١ أ، ٥



$\therefore$ الدالة قيمة عظمى محلية عند س = ١ ، د (١) = ٧

، الدالة قيمة صغرى محلية عند س = ٥

، د (٥) = − ٢٥

---

(٦)

د (س) = ٢ س^2 هـ$^{\text{س}}$

$\therefore$ د$'$ (س) = ٢ س^2 هـ$^{\text{س}}$ + ٤ س هـ$^{\text{س}}$

= ٢ س هـ$^{\text{س}}$ (س + ٢)

، بوضع د$'$ (س) = ٠ ومنها

س = ٠ $\in$ [−٢ ، ١] ، س = −٢ $\in$ [−٢ ، ١]

$\because$ د (٠) = ٠ ، د (−٢) = $\frac{8}{\text{هـ}^2}$ ≈ ١٫٠٨

، د (−٣) = $\frac{18}{\text{هـ}^3}$ ≈ ٠٫٨٩٦ ، د (١) = ٢ هـ ≈ ٥٫٤

$\therefore$ الدالة قيمة عظمى مطلقة هى ٢ هـ وتبلغها

عند س = ١

، الدالة قيمة صغرى مطلقة هى صفر وتبلغها

عند س = صفر

---

(٧) (أ)

---

(٨)

ص = ٢ س^3 − لو$_{\text{هـ}}$ س

$\therefore \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = 6 \text{س} - \frac{1}{\text{س}}$

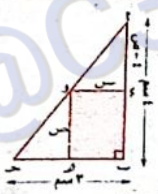
$\therefore \left(\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}\right)_{\text{س}=1} = 6 - 1 = 5$

$\therefore$ معادلة المماس : $\frac{\text{ص} - 2}{\text{س} - 1} = 5$

أى أن : ٥ س − ص − ٣ = ٠

---

(٩)



بفرض أن : ء ب = ص

، ب هـ = س

$\therefore$ أ ء = ٤ − ص

، هـ ح = ٣ − س

، $\because \overline{\text{ء و}} \parallel \overline{\text{ب ح}}$ $\therefore \frac{\text{س}}{3} = \frac{4 - \text{ص}}{4}$

$\therefore$ س = $\frac{12 - 3\text{ص}}{4}$ = ٣ − $\frac{3}{4}$ ص (١)

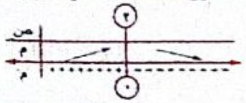
، $\because$ مساحة المستطيل (م) = ص س = ص (٣ − $\frac{3}{4}$ ص)

$\therefore$ م = ٣ ص − $\frac{3}{4}$ ص^2

$\therefore \frac{\text{ء م}}{\text{ء ص}} = 3 - \frac{3}{2}$ ص ، بوضع $\frac{\text{ء م}}{\text{ء ص}} = 0$

$\therefore$ ص = ٢

$\therefore$ عند ص = ٢ تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن



ومن معادلة (١) : $\therefore$ س = ٣ − $\frac{3}{4}$ × ٢ = $\frac{3}{2}$

أى أن : بُعدى المستطيل هما : ٢ سم ، $\frac{3}{2}$ سم

---

(١٠) (د)

---

(١١)

حجم الكرة (ح) = $\frac{4}{3}$ π نق^3

$\therefore \frac{\text{ء ح}}{\text{ء ن}} = 4 \pi\ \text{نق}^2 \frac{\text{ء نق}}{\text{ء ن}}$

$\because$ معدل البخر يتناسب مع مساحة السطح

أى أن : $\frac{\text{ء ح}}{\text{ء ن}} \propto$ م

$\therefore \frac{\text{ء ح}}{\text{ء ن}}$ = ك م (حيث ك ثابت)

$\therefore 4 \pi\ \text{نق}^2 \frac{\text{ء نق}}{\text{ء ن}}$ = ك × ٤ π نق^2

$\therefore \frac{\text{ء نق}}{\text{ء ن}}$ = ك

أى أن : نصف قطر قطرة المطر يتناقص بمعدل ثابت

---

(١٢)

ص س = ١٠ − جا س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore$ ص + س $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ = − جتا س

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} + \text{س} \frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ء س}^2} + \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ = جا س

$\therefore \text{س} \frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ء س}^2} + 2 \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ = جا س

---

(١٣) (أ) **(١٤)** (د)

---

(١٥)

$\because \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ = أ قا^2 س بالتكامل بالنسبة إلى س

$\therefore$ ص = − أ ظتا س + ث

، $\because$ المنحنى يمر بالنقطتين ($\frac{\pi}{4}$ ، ٥) ، ($\frac{3\pi}{4}$ ، ١)

$\therefore$ ٥ = − أ + ث (١)

، ١ = أ + ث (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore$ ث = ٣ ، أ = −٢

$\therefore$ المعادلة ص = ٢ ظتا س + ٣

---

(١٦)

$\because |\text{س} - 4| = \begin{cases} \text{س} - 4 & ، \text{س} \geq 4 \\ -\text{س} + 4 & ، \text{س} < 4 \end{cases}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∵ د متصلة عند $\text{س} = 4$

$\therefore \int_{٢}^{٦} |\text{س} - 4|\, d\text{س}$

$= \int_{٢}^{٤} (-\text{س} + 4)\, d\text{س} + \int_{٤}^{٦} (\text{س} - 4)\, d\text{س}$

$= \left[-\frac{1}{2}\text{س}^2 + 4\text{س}\right]_{٢}^{٤} + \left[\frac{1}{2}\text{س}^2 - 4\text{س}\right]_{٤}^{٦}$

$= (8 - 0) + (-6 - (-8)) = 10$

دور ثان ٢٠١٩

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

(١) جـ　(٢) جـ　(٣) د

(٤)

$\overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{أ}} = (1 ، 0 ، \sqrt{3})$

، $\overrightarrow{\text{م}} = (3 ، 2 ، 2\sqrt{3})$ ، $\|\overrightarrow{\text{م}}\| = 5$

المركبة الاتجاهية لـ $\overrightarrow{\text{أب}}$ فى اتجاه $\overrightarrow{\text{م}}$

$= \left(\frac{\overrightarrow{\text{أب}} \cdot \overrightarrow{\text{م}}}{\|\overrightarrow{\text{م}}\|^2}\right) \overrightarrow{\text{م}} = \frac{3 + 0 + 6}{25} (3 ، 2 ، 2\sqrt{3})$

$= \frac{9}{25} (3 ، 2 ، 2\sqrt{3}) = \left(\frac{27}{25} ، \frac{18}{25} ، \frac{18\sqrt{3}}{25}\right)$

(٥) ب　(٦) جـ　(٧) ب

(٨)

$\because ح_٩ = ح_{١٠}$

$\therefore \frac{ح_{١٠}}{ح_٩} = \frac{20 - 9 + 1}{9} \times \frac{\frac{3}{\text{س}^2}}{2\text{س}} = 1$

$\therefore \frac{2}{\text{س}^3} = 1$　　$\therefore \text{س}^3 = 2$

$\therefore \text{س} = \sqrt[3]{2}$

نفرض أن الحدين هما $ح_ر$ ، $ح_{ر+1}$

، $\because \frac{ح_{ر+1}}{ح_ر} = \frac{15}{8}$

$\therefore \frac{20 - ر + 1}{ر} \times \frac{\frac{3}{\text{س}^2}}{2\text{س}} = \frac{15}{8}$

، $\because \text{س} = \sqrt[3]{2}$

$\therefore \frac{21 - ر}{ر} \times \frac{3}{2 \times 2} = \frac{15}{8}$

$\therefore \frac{21 - ر}{ر} = \frac{5}{2}$　　$\therefore 5ر = 42 - 2ر$

$\therefore 7ر = 42$　　$\therefore ر = 6$

الحدان هما : $ح_٦$ ، $ح_٧$

، $\because ح_{ر+1} = {}^{20}ق_ر (2\text{س})^{20-ر} \left(\frac{3}{\text{س}^2}\right)^ر$

$= \left[{}^{20}ق_ر \times 2^{20-ر} \times 3^ر \times \text{س}^{20-3ر}\right]$

في حالة وجود حد خالى من س

$\therefore 20 - 3ر = 0$

$ر = \frac{20}{3} \notin ص^+$

∴ لا يوجد حد خالى من س

(٩)

$ع = 4 + 4\sqrt{3}\,ت$

$ل = \sqrt{(4)^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8$

∵ س > ٠ ، ص > ٠

∴ θ تقع فى الربع الأول

$\therefore \theta = \text{ظا}^{-1}\left(\frac{4\sqrt{3}}{4}\right) = 60° = \frac{\pi}{3}$

∴ الصورة الأسية للعدد $ع = 8\, هـ^{\frac{\pi}{3}ت}$

∴ الجذور التربيعية للعدد ع

$= 2\sqrt{2}\, هـ^{\left(\frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi ر}{2}\right)ت}$

حيث ر = ٠ ، ١

عند ر = ٠ الجذر التربيعى الأول $= 2\sqrt{2}\, هـ^{\frac{\pi}{6}ت}$

عند ر = ١

الجذر التربيعى الثانى $= 2\sqrt{2}\, هـ^{\frac{7}{6}\pi ت}$

$= 2\sqrt{2}\, هـ^{-\frac{5}{6}\pi ت}$

(١٠)

المقدار $= \left[ك - \frac{ك - 1}{-\omega^2} + (ك + 1)\omega^2\right]^8$

$= \left[ك + \omega(ك - 1) + (ك + 1)\omega^2\right]^8$

$= \left[ك + ك\omega - \omega + ك\omega^2 + \omega^2\right]^8$

$= \left[ك(1 + \omega + \omega^2) + (\omega^2 - \omega)\right]^8$

$= \left[\text{صفر} + (\pm\sqrt{3}\,ت)\right]^8 = 81$

(١١) ب

(١٢)

$(1 ، -1 ، 3) \cdot \overrightarrow{ر} = (1 ، -1 ، 3) \cdot (-3 ، 4 ، 2)$

$\therefore (1 ، -1 ، 3) \cdot \overrightarrow{ر} = -1$　(الصورة المتجهة)

، $(\text{س} + 3) - (\text{ص} - 4) + 3(ع - 2) = 0$　(الصورة القياسية)

، $\text{س} - \text{ص} + 3ع + 1 = 0$　(الصورة العامة)

(١٣) جـ　(١٤) جـ

(١٥)

عند نقطة التقاطع $\overrightarrow{ر_١} = \overrightarrow{ر_٢}$

$\therefore (0 ، 1 ، 0) + ك_١ (1 ، 2 ، -1)$

$= (1 ، 1 ، 1) + ك_٢ (-2 ، -2 ، 0)$

$ك_١ = 1 - 2ك_٢$ ومنها $ك_١ + 2ك_٢ = 1$　(١)

، $1 + 2ك_١ = 1 - 2ك_٢$ ومنها $ك_١ + ك_٢ = 0$　(٢)

، $-ك_١ = 1$ ومنها $ك_١ = -1$　(٣)

وبحل المعادلتين (١) ، (٣) نجد أن

$ك_١ = -1$ ، $-1 + 2ك_٢ = 1$ ومنها $ك_٢ = 1$

وبالتعويض بهذه القيم فى معادلة (٢)

∴ $ك_١ + ك_٢ = -1 + 1 =$ صفر (تحققها)

∴ المستقيمان يتقاطعان فى نقطة

∴ إحداثيات نقطة التقاطع هى : (س ، ص ، ع)

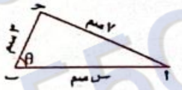
$= (0 ، 1 ، 0) + (-1)(1 ، 2 ، -1)$

$= (-1 ، -1 ، 1)$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

(١) أ

(٢)



$\because (\text{أجـ})^2 = (3)^2 + \text{س}^2 - 2 \times 3 \times \text{س} \times \text{جتا}\,\theta$

$\therefore 49 = 9 + \text{س}^2 - 6\text{س}\,\text{جتا}\,\theta$　(١)

وبالاشتقاق بالنسبة لـ ن

$\therefore 0 = 2\text{س}\frac{d\text{س}}{dن} - 6\text{س}\left(-\text{جا}\,\theta\frac{d\theta}{dن}\right) - 6\frac{d\text{س}}{dن}\text{جتا}\,\theta$

$\therefore 2\text{س}\frac{d\text{س}}{dن} + 6\text{س}\,\text{جا}\,\theta\frac{d\theta}{dن} - 6\,\text{جتا}\,\theta\frac{d\text{س}}{dن} = 0$

، عند $\theta = \frac{\pi}{3}$ من معادلة (١)

$\therefore 49 = 9 + \text{س}^2 - 6\text{س}\,\text{جتا}\,60°$

$\therefore \text{س}^2 - 3\text{س} - 40 = 0$　$\therefore (\text{س} - 8)(\text{س} + 5) = 0$

$\therefore \text{س} = 8$　أ، $\text{س} = -5$ (مرفوض)

$\therefore 2 \times 8 \times \frac{d\text{س}}{dن} + 6 \times 8 \times \text{جا}\,60° \times 1.2$

$- 6\,\text{جتا}\,60° \times \frac{d\text{س}}{dن} = 0$

$\therefore 13\frac{d\text{س}}{dن} = -28.8\sqrt{3}$

$\therefore \frac{d\text{س}}{dن} = -2.4\sqrt{3}$ سم/دقيقة

(٣)

$\because \text{ص} = \text{قا}\,\text{س}$　　$\therefore \frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \text{قا}\,\text{س}\,\text{ظا}\,\text{س}$

$\therefore \frac{d^2\text{ص}}{d\text{س}^2} = \text{قا}\,\text{س}\,\text{قا}^2\,\text{س} + \text{قا}\,\text{س}\,\text{ظا}\,\text{س}\,\text{ظا}\,\text{س}$

$= \text{قا}^3\,\text{س} + \text{قا}\,\text{س}\,\text{ظا}^2\,\text{س}$

$= \text{قا}\,\text{س}\,(\text{قا}^2\,\text{س} + \text{ظا}^2\,\text{س})$

$\therefore \text{ص}\frac{d^2\text{ص}}{d\text{س}^2} + \left(\frac{d\text{ص}}{d\text{س}}\right)^2$

$= \text{قا}\,\text{س} \cdot \text{قا}\,\text{س}\,(\text{قا}^2\,\text{س} + \text{ظا}^2\,\text{س}) + \text{قا}^2\,\text{س}\,\text{ظا}^2\,\text{س}$

$= \text{قا}^2\,\text{س}\,(\text{قا}^2\,\text{س} + 2\,\text{ظا}^2\,\text{س})$

$= \text{قا}^2\,\text{س}\,(3\,\text{قا}^2\,\text{س} - 2) = \text{ص}^2(3\text{ص}^2 - 2)$

(٤) د

(٥)

$\text{ص} = \text{لو}_هـ(2 - \sqrt{2}\,\text{جتا}\,\text{س})$

، عند $\text{س} = \frac{\pi}{4}$　فإن : ص = ٠

، $\frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \frac{\sqrt{2}\,\text{جا}\,\text{س}}{2 - \sqrt{2}\,\text{جتا}\,\text{س}}$

∴ ميل المماس $= \left(\frac{d\text{ص}}{d\text{س}}\right)_{\text{س} = \frac{\pi}{4}} = 1$

∴ معادلة المماس هى : $\frac{\text{ص} - 0}{\text{س} - \frac{\pi}{4}} = 1$

منها $\text{س} - \text{ص} - \frac{\pi}{4} = 0$

(٦)

نفرض أن العدد هو س

$\therefore \text{ص} = \frac{1}{\text{س}} + 4\text{س}^2$

$\therefore \text{ص}' = -\text{س}^{-2} + 8\text{س} = \frac{-1 + 8\text{س}^3}{\text{س}^2}$

، $\text{ص}'' = 2\text{س}^{-3} + 8$

، $\text{ص}' = 0$　　$\therefore 8\text{س}^3 = 1$　　$\therefore \text{س} = \frac{1}{2}$

، $(\text{ص}'')_{\text{س} = \frac{1}{2}} = 24$ (موجب)

∴ عند $\text{س} = \frac{1}{2}$ يكون المجموع أصغر ما يمكن

(٧) د　(٨) أ

(٩)

ميل المماس $= \frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \text{س}\sqrt{\text{س} + 1}$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$\therefore$ ص $= \int$ س $\sqrt{س+1}$ ءس

$= \int ((س+1)-1)(س+1)^{\frac{1}{2}}$ ءس

$= \int ((س+1)^{\frac{3}{2}} - (س+1)^{\frac{1}{2}})$ ءس

$= \frac{2}{5}(س+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(س+1)^{\frac{3}{2}} +$ ث

، $\because$ (٠ ، $\frac{11}{15}$) على المنحنى

$\therefore \frac{11}{15} = \frac{2}{5}(٠+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(٠+1)^{\frac{3}{2}} +$ ث

$\therefore$ ث = ١

$\therefore$ معادلة المنحنى :

ص $= \frac{2}{5}(س+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(س+1)^{\frac{3}{2}} + 1$

١٠

د (٠) = د (٠$^{+}$) = د (٠$^{-}$) = ٠

أى أن : الدالة متصلة عند س = ٠

$\int_{-1}^{3}$ د (س) ءس $= \int_{-1}^{0} (2$ س + س$^{2})$ ءس

$+ \int_{0}^{3} (2$ س $-$ س$^{2})$ ءس

$= [$س$^{2} + \frac{1}{3}$ س$^{3}]_{-1}^{0}$

$+ [$س$^{2} - \frac{1}{3}$ س$^{3}]_{0}^{3}$

$= [(٠) - ((-1)^{2} + \frac{1}{3}(-1)^{3})]$

$+ [(3)^{2} - \frac{1}{3}(3)^{3} - (٠)] = \frac{-2}{3}$

---

١١ (ج) **١٢** (د)

١٣

ص = أ س^{3} + ب س^{2}

$\therefore$ صَ = ٣ أ س^{2} + ٢ ب س

$\therefore$ صً = ٦ أ س + ٢ ب

$\because$ المنحنى له نقطة انقلاب عند (١ ، ٤)

$\therefore$ صً = ٠ عند س = ١

$\therefore$ ٦ أ + ٢ ب = ٠ (١)

، $\because$ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٤)

$\therefore$ ص = ٤ عند س = ١

$\therefore$ أ + ب = ٤ (٢)

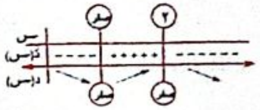
من (١) ، (٢) : $\therefore$ أ = −٢ ، ب = ٦

$\therefore$ ص = −٢ س^{3} + ٦ س^{2}

$\therefore$ صَ = −٦ س^{2} + ١٢ س

، بوضع صَ = ٠ $\therefore$ −٦ س (س − ٢) = ٠

$\therefore$ س = ٠ أ، س = ٢



$\therefore$ للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ٠

، د (٠) = ٠

، للدالة قيمة عظمى محلية عند س = ٢ ، د (٢) = ٨

١٤

د (س) = ٢ س هـ^{س}

$\therefore$ دَ (س) = ٢ س هـ^{س} + ٢ هـ^{س}

= ٢ هـ^{س} (س + ١)

، دَ (س) = ٠ $\therefore$ ٢ هـ^{س} (س + ١) = ٠

$\therefore$ س + ١ = ٠ $\therefore$ س = −١ $\in$ [−٢ ، ١]

، $\because$ د (−٢) $= \frac{-6}{هـ^{2}} \approx$ −٠.٣

، د (−١) $= \frac{-2}{هـ} \approx$ −٠.٧٤

، د (١) = ٢ هـ $\approx$ ٥.٤

$\therefore$ للدالة قيمة عظمى مطلقة = ٢ هـ وتبلغها

عند س = ١

للدالة قيمة صغرى مطلقة $= \frac{-2}{هـ}$ وتبلغها

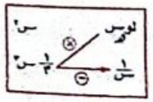
عند س = −١

---

١٥ (ج)

١٦

(أ) $\int$ س^{2} لو$_{هـ}$ س ءس



$= \frac{1}{3}$ س^{3} لو$_{هـ}$ س

$- \int \frac{1}{3}$ س$^{3} \times \frac{1}{س}$ ءس

$= \frac{1}{3}$ س^{3} لو$_{هـ}$ س $- \frac{1}{3} \int$ س^{2} ءس

$= \frac{1}{3}$ س^{3} لو$_{هـ}$ س $- \frac{1}{9}$ س^{3} + ث

دور أول ٢٠٢٠

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (ب) **٢** (ج)

٣

$\overrightarrow{هـ_{1}}$ = (−٢ ، ٠ ، ٢) ، $\overrightarrow{هـ_{2}}$ = (٠ ، ٢ ، −٣)

جتا θ $= \frac{|(-2 ، ٠ ، 2) . (٠ ، 2 ، -3)|}{\sqrt{(-2)^{2} + (2)^{2}} \sqrt{(3)^{2} + (-3)^{2}}}$

$= \frac{|-6|}{\sqrt{2}\,2 \times \sqrt{2}\,3} = \frac{1}{2}$

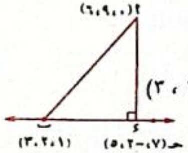
$\therefore$ ق (∠θ) = ٦٠°

---

٤ (ب)

٥

نوجد معادلة الخط المستقيم $\overleftrightarrow{ب حـ}$:



متجه اتجاه المستقيم

$\overrightarrow{ب حـ}$ = (٧ ، −٢ ، ٥) − (١ ، ٢ ، ٣)

= (٦ ، −٤ ، ٢)

$\therefore$ معادلة الخط المستقيم $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هى :

$\overrightarrow{ر}$ = (١ ، ٢ ، ٣) + ك (٦ ، −٤ ، ٢)

$\therefore$ نقطة المسقط ولتكن

ء = (١ + ٦ ك ، ٢ − ٤ ك ، ٣ + ٢ ك)

$\overrightarrow{أء}$ = (١ + ٦ ك ، ٢ − ٤ ك ، ٣ + ٢ ك) − (٠ ، ٩ ، ٦)

= (١ + ٦ ك ، −٧ − ٤ ك ، −٣ + ٢ ك)

$\because \overrightarrow{أء} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$ $\therefore \overrightarrow{أء} . \overrightarrow{ب حـ}$ = صفر

(١ + ٦ ك ، −٧ − ٤ ك ، −٣ + ٢ ك) . (٦ ، −٤ ، ٢)

= صفر

٦ + ٣٦ ك + ٢٨ + ١٦ ك + (−٦) + ٤ ك = ٠

٥٦ ك = −٢٨ $\therefore$ ك $= -\frac{1}{2}$

$\therefore$ النقطة ء هى (−٢ ، ٤ ، ٢)

٦

الطرف الأيمن $= \left(\frac{2 + 5ω + 3ω^{2}}{1 - 2ω - 4ω^{2}} + \frac{3 + 5ω^{2} + 3ω}{1 - 2ω^{2} - 4ω}\right)$

$= \frac{5ω - 3ω}{1 - 2ω - 4(-1 - ω)}$

$+ \frac{5ω^{2} - 3ω^{2}}{1 - 2ω^{2} - 4(-1 - ω^{2})}$

$= \frac{2ω}{1 - 2ω + 4 + 4ω} + \frac{2ω^{2}}{1 - 2ω^{2} + 4 + 4ω^{2}}$

$= \frac{2ω}{5 + 2ω} + \frac{2ω^{2}}{5 + 2ω^{2}}$

$= \frac{2ω(5 + 2ω^{2}) + 2ω^{2}(5 + 2ω)}{(5 + 2ω)(5 + 2ω^{2})}$

$= \frac{10ω + 4 + 10ω^{2} + 4}{25 + 10ω^{2} + 10ω + 4}$

$= \frac{8 + 10(-1)}{29 + 10(-1)} = \frac{-2}{19}$ = الطرف الأيسر.

٧

ع = ١ − $\sqrt{3}$ ت

ل $= \sqrt{(1)^{2} + (-\sqrt{3})^{2}} = 2$ ، $\because$ س > ٠ ، ص < ٠

$\therefore$ θ تقع فى الربع الرابع

، θ = ظا$^{-1}$ $\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right)$ = −٦٠° $= \frac{-\pi}{3}$

$\therefore$ ع = ٢ (جتا $\frac{-\pi}{3}$ + ت جا $\frac{-\pi}{3}$)

أى أن : ع = ٢ هـ$^{-\frac{\pi}{3} ت}$

، الجذور التربيعية للعدد ع

$= \sqrt{2}$ هـ$^{\left(\frac{-\frac{\pi}{3} + 2 \pi ر}{2}\right) ت}$ حيث ر = ٠ ، ١

عند ر = ٠ $\therefore$ الجذر التربيعى الأول $= \sqrt{2}$ هـ$^{\frac{-\pi}{6} ت}$

، عند ر = ١ $\therefore$ الجذر التربيعى الثانى $= \sqrt{2}$ هـ$^{\frac{5\pi}{6} ت}$

٨

ع$_{1}$ $= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}ت\right)^{4}$ = (جتا ٣٠° + ت جا ٣٠°)^{4}

= جتا ١٢٠° + ت جا ١٢٠°

، ع$_{2}$ = جا ٦٠° + ت جتا ٦٠° = جتا ٣٠° + ت جا ٣٠°

$\therefore$ ع $= \frac{ع_{1}}{ع_{2}} = \frac{جتا ١٢٠° + ت جا ١٢٠°}{جتا ٣٠° + ت جا ٣٠°}$

= جتا ٩٠° + ت جا ٩٠°

أى أن : ع = جتا $\frac{\pi}{2}$ + ت جا $\frac{\pi}{2}$ = هـ$^{\frac{\pi}{2} ت}$

---

٩ (أ) **١٠** (ج) **١١** (ب)

١٢

(أ) $\because$ (٤٥° ، ٦٠° ، θ) هى زوايا الاتجاه للمتجه أ

$\therefore$ جتا^{2} ٤٥° + جتا^{2} ٦٠° + جتا^{2} θ = ١

$\therefore$ جتا^{2} θ $= \frac{1}{4}$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly

∴ مـا θ = ± $\frac{١}{٢}$ (السالب مرفوض)

∴ ں (د θ) = ٦٠°

② أ⃗ = ١٠ (مـا ٤٥° ، مـا ٦٠° ، مـا ٦٠°)

= ١٠ ($\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$)

= ٥ $\sqrt{٢}$ س⃗ + ٥ ص⃗ + ٥ ع⃗

⑫

∵ $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$ هى جيوب تمام زوايا الاتجاه للمتجه أ⃗

∴ أ⃗ = ٦ ($\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$) = (٤ ، -٤ ، ٢)

∴ أ⃗ × ب⃗ = | س⃗ ص⃗ ع⃗ ؛ ٤ -٤ ٢ ؛ -٢ ٣ ٥ |

= -٢٦ س⃗ - ٢٤ ص⃗ + ٤ ع⃗

∴ مساحة متوازى الأضلاع

= ‖ أ⃗ × ب⃗ ‖ = $\sqrt{(-٢٦)^٢ + (-٢٤)^٢ + (٤)^٢}$

= ٢ $\sqrt{٣١٧}$ ≈ ٣٥,٦ وحدة مساحة.

⑭ (جـ) ⑮ (د) ⑯ (ب)

⑰

① ع$_{ر+١}$ = ^{٨}ق$_{ر}$ $(-\frac{١}{س})^{ر}$ (س^٣)$^{٨-ر}$

= ^{٨}ق$_{ر}$ (-١)^{ر} (س)$^{-ر + ٢٤ - ٣ر}$

= ^{٨}ق$_{ر}$ (-١)^{ر} (س)$^{٢٤ - ٤ر}$

بوضع ٢٤ - ٤ ر = ٠ ∴ ر = ٦

∴ ع$_٧$ هو الحد الخالى من س

، ع$_٧$ = ^{٨}ق$_٦$ (-١)^٦ = ٢٨

② الحد الأوسط = ع$_{\frac{٨}{٢}+١}$ = ع$_٥$

∴ $\frac{ع_٥}{ع_٤}$ = $\frac{٥}{٨ - ٤ + ١}$ × $\frac{س^٣}{-\frac{١}{س}}$ = $\frac{-٥}{٤}$ × س^٤

عند س = ١ ∴ $\frac{ع_٥}{ع_٤}$ = $\frac{-٥}{٤}$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

① (ب) ② (جـ)

③

$\frac{ءص}{ءس}$ = س هـ^{ص} = $\frac{س}{هـ^{-ص}}$

∴ ∫ س ءس = ∫ هـ$^{-ص}$ ءص

∴ $\frac{١}{٢}$ س^٢ + ث = - هـ$^{-ص}$

∵ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٠)

∴ $\frac{١}{٢}$ + ث = -١

∴ ث = - $\frac{٣}{٢}$

∴ معادلة المنحنى هى $\frac{١}{٢}$ س^٢ - $\frac{٣}{٢}$ = - هـ$^{-ص}$

∴ س^٢ + ٢ هـ$^{-ص}$ - ٣ = ٠

④

$\int_{-\frac{\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٢}}$ (حا س + حتا س)^٢ ءس

= $\int_{-\frac{\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٢}}$ (حا^٢ س + حتا^٢ س + ٢ حا س حتا س) ءس

= $\int_{-\frac{\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٢}}$ (١ + حا ٢ س) ءس = [س - $\frac{١}{٢}$ حتا ٢ س]$_{-\frac{\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٢}}$

= ($\frac{\pi}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$) - (- $\frac{\pi}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$) = π

⑤ (أ) ⑥ (د)

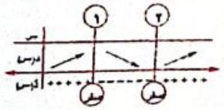
⑦

د (س) = ٢ س^٣ - ٩ س^٢ + ١٢ س

∴ دَ (س) = ٦ س^٢ - ١٨ س + ١٢

∴ دَ (س) = ٠ ∴ ٦ (س - ١) (س - ٢) = ٠

∴ س = ١ أ، س = ٢



∴ الدالة متزايدة فى كل من]٢ ، ∞[،]- ∞ ، ١[

، متناقصة فى]١ ، ٢[

، الدالة لها قيمة عظمى محلية عند س = ١ ، د (١) = ٥

، الدالة لها قيمة صغرى محلية عند س = ٢ ، د (٢) = ٤

⑧

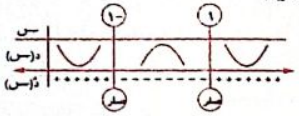
د (س) = س^٤ - ٦ س^٢ + ١٦

∴ دَ (س) = ٤ س^٣ - ١٢ س

∴ دً (س) = ١٢ س^٢ - ١٢

، بوضع دً (س) = ٠ ∴ ١٢ (س^٢ - ١) = ٠

∴ س = ± ١



المنحنى محدب لأسفل فى]- ∞ ، -١[،]١ ، ∞[

ومحدب لأعلى فى]-١ ، ١[

ونقط الانقلاب (١ ، ١١) ، (-١ ، ١١)

⑨ (ب)

⑩

∫ (س^٢ + ١) $\sqrt{س + ٢}$ ءس

بوضع ع = $\sqrt{س + ٢}$

∴ س = ع^٢ - ٢ ، ءس = ٢ ع ءع

∴ ∫ (س^٢ + ١) ($\sqrt{س + ٢}$) ءس

= ∫ ((ع^٢ - ٢)^٢ + ١) ع × ٢ ع ءع

= ∫ ٢ ع^٢ (ع^٤ - ٤ ع^٢ + ٥) ءع

= ∫ (٢ ع^٦ - ٨ ع^٤ + ١٠ ع^٢) ءع

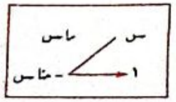
= $\frac{٢}{٧}$ ع^٧ - $\frac{٨}{٥}$ ع^٥ + $\frac{١٠}{٣}$ ع^٣ + ث

= $\frac{٢}{٧}$ (س + ٢)$^{\frac{٧}{٢}}$ - $\frac{٨}{٥}$ (س + ٢)$^{\frac{٥}{٢}}$ + $\frac{١٠}{٣}$ (س + ٢)$^{\frac{٣}{٢}}$ + ث

⑪

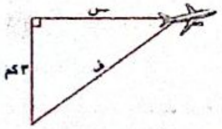
∫ س حا س ءس = - س حتا س + ∫ حتا س ءس

= - س حتا س + حا س + ث



⑫ (د)

⑬



$\frac{ءس}{ءن}$ = ٤٨٠ كم/ساعة

س^٢ + (٣)^٢ = ف^٢

∴ ٢ س $\frac{ءس}{ءن}$ = ٢ ف $\frac{ءف}{ءن}$ (١)

وعند ن = ٣٠ ثانية = $\frac{٣٠}{٦٠ × ٦٠}$ = $\frac{١}{١٢٠}$ ساعة

∴ س = $\frac{١}{١٢٠}$ × ٤٨٠ = ٤ كم ، ف = ٥ كم

ومن (١)

∴ ٤ × ٤٨٠ = ٥ × $\frac{ءف}{ءن}$ ∴ $\frac{ءف}{ءن}$ = ٣٨٤ كم/ ساعة

⑭

ص = أ هـ$^{س^٢ + ١}$

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ س أ هـ$^{س^٢ + ١}$ = ٢ س ص

∴ $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = ٢ س × $\frac{ءص}{ءس}$ + ٢ ص

= (٢ س) (٢ س ص) + ٢ ص = ٤ س^٢ ص + ٢ ص

= ٢ ص (٢ س^٢ + ١)

∴ $\frac{ء^٣ص}{ءس^٣}$ = ٢ $\frac{ءص}{ءس}$ (٢ س^٢ + ١) + ٢ ص × ٤ س

= ٤ س ص (٢ س^٢ + ١) + ٨ س ص

= ٨ س^٣ ص + ١٢ س ص

= ٤ س ص (٢ س^٢ + ٣)

حل آخر :

$\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ س أ هـ$^{س^٢ + ١}$

∴ $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = ٢ أ هـ$^{س^٢ + ١}$ + ٤ س^٢ × أ هـ$^{س^٢ + ١}$

= ٢ أ هـ$^{س^٢ + ١}$ (١ + ٢ س^٢)

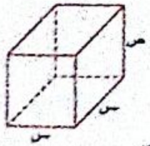
∴ $\frac{ء^٣ص}{ءس^٣}$ = ٤ س أ هـ$^{س^٢ + ١}$ (١ + ٢ س^٢) + ٢ أ هـ$^{س^٢ + ١}$ (٤ س)

= ٤ س أ هـ$^{س^٢ + ١}$ (١ + ٢ س^٢ + ٢)

= ٤ س ص (٣ + ٢ س^٢)

⑮ (جـ)

⑯



نفرض أن طول ضلع القاعدة المربعة

= س سم

، الارتفاع = ص سم

، ∵ المساحة الكلية = ٢ س^٢ + ٤ س ص

∴ ٢ س^٢ + ٤ س ص = ١٥٠

∴ ص = $\frac{١٥٠ - ٢ س^٢}{٤ س}$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

$\therefore$ حجم المتوازى المستطيلات $(\text{ح}) = \text{س}^{٢}\,\text{ص}$

$= \dfrac{\text{س}^{٢}(١٥٠ - ٢\text{س}^{٢})}{٤\text{س}}$

$= \dfrac{٧٥}{٢}\text{س} - \dfrac{١}{٢}\text{س}^{٣}$

$\therefore \dfrac{\text{ءح}}{\text{ءس}} = \dfrac{٧٥}{٢} - \dfrac{٣}{٢}\text{س}^{٢}$

، $\because \dfrac{\text{ءح}}{\text{ءس}} = ٠ \quad \therefore \dfrac{٣}{٢}\text{س}^{٢} = \dfrac{٧٥}{٢} \qquad \therefore \text{س} = ٥$

، عندما $\text{س} = ٥$ فإن : $\dfrac{\text{ء}^{٢}\text{ح}}{\text{ءس}^{٢}} < ٠$

$\therefore$ الحجم أكبر ما يمكن

أكبر حجم $(\text{ح}) = \dfrac{٧٥}{٢} \times ٥ - \dfrac{١}{٢} \times (٥)^{٣} = ١٢٥$ سم^{٣}

دور ثان ٢٠٢٠

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

(١) ج (٢) د (٣) ب

(٤)

$\because \overrightarrow{\text{ح}} = ٥\sqrt{٢}\,\overrightarrow{\text{س}} + ٥\,\overrightarrow{\text{ص}} + ٥\,\overrightarrow{\text{ع}}$

$\|\overrightarrow{\text{ح}}\| = \sqrt{(٥\sqrt{٢})^{٢} + (٥)^{٢} + (٥)^{٢}} = ١٠$

$\therefore \text{جتا}\,\theta_{\text{س}} = \dfrac{٥\sqrt{٢}}{١٠} = \dfrac{\sqrt{٢}}{٢} \qquad \therefore \theta_{\text{س}} = ٤٥°$

، $\text{جتا}\,\theta_{\text{ص}} = \dfrac{٥}{١٠} = \dfrac{١}{٢} \qquad \therefore \theta_{\text{ص}} = ٦٠°$

، $\text{جتا}\,\theta_{\text{ع}} = \dfrac{٥}{١٠} = \dfrac{١}{٢} \qquad \therefore \theta_{\text{ع}} = ٦٠°$

(٥)

$\because \text{جا}\,\theta = \dfrac{\|\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}\|}{\|\overrightarrow{\text{أ}}\|\,\|\overrightarrow{\text{ب}}\|} = \dfrac{٦٥}{٥ \times ٢٦} = \dfrac{١}{٢}$

$\therefore \theta = ٣٠°$ أو $١٥٠°$

(٦) أ (٧) ب (٨) ج

(٩)

① $\dfrac{\text{ح}_{٦}}{\text{ح}_{٥}} = \dfrac{٨ - ٥ + ١}{٥} \times \dfrac{\frac{٢}{\text{س}}}{\text{س}^{٢}} = \dfrac{٨}{٥\,\text{س}^{٣}}$

* إذا كان : $\dfrac{\text{ح}_{٦}}{\text{ح}_{٥}} = \dfrac{٢٥}{٨} \qquad \therefore \dfrac{٨}{٥\,\text{س}^{٣}} = \dfrac{٢٥}{٨}$

$\therefore ١٢٥\,\text{س}^{٣} = ٦٤ \qquad \therefore \text{س}^{٣} = \dfrac{٦٤}{١٢٥}$

$\therefore \text{س} = \dfrac{٤}{٥}$

② $\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{٨}\text{ق}_{\text{ر}} \left(\dfrac{٢}{\text{س}}\right)^{\text{ر}} (\text{س}^{٢})^{٨-\text{ر}}$

$= {}^{٨}\text{ق}_{\text{ر}} (٢)^{\text{ر}} (\text{س})^{-\text{ر}} (\text{س})^{١٦ - ٢\text{ر}}$

$= {}^{٨}\text{ق}_{\text{ر}} (٢)^{\text{ر}} (\text{س})^{١٦ - ٣\text{ر}}$

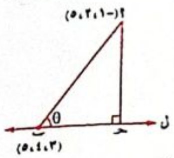
، بوضع $١٦ - ٣\text{ر} = ٠$

$\therefore \text{ر} = \dfrac{١٦}{٣} \notin \text{ص}^{+}$

$\therefore$ لا يوجد حد خالى من س

(١٠) ب (١١) ج

(١٢)



بفرض أن متجه اتجاه المستقيم $\overrightarrow{\text{ر}}$

هو $\overrightarrow{\text{ه}_{١}} = (٢ ، -٣ ، ٦)$

، $\overrightarrow{\text{ه}_{٢}} = \overrightarrow{\text{أب}} = (٤ ، ٢ ، ٠)$

$\text{جتا}\,\theta = \dfrac{|(٢ ، -٣ ، ٦) \cdot (٤ ، ٢ ، ٠)|}{\sqrt{٤ + ٩ + ٣٦}\,\sqrt{١٦ + ٤}}$

$\therefore \text{ق}(\angle\theta) \approx ٨٦°\,٢٠'$ ، $\|\overrightarrow{\text{أب}}\| = \sqrt{٤^{٢} + ٢^{٢}} = \sqrt{٢٠}$

$\therefore$ البعد العمودى $(\text{أح}) = \text{أب}\,\text{جا}\,\theta = \sqrt{٢٠}\,\text{جا}\,٨٦°\,٢٠'$

$\approx ٤{,}٤٦$ وحدة طول.

أى أن بعد النقطة عن المستقيم = ٤,٤٦ وحدة طول.

(١٣) د

(١٤)

عند تقاطع المستقيمين : $\overrightarrow{\text{ر}_{١}} = \overrightarrow{\text{ر}_{٢}}$

$\therefore (٠ ، ١ ، ٠) + \text{ك}_{١}(١ ، ٢ ، -١)$

$= (١ ، ١ ، ١) + \text{ك}_{٢}(-٢ ، -٢ ، ٠)$

$\therefore \text{ك}_{١} = ١ - ٢\text{ك}_{٢} \qquad \therefore \text{ك}_{١} + ٢\text{ك}_{٢} = ١$ (١)

، $١ + ٢\text{ك}_{١} = ١ - ٢\text{ك}_{٢}$

$\therefore ٢\text{ك}_{١} + ٢\text{ك}_{٢} = ٠$ (٢)

، $-\text{ك}_{١} = ١ \qquad \therefore \text{ك}_{١} = -١$ (٣)

ومن (١) ، (٢) ينتج أن :

$\text{ك}_{١} = -١ ، \text{ك}_{٢} = ١$

وهذه القيم تحقق معادلة (٣)

$\therefore (\text{س} ، \text{ص} ، \text{ع}) = (٠ ، ١ ، ٠) + -١\,(١ ، ٢ ، -١)$

ومنها $\text{س} = -١$ ، $\text{ص} = -١$ ، $\text{ع} = ١$

$\therefore$ المستقيمان متقاطعان فى النقطة (-١ ، -١ ، ١)

(١٥)

الطرف الأيمن

$= \left(\dfrac{١}{١ + \omega\,\text{ت}} - \dfrac{\omega + \text{ت}}{١ + \omega^{٢}\,\text{ت}}\right)^{٨}$

$= \left(\dfrac{١ + \omega^{٢}\,\text{ت} - (\omega + \text{ت} + \omega^{٢}\,\text{ت} - \omega)}{١ + \omega^{٢}\,\text{ت} + \omega\,\text{ت} + (-١)}\right)^{٨}$

$= \left(\dfrac{١ - \text{ت}}{\omega^{٢}\,\text{ت} + \omega\,\text{ت}}\right)^{٨} = \left(\dfrac{١ - \text{ت}}{\text{ت}\,(-١)}\right)^{٨}$

$= \left(\dfrac{١ - \text{ت}}{-\text{ت}}\right)^{٨} = \left(\dfrac{(١ - \text{ت})^{٢}}{(-\text{ت})^{٢}}\right)^{٤} = \left(\dfrac{-٢\text{ت}}{-١}\right)^{٤}$

$= \dfrac{١٦}{١} = ١٦ =$ الطرف الأيسر.

(١٦)

$\text{ل} = \sqrt{(١)^{٢} + (\sqrt{٣})^{٢}} = ٢$

، $\because \text{س} > ٠ ، \text{ص} > ٠$

$\therefore \theta$ تقع فى الربع الأول

$\therefore \theta = \text{ظا}^{-١}(\sqrt{٣}) = \dfrac{\pi}{٣}$

$\therefore \text{ع} = ٢\left(\text{جتا}\,\dfrac{\pi}{٣} + \text{ت}\,\text{جا}\,\dfrac{\pi}{٣}\right)$ أى أن : $\text{ع} = ٢\,\text{ه}^{\frac{\pi}{٣}\text{ت}}$

* الجذور التربيعية للعدد ع

هى $\sqrt{٢}\,\text{ه}^{\left(\frac{\frac{\pi}{٣} + ٢\pi\text{ر}}{٢}\right)\text{ت}}$ حيث $\text{ر} = ٠ ، ١$

عند $\text{ر} = ٠ \quad \therefore$ الجذر التربيعى الأول $= \sqrt{٢}\,\text{ه}^{\frac{\pi}{٦}\text{ت}}$

، عند $\text{ر} = ١$

$\therefore$ الجذر التربيعى الثانى $= \sqrt{٢}\,\text{ه}^{\frac{٧\pi}{٦}\text{ت}}$

$= \sqrt{٢}\,\text{ه}^{\frac{-٥\pi}{٦}\text{ت}}$

(١٧)

$\text{ع}_{١} = ١ - \sqrt{٣}\,\text{ت}$

$\therefore \text{ل} = \sqrt{(١)^{٢} + (-\sqrt{٣})^{٢}} = ٢$

، $\because \text{س} > ٠ ، \text{ص} < ٠ \quad \therefore \theta$ تقع فى الربع الرابع

$\therefore \theta = \text{ظا}^{-١}\left(\dfrac{-\sqrt{٣}}{١}\right) = -٦٠° = -\dfrac{\pi}{٣}$

$\therefore \text{ع}_{١} = ٢\left[\text{جتا}\left(-\dfrac{\pi}{٣}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(-\dfrac{\pi}{٣}\right)\right]$

، $\text{ع}_{٢} = \text{ه}^{-\frac{\pi}{٦}\text{ت}} = \text{جتا}\left(-\dfrac{\pi}{٦}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(-\dfrac{\pi}{٦}\right)$

، $\text{ع}_{٣} = \left(\text{جتا}\left(-\dfrac{\pi}{١٢}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(-\dfrac{\pi}{١٢}\right)\right)^{٢}$

$= \text{جتا}\left(-\dfrac{\pi}{٦}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(-\dfrac{\pi}{٦}\right)$

$\therefore \text{ع} = \dfrac{\text{ع}_{١}\,\text{ع}_{٢}}{\text{ع}_{٣}}$

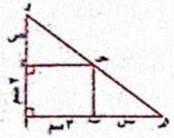
$= \dfrac{٢\left(\text{جتا} - \frac{\pi}{٣} + \text{ت}\,\text{جا} - \frac{\pi}{٣}\right) \cdot \left(\text{جتا} - \frac{\pi}{٦} + \text{ت}\,\text{جا} - \frac{\pi}{٦}\right)}{\text{جتا} - \frac{\pi}{٦} + \text{ت}\,\text{جا} - \frac{\pi}{٦}}$

$= ٢\left[\text{جتا}\left(-\dfrac{\pi}{٣}\right) + \text{ت}\,\text{جا}\left(-\dfrac{\pi}{٣}\right)\right] = ٢\,\text{ه}^{-\frac{\pi}{٣}\text{ت}}$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

(١) د

(٢)



$\Delta\,\text{ب ه ح} \sim \Delta\,\text{ء ح و}$

$\therefore \dfrac{\text{س}}{٢} = \dfrac{٣}{\text{ص}}$ ، س ، ص > ٠

$\therefore \text{ص} = \dfrac{٦}{\text{س}}$

مساحة المثلث أ ه و $(\text{م}) = \dfrac{١}{٢}(٣ + \text{س})(٢ + \text{ص})$

$\therefore \text{م} = \dfrac{١}{٢}(٣ + \text{س})\left(٢ + \dfrac{٦}{\text{س}}\right) = ٦ + \text{س} + \dfrac{٩}{\text{س}}$

$\therefore \dfrac{\text{ءم}}{\text{ءس}} = ١ - ٩\,\text{س}^{-٢}$ ، بوضع $\dfrac{\text{ءم}}{\text{ءس}} = ٠$

$\therefore \text{س}^{٢} = ٩ \qquad \therefore \text{س} = ٣$

، $\dfrac{\text{ء}^{٢}\text{م}}{\text{ءس}^{٢}} = ١٨\,\text{س}^{-٣}$

، عند $\text{س} = ٣ \; \left(\dfrac{\text{ء}^{٢}\text{م}}{\text{ءس}^{٢}}\right) > ٠$ قيمة صغرى

$\therefore$ أصغر مساحة للمثلث $= ٦ + ٣ + \dfrac{٩}{٣} = ١٢$ سم^{٢}

(٣) ج (٤) ج

(٥)

$\dfrac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \dfrac{١ + \text{س}}{\text{س}\,\text{ص}}$

$\therefore \int \text{ص}\,\text{ءص} = \int \left(\dfrac{١ + \text{س}}{\text{س}}\right) \text{ءس}$

$\therefore \int \text{ص}\,\text{ءص} = \int \left(\dfrac{١}{\text{س}} + ١\right) \text{ءس}$

$\therefore \dfrac{١}{٢}\text{ص}^{٢} = \text{لو}_{\text{ه}}|\text{س}| + \text{س} + \text{ث}$

$\because$ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٢)

$\therefore ٢ = ٠ + ١ + \text{ث} \qquad \therefore \text{ث} = ١$

$\therefore$ معادلة المنحنى هى :

$\dfrac{١}{٢}\text{ص}^{٢} = \text{لو}_{\text{ه}}|\text{س}| + \text{س} + ١$

أى أن : $\text{ص}^{٢} = ٢\,\text{لو}_{\text{ه}}|\text{س}| + ٢\text{س} + ٢$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

⑥

$\int_{-\pi}^{\pi}$ (٤ + π جتا ٢ س) ءس

= $[$٤ س + $\frac{\pi}{2}$ جا ٢ س$]_{-\pi}^{\pi}$

= (٤π) − (−٤π) = ٨π

⑦ (ج) ⑧ (أ)

⑨

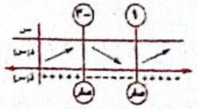
د (س) = س^{3} + ٣ س^{2} − ٩ س − ٧

∴ د'(س) = ٣ س^{2} + ٦ س − ٩ ، بوضع د'(س) = ٠

∴ ٣ (س^{2} + ٢ س − ٣) = ٠

∴ ٣ (س − ١)(س + ٣) = ٠

∴ س = ١ أو س = −٣



∴ الدالة متزايدة في]−∞ ، −٣[،]١ ، ∞[

ومتناقصة في]−٣ ، ١[

، للدالة قيمة عظمى محلية عند س = −٣ ، د (−٣) = ٢٠

، قيمة صغرى محلية عند س = ١ ، د (١) = −١٢

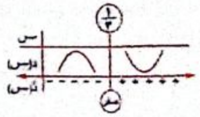
⑩

د (س) = س^{3} − س^{2}

∴ د'(س) = ٣ س^{2} − ٢ س

∴ د''(س) = ٦ س − ٢ ، بوضع د''(س) = ٠

∴ ٦ س − ٢ = ٠ ∴ س = $\frac{1}{3}$



∴ المنحنى محدب لأسفل في]$\frac{1}{3}$ ، ∞[

، محدب لأعلى في]−∞ ، $\frac{1}{3}$[

وله نقطة انقلاب عند ($\frac{1}{3}$ ، $\frac{-2}{27}$)

⑪ (ب) ⑫ (ج)

⑬

∫ س (س + ٢)^{6} ءس

= ∫ (س + ٢ − ٢)(س + ٢)^{6} ءس

= ∫ (س + ٢)^{7} ءس − ٢ ∫ (س + ٢)^{6} ءس

= $\frac{1}{8}$ (س + ٢)^{8} − $\frac{2}{7}$ (س + ٢)^{7} + ث

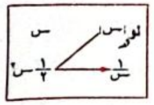
⑭

∫ س لو$_{هـ}$ |س| ءس

= $\frac{1}{2}$ س^{2} لو$_{هـ}$ |س|

− ∫ $\frac{1}{2}$ س ءس

= $\frac{1}{2}$ س^{2} لو$_{هـ}$ |س| − $\frac{1}{4}$ س^{2} + ث



⑮ (ب) ⑯ (أ)

⑰

$\frac{ءس}{ءن}$ = ٣٠ كم / س ، $\frac{ءص}{ءن}$ = ٨٠ كم / س

، ف^{2} = س^{2} + ص^{2}

∴ ٢ ف $\frac{ءف}{ءن}$ = ٢ س $\frac{ءس}{ءن}$ + ٢ ص $\frac{ءص}{ءن}$ (١)

بعد ساعة من تحرك السيارة الثانية :

∴ ص = ٨٠ × ١ = ٨٠ كم

، س = ٣٠ × ٢ = ٦٠ كم ومنها ف = ١٠٠ كم

ومن معادلة (١) :

∴ ١٠٠ × $\frac{ءف}{ءن}$ = ٦٠ × ٣٠ + ٨٠ × ٨٠

∴ $\frac{ءف}{ءن}$ = ٨٢ كم/س

⑱

ص = هـ^{2س} + س^{2} (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ هـ^{2س} + ٢ س

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ $\frac{ء^{2}ص}{ءس^{2}}$ = ٩ هـ^{3س} + ٢ ولكن (هـ^{3س} = ص − س^{2})

∴ $\frac{ء^{2}ص}{ءس^{2}}$ = ٩ (ص − س^{2}) + ٢

دور أول ٢٠٢١

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

① (د)

الحل :

∵ ٣ ع$_{1}$ × ع$_{2}$ = ٣ (جتا θ + ت جا θ) (جتا ٢ θ + ت جا ٢ θ)

= ٣ (جتا ٣ θ + ت جا ٣ θ)

∴ السعة الأساسية للعدد (٣ ع$_{1}$ × ع$_{2}$) هي ٣ θ

② (ب)

الحل :

ح$_{ر+1}$ = ق$^{7ن}_{ر}$ $\left(\frac{-ك}{س^{2}}\right)^{ر}$ (س^{5})$^{7ن-ر}$

= ق$^{7ن}_{ر}$ (−ك)^{ر} س$^{35ن-7ر}$

بوضع ٣٥ ن − ٧ ر = ٠ ∴ ر = ٥ ن

∴ الحد الخالي من س هو ح$_{5ن+1}$

③ (أ)

الحل :

$\overrightarrow{جـ أ}$ = $\overrightarrow{جـ ب}$ + $\overrightarrow{ب أ}$ = (−$\overrightarrow{ص}$ + $\overrightarrow{س}$ − $\overrightarrow{ع}$)

+ (−٢ $\overrightarrow{س}$ + ٢ $\overrightarrow{ص}$)

= − $\overrightarrow{س}$ + ٢ $\overrightarrow{ص}$ − $\overrightarrow{ع}$

④ (أ)

الحل :

∵ المستقيمان متعامدان

∴ (−٢ ، م ، ٧) . (ن ، −٤ ، ٢) = صفر

∴ −٢ ن − ٤ م + ١٤ = ٠ ∴ ٢ ن + ٤ م = ١٤

∴ ن + ٢ م = ٧

⑤ (أ)

الحل :

∵ $\overrightarrow{ن_{1}}$ = (٢ ، جـ ، ٤) ، $\overrightarrow{ن_{2}}$ = (أ + ٢ ، ٦ ، ب − ٢)

، ∵ المستويان متوازيان

∴ $\frac{2}{أ+2}$ = $\frac{جـ}{6}$ = $\frac{4}{ب-2}$ ∴ ٢ (ب − ٢) = ٤ (أ + ٢)

∴ ٢ ب − ٤ = ٤ أ + ٨ ∴ ٤ أ − ٢ ب = −١٢

∴ ٢ أ − ب = −٦

⑥ (د)

الحل :

∵ جتا θ$_{س}$ = $\frac{أ_{س}}{\|\overrightarrow{أ}\|}$ ∴ $\frac{3}{13}$ = $\frac{ك}{\sqrt{ك^{2} + (12)^{2} + (4)^{2}}}$

∴ ٩ (ك^{2} + ١٦٠) = ١٦٩ ك^{2}

∴ ٩ ك^{2} + ٩ × ١٦٠ = ١٦٩ ك^{2}

∴ ١٦٠ ك^{2} = ٩ × ١٦٠ ∴ ك^{2} = ٩

∴ ك = −٣ (مرفوض لأن الزاوية حادة) أ، ك = ٣

⑦ (أ)

الحل :

س − ص = $\frac{1}{1 + ω ت}$ − $\frac{ω + ت}{1 + ω^{2} ت}$

= $\frac{(1 + ω^{2} ت) - (ω + ت)(1 + ω ت)}{(1 + ω ت)(1 + ω^{2} ت)}$

= $\frac{1 + ω^{2} ت - (ω + ت + ω^{2} ت - ω)}{1 + ω ت + ω^{2} ت - 1}$

= $\frac{1 - ت}{(ω + ω^{2}) ت}$ = $\frac{1 - ت}{-ت}$ = ت + ١

⑧ (ب)

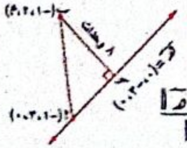
الحل :

∵ معامل ح$_{6}$ = ق$^{10}_{5}$

∴ ق$^{10}_{5}$ × $\left(\frac{1}{ب}\right)^{5}$ (أ)^{5} = ق$^{10}_{5}$

∴ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{5}$ = ١ ∴ $\frac{أ}{ب}$ = ١

⑨ (ج)



الحل :

∵ طول العمود (ب جـ) = $\frac{\|\overrightarrow{أب} × \overrightarrow{هـ}\|}{\|\overrightarrow{هـ}\|}$

∴ $\|\overrightarrow{أب} × \overrightarrow{هـ}\|$ = ٨ × ٣ = ٢٤

، ∵ $\overrightarrow{أب}$ = $\overrightarrow{ب}$ − $\overrightarrow{أ}$ = (٠ ، −١ ، م)

∴ $\overrightarrow{أب} × \overrightarrow{هـ}$ = $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٠ & -١ & م \\ ٠ & -٢ & ٠ \end{vmatrix}$ = ٢ م $\overrightarrow{س}$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ |٣ م| = ٢٤

∴ ٣ م = ٢٤

∴ م = ٨ حيث م ∈ ص$^{+}$

---

١٠ (د)

الحل:

∵ جتا θ = $\frac{|\overrightarrow{م_1} \cdot \overrightarrow{م_2}|}{\|\overrightarrow{م_1}\| \cdot \|\overrightarrow{م_2}\|}$

∴ $\frac{1}{2}$ = $\frac{|(1 ، 1 ، 0) \cdot (0 ، ك ، 1)|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}\sqrt{ك^2 + (1)^2}}$

∴ ٢ |ك| = $\sqrt{2}\sqrt{ك^2 + 1}$

∴ ٤ ك^2 = ٢ (ك^2 + ١)

∴ ٢ ك^2 = ك^2 + ١ ∴ ك^2 = ١

∴ ك = ١ (لأن ك > ٠)

---

١١ (ج)

الحل:

ع = ك (جتا $\frac{4\pi}{3}$ − ت جا $\frac{4\pi}{3}$) = ك (جتا $\frac{5\pi}{6}$ + ت جا $\frac{5\pi}{6}$)

∴ ع^6 = ك^6 (جتا $\frac{5\pi}{6}$ + ت جا $\frac{5\pi}{6}$)^6

= ك^6 (جتا ٥π + ت جا ٥π) = − ك^6

---

١٢ (أ)

الحل:

∵ الحدان الأوسطان متساويان

∴ أ س = ب ∴ س = $\frac{ب}{أ}$

---

١٣ (أ)

الحل:

بفرض ع = س + ت ص ∴ $\bar{ع}$ = س − ت ص

∴ ع + $\bar{ع}$ = ٢ س ∴ ٢ س = ٢ هـ$^{\pi ت}$

∴ س = −١

∴ ع يمكن أن تساوى أى عدد مركب جزءه الحقيقى = −١

∴ ع يمكن أن تساوى هـ$^{\pi ت}$

---

١٤ (أ)

الحل:

∵ (س^2 + ٢ + $\frac{1}{س^2}$)^6 = ((س + $\frac{1}{س}$)^2)^6

= (س + $\frac{1}{س}$)^{12}

، ∵ ح$_{ر+1}$ = ^{12}ق$_ر$ ($\frac{1}{س}$)^ر (س)$^{12-ر}$

= ^{12}ق$_ر$ س$^{12-2ر}$

بوضع ١٢ − ٢ ر = ٢

∴ ر = ٥

∴ ح$_6$ هو الحد الذى يشتمل على س^2

∴ معامل ح$_6$ = ^{12}ق$_5$

---

١٥ (د)

الحل:

∵ $\overrightarrow{ءحـ}$ = $\overrightarrow{حـ}$ − $\overrightarrow{ء}$ = (٠ ، −٤ ، ٦)

، ∵ $\overrightarrow{أ}$ // $\overrightarrow{ءحـ}$

∴ $\overrightarrow{أ}$ = $\sqrt{13}$ × (متجه وحدة فى اتجاه $\overrightarrow{ءحـ}$)

= $\sqrt{13}$ × $\frac{(0 ، -4 ، 6)}{\sqrt{(-4)^2 + (6)^2}}$ = (٠ ، −٢ ، ٣)

∴ $\overrightarrow{أ}$ × $\overrightarrow{ب}$ = (٠ ، −٢ ، ٣) × (−٢ ، ٣ ، ٥)

= $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ 0 & -2 & 3 \\ -2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$ = −١٩ $\overrightarrow{س}$ − ٦ $\overrightarrow{ص}$ − ٤ $\overrightarrow{ع}$

---

١٦ (ج)

الحل:

م = ($\frac{-1 + 2 + 1}{3}$ ، $\frac{2 + 0 + 4}{3}$ ، $\frac{4 + 5 + 0}{3}$) = (٠ ، ٢ ، ٣)

∴ $\overrightarrow{أم}$ متجه اتجاه للمستقيم $\overleftrightarrow{أم}$ = $\overrightarrow{م}$ − $\overrightarrow{أ}$ = (−١ ، ٠ ، −١)

∴ $\overrightarrow{ر}$ = (١ ، ٢ ، ٤) + ك (−١ ، ٠ ، −١)

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (ج)

الحل:

بفرض ص = $\sqrt{س}$ + $\frac{1}{س}$

∴ صَ = $\frac{1}{2\sqrt{س}}$ − $\frac{1}{س^2}$ بوضع صَ = ٠

∴ $\frac{1}{2\sqrt{س}}$ = $\frac{1}{س^2}$ ∴ س^2 = ٢ $\sqrt{س}$

∴ $\sqrt{س}$ ($\sqrt{س}$ س$^{\frac{3}{2}}$ − ٢) = ٠

∴ س = صفر (مرفوض)

أو س$^{\frac{3}{2}}$ = ٢ ∴ س = (٢)$^{\frac{2}{3}}$ = $\sqrt[3]{4}$

، ∵ صً = − $\frac{1}{4}$ س$^{-\frac{3}{2}}$ + ٢ س$^{-3}$

∴ (صً)$_{س = \sqrt[3]{4}}$ = $\frac{3}{8}$ (موجبة)

∴ عند س = $\sqrt[3]{4}$ توجد قيمة صغرى للمقدار $\sqrt{س}$ + $\frac{1}{س}$

وتساوى $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

---

٢ (أ)

الحل:

∫ $\frac{س}{س^2 - 2س + 1}$ ءس = ∫ $\frac{س}{(س - 1)^2}$ ءس

= ∫ س (س − ١)$^{-2}$ ءس

= ∫ (س − ١ + ١) (س − ١)$^{-2}$ ءس

= ∫ (س − ١)$^{-1}$ ءس + ∫ (س − ١)$^{-2}$ ءس

= ∫ $\frac{1}{س - 1}$ ءس + ∫ (س − ١)$^{-2}$ ءس

= لو$_هـ$ |س − ١| − (س − ١)$^{-1}$ + ث

= لو$_هـ$ |س − ١| − $\frac{1}{س - 1}$ + ث

---

٣ (د)

الحل

∵ د (س) = جاس + $\frac{1}{2}$ جا ٢ س

∴ دَ (س) = جتاس + جتا ٢ س

، بوضع دَ (س) = ٠ ∴ جتا ٢ س + جتاس = ٠

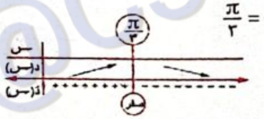
∴ ٢ جتا^2 س + جتاس − ١ = ٠

∴ (٢ جتاس − ١) (جتاس + ١) = ٠

∴ جتاس = $\frac{1}{2}$ ومنها س = $\frac{\pi}{3}$

أ، جتاس = −١

∴ س = π (مرفوض)



∴ عند س = $\frac{\pi}{3}$ الدالة لها قيمة عظمى محلية.

---

٤ (ج)

الحل

∵ د (س) = $\sqrt{س^2 + 9}$

∴ دَ (س) = $\frac{2س}{2\sqrt{س^2 + 9}}$ = $\frac{س}{\sqrt{س^2 + 9}}$

بوضع دَ (س) = صفر ∴ س = صفر

، ∵ د (٠) = ٣ ، د (−٣) = د (٣) = ٣ $\sqrt{2}$

∴ القيمة الصغرى المطلقة هى ٣

---

٥ (ج)

الحل

∵ د (س) = حـ س^2 + ر (س)

∴ دَ (س) = ٢ حـ س + رَ (س)

، دً (س) = ٢ حـ + رً (س)

، ∵ (١ ، ٥) هى نقطة انقلاب لمنحنى الدالة د

∴ دً (١) = صفر ∴ ٢ حـ + رً (١) = صفر

∴ ٢ حـ = −٦ ∴ حـ = −٣

، د (١) = ٥ ∴ ٥ = حـ + ر (١)

∴ حـ + ك = ٥

∴ −٣ + ك = ٥ ∴ ك = ٨

∴ ك − حـ = ٨ − (−٣) = ١١

---

٦ (ب)

الحل

∵ ص = لو$_هـ$ طاس ∴ صَ = $\frac{قا^2 س}{طا س}$

، ∵ الإحداثى السينى لنقطة التماس = $\frac{\pi}{4}$

، ∵ د ($\frac{\pi}{4}$) = لو$_هـ$ طا ($\frac{\pi}{4}$) = صفر

∴ نقطة التماس = ($\frac{\pi}{4}$ ، ٠)

∴ [صَ]$_{س = \frac{\pi}{4}}$ = ٢

∴ ميل العمودى = −$\frac{1}{2}$

∴ معادلة العمودى هى $\frac{ص - صفر}{س - \frac{\pi}{4}}$ = $\frac{-1}{2}$

أى أن: ٨ ص + ٤ س = π

---

٧ (ج)

الحل

∵ الدالة د زوجية ، ∫$_{-أ}^{أ}$ د (س) ءس = ٢ أ

∴ ∫$_{0}^{أ}$ د (س) ءس = ∫$_{-أ}^{0}$ د (س) ءس = أ

، ∫$_{-أ}^{2}$ د (س) ءس = ∫$_{-أ}^{2}$ د (س) ءس = ب

∴ ∫$_{-3}^{-أ}$ د (س) ءس = ∫$_{-أ}^{2}$ د (س) ءس

= ∫$_{-أ}^{2}$ د (س) ءس = أ − ب

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

Watermarkly

٨ (أ)

الحل

∵ د (س) = س^٣ − ٣ س − ٤ تناقصية

، د̃ (س) = ٣ س^٢ − ٣ ∴ د̃ (س) < ٠

∴ ٣ س^٢ − ٣ < ٠ ∴ ٣ س^٢ < ٣

∴ س^٢ < ١ ∴ |س| < ١

٩ (ب)

الحل

∫ $\frac{\text{٢ هـ}^{\text{س}}\text{ + ١}}{\text{هـ}^{\text{س}}}$ ءس = ∫(٢ + هـ$^{-س}$) ءس

= ٢ س − هـ$^{-س}$ + ث

١٠ (أ)

الحل

∵ $\frac{\text{ءس}}{\text{ء}\theta}$ = −٢ جا ٢ θ ، $\frac{\text{ءص}}{\text{ء}\theta}$ = ٣ جتا ٢ θ

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = $\frac{\text{٣ جتا ٢}\theta}{\text{−٢ جا ٢}\theta}$

∴ $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\right)_{\theta\text{=صفر}}$ = $\frac{\text{٣}}{\text{صفر}}$ (غير معرف)

∴ المماس يوازى محور الصادات.

١١ (أ)

الحل

∵ ع = د (ن) ، $\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$ ∝ $\frac{\text{١}}{\text{ن}}$ ∴ $\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$ = $\frac{\text{أ}}{\text{ن}}$

∴ ∫ءع = ∫$\frac{\text{أ}}{\text{ن}}$ ءن ∴ ع = أ لو$_{هـ}$ |ن| + ث

، ∵ د (١) = ٢٠٠ ∴ ٢٠٠ = ث

∴ ع = أ لو$_{هـ}$ |ن| + ٢٠٠

، ∵ د ($\sqrt{\text{هـ}}$) = $\frac{\text{٧٠٠}}{\text{٣}}$

∴ $\frac{\text{٧٠٠}}{\text{٣}}$ = أ لو$_{هـ}$ هـ$^{\frac{١}{٢}}$ + ٢٠٠

∴ $\frac{\text{٧٠٠}}{\text{٣}}$ = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ أ + ٢٠٠ ∴ أ = ١٠٠

∴ ع = ١٠٠ لو$_{هـ}$ |ن| + ٢٠٠

، عند ن = ٣

∴ د (٣) = ١٠٠ لو$_{هـ}$ ٣ + ٢٠٠ = ١٠٠ (لو$_{هـ}$ ٣ + ٢)

= ١٠٠ (لو$_{هـ}$ ٣ + لو$_{هـ}$ هـ^٢) = ١٠٠ لو$_{هـ}$ (٣ هـ^٢)

١٢ (جـ)

الحل

ص = $\sqrt{\text{٢ (قاس + طاس)}}$

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = $\frac{\text{٢ (قاس طاس + قا}^{\text{٢}}\text{س)}}{\text{٢}\sqrt{\text{٢ (قاس + طاس)}}}$ = $\frac{\text{قاس (طاس + قاس)}}{\sqrt{\text{٢ (قاس + طاس)}}}$

∴ $\frac{\text{١}}{\text{ص}}$ $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\right)$ = $\frac{\text{قاس (طاس + قاس)}}{\text{٢ (قاس + طاس)}}$ = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ قاس

١٣ (جـ)

الحل

∫ $\frac{\text{٢}}{\text{س لو}_{\text{هـ}}\text{ س}^{\text{٢}}}$ ءس = ∫ $\frac{\text{٢}}{\text{٢ س لو}_{\text{هـ}}\text{ |س|}}$ ءس

= ∫ $\frac{\frac{\text{١}}{\text{س}}}{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{ |س|}}$ ءس

= لو$_{هـ}$ |لو$_{هـ}$ |س|| + ث

١٤ (أ)

الحل

بفرض طول ضلع الشكل السداسى = ل سم

∴ طول ضلع المثلث المظلل = $\frac{\text{١}}{\sqrt{\text{٣}}}$ ل

∴ مساحة الجزء المظلل (م) = ٦ × $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ ($\frac{\text{١}}{\sqrt{\text{٣}}}$ ل)^٢ جا ٦٠°

= $\frac{\sqrt{\text{٣}}}{\text{٢}}$ ل^٢

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = $\sqrt{\text{٣}}$ ل $\frac{\text{ءل}}{\text{ءن}}$

، عند ل = ٤ سم ، $\frac{\text{ءل}}{\text{ءن}}$ = $\sqrt{\text{٣}}$ سم/ث

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = $\sqrt{\text{٣}}$ × ٤ × $\sqrt{\text{٣}}$ = ١٢ سم^٢/ث

١٥ (جـ)

الحل

بفرض أن ع = $\frac{\text{١}}{\text{ص}}$ = (س + ١)^٢ ، ك = س^٢

∴ $\frac{\text{ءع}}{\text{ءك}}$ = $\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}}$ ÷ $\frac{\text{ءك}}{\text{ءس}}$ = $\frac{\text{٢ (س + ١)}}{\text{٢ س}}$ = ١ + $\frac{\text{١}}{\text{س}}$

، عند س = ١ ∴ $\frac{\text{ءع}}{\text{ءك}}$ = ٢

١٦ (د)

الحل

∵ د̃̃ (س) > ٠ لكل س ≠ ٣

∴ المنحنى محدب لأسفل لكل س ≠ ٣

، ∵ د̃ (٣) غير معرفة

∴ الشكل (د) يمكن أن يمثل منحنى الدالة د

١٧ (أ)

الحل

∵ ص = هـ$^{س^٣ − ٤}$ ∴ ص̃ = ٣ س^٢ هـ$^{س^٣ − ٤}$

∴ ٢ ص̃ = ٦ س^٢ ص ∴ م = ٦

١٨ (جـ)

الحل

∵ س ص = س^{ص}

∴ لو$_{هـ}$ (س ص) = ص لو$_{هـ}$ س

∴ لو$_{هـ}$ س + لو$_{هـ}$ ص = ص لو$_{هـ}$ س

∴ $\frac{\text{١}}{\text{س}}$ + $\frac{\text{ص̃}}{\text{ص}}$ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ + ص̃ لو$_{هـ}$ س

عند (١ ، ١)

∴ ١ + ص̃ = ١ + صفر

∴ ص̃ = صفر

∴ معادلة المماس هى $\frac{\text{ص − ١}}{\text{س − ١}}$ = ٠

أى أن: ص − ١ = ٠

١٩ (ب)

الحل

∵ س $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ − ص = ٣

∴ س $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ص + ٣

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = $\frac{\text{ص + ٣}}{\text{س}}$

∴ ∫ $\frac{\text{ءص}}{\text{ص + ٣}}$ = ∫ $\frac{\text{ءس}}{\text{س}}$

∴ لو$_{هـ}$ |ص + ٣| = لو$_{هـ}$ |س| + ث

، عند س = ١ ، ص = −٢ ∴ ث = صفر

∴ لو$_{هـ}$ |ص + ٣| = لو$_{هـ}$ |س|

أى أن: |ص + ٣| = |س|

٢٠ (أ)

الحل

∫$_{٠}^{٤}$ ص ءس = ٦٨

∴ ∫$_{٠}^{٤}$ (س^٣ + أ) ءس = ٦٨

∴ [$\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ س^٤ + أ س]$_{٠}^{٤}$ = ٦٨

∴ ٦٤ + ٤ أ = ٦٨

∴ ٤ أ = ٤

∴ أ = ١

٢١ (أ)

الحل

∵ د̃ (س) = صفر عند س = ٢ وتتغير إشارتها من الموجب إلى السالب

∴ الدالة د لها قيمة عظمى محلية عند س = ٢

∴ الاختيار (ب) صحيح

، ∵ ميل المنحنى المرسوم سالب لكل س < ٤

∴ د̃̃ (س) سالبة لكل س < ٤

، ∵ ميل المنحنى المرسوم موجب لكل س > ٤

∴ د̃̃ (س) موجبة لكل س > ٤

∵ منحنى الدالة د محدب لأعلى فى]−∞ ، ٤[

، محدب لأسفل فى]٤ ، ∞[

∴ الاختيار (جـ) صحيح

، ∵ د̃ (س) موجبة لكل س < ٢

∴ الدالة د تكون متزايدة لكل س < ٢

، ∵ −٢ > −٣ ∴ د (−٢) > د (−٣)

∴ الاختيار (د) صحيح ، ∵ عند س = ٤

الدالة ليس لها مماس

∴ لا يوجد عندها نقطة انقلاب على الرغم من تغير تحدب المنحنى حول س = ٤

∴ الاختيار (أ) خطأ

دور ثان ٢٠٢١

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (د)

الحل:

ح$_{ر+١}$ = ن$_{ق_ر}$ ($\frac{\text{٥}}{\text{س}}$)^{ر} (س^٣)$^{ن−ر}$

= ن$_{ق_ر}$ (٥^{ر}) س$^{٣ن−٤ر}$

∵ الحد الخالى من س هو ح$_٧$

∴ ر = ٦ ∴ ٣ن − ٤ (٦) = ٠ ∴ ن = ٨

ابحث في تليجرام كل الكتب والملخصات @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

٢ (ب)

الحل:

∵ $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب ج} = (٤ ، ١٢ ، ٩)$

∴ $(٠ ، -١ ، ٣) + \overrightarrow{ج} - (٤ ، -٢ ، ١) = (٤ ، ١٢ ، ٩)$

∴ $\overrightarrow{ج} + (-٤ ، ١ ، ٢) = (٤ ، ١٢ ، ٩)$

∴ $\overrightarrow{ج} = (٨ ، ١١ ، ٧)$

---

٣ (د)

الحل:

∵ المتجه العمودى على المستوى المعطى هو (٢ ، ٣ ، -٥)

، ∵ المستويين متوازيين

∴ المتجه العمودى على المستوى المطلوب هو (٢ ، ٣ ، -٥)

∵ المستوى يمر بالنقطة (-٢ ، ٢ ، -١)

∴ معادلته (٢ ، ٣ ، -٥) . $\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، ٣ ، -٥) . (-٢ ، ٢ ، -١)

∴ ٢ س + ٣ ص - ٥ ع = ٧

---

٤ (ج)

الحل:

$\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{١٠ (جتا \frac{\pi}{٢} + ت جا \frac{\pi}{٢})}{٢ (جتا \theta + ت جا \theta)}$

$= ٥ (جتا (\frac{\pi}{٢} - \theta) + ت جا (\frac{\pi}{٢} - \theta))$

---

٥ (أ)

الحل:

∵ المستقيمين متعامدين

∴ $\overrightarrow{ى_١} . \overrightarrow{ى_٢}$ = صفر

∴ (-١ ، ٣ ، ٤) . (م ، ن ، ١) = ٠

∴ - م + ٣ ن + ٤ = ٠

∴ ٣ ن - م = -٤

---

٦ (أ)

الحل:

∵ $\overrightarrow{أ}$ = (-٢ ك ، ٢ ك ، ك)

∴ $\overrightarrow{ى} = \frac{(-٢ ك ، ٢ ك ، ك)}{\sqrt{٤ ك^٢ + ٤ ك^٢ + ك^٢}} = (\frac{-٢}{٣} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{١}{٣})$

∴ جيوب تمام الاتجاه للمتجه $\overrightarrow{أ}$ هو $(\frac{-٢}{٣} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{١}{٣})$

---

٧ (ج)

---

٨ (ب)

الحل:

∵ معامل $ح_{ر+٢}$ = معامل $ح_{ر+٤}$

∴ $^{٢٠}ق_{ر+١} = {}^{٢٠}ق_{ر+٣}$

∴ ر + ١ = ر + ٣ ومنها ١ = ٣ (مرفوض)

أو ر + ١ + ر + ٣ = ٢٠ ∴ ر = ٨

---

٩ (ب)

الحل: المحدد = $\begin{vmatrix} ١ & \omega & \omega - ١ \\ ١ & -١ & \omega + ١ \\ ١ & \omega & \omega \end{vmatrix}$

(بإجراء $ص_٢ - ص_١$ ، $ص_٣ - ص_١$)

∴ المحدد = $\begin{vmatrix} ١ & \omega & \omega - ١ \\ ٠ & -١ - \omega & ٢ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$

$= ١ \times (-١ - \omega) \times ١ = \omega^٢$

---

١٠ (أ)

الحل:

المستقيم : ٢ س - ٤ = $\frac{٢ ص - ٨}{٣} = \frac{٢ ع - ١٤}{٥}$

بالقسمة على ٢

ل : $\frac{س - ٢}{١} = \frac{ص - ٤}{٣} = \frac{ع - ٧}{٥}$

∴ $\overrightarrow{ى}$ = (١ ، ٣ ، ٥) ويمر بالنقطة ب (٢ ، ٤ ، ٧)

أى أن البعد العمودى = صفر

---

١١ (ج)

الحل:

∵ $\overrightarrow{ى_١}$ = (٠ ، ٠ ، ١) ، $\overrightarrow{ى_٢}$ = (١ ، ٠ ، $\sqrt{٣}$)

∴ جتا $\theta = \frac{|(٠ ، ٠ ، ١) . (١ ، ٠ ، \sqrt{٣})|}{\sqrt{٠ + ٠ + ١} \sqrt{١ + ٠ + ٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ $\theta = ٣٠^\circ$

---

١٢ (د)

الحل:

∵ ء منتصف $\overline{ب ج}$ = $(\frac{٢ + ٠}{٢} ، \frac{٣ + ٣}{٢} ، \frac{٧ + ١}{٢})$

= (١ ، ٣ ، ٤)

∴ طول $\overline{أ ء} = \sqrt{(٣ - ١)^٢ + (١ - ٣)^٢ + (٥ - ٤)^٢}$

$= \sqrt{٤ + ٤ + ١}$ = ٣ وحدة طول

---

١٣ (أ)

الحل:

∵ $ح_١$ ، $ح_٥$ ، $ح_٧$ ، $ح_٦$ متناسبة

∴ $\frac{ح_٥}{ح_٤} = \frac{ح_٧}{ح_٦}$

∴ $\frac{٨ - ٤ + ١}{٤} \times \frac{\sqrt{س}}{\frac{١}{س}} = \frac{٨ - ٦ + ١}{٦} \times \frac{\frac{١}{س}}{\sqrt{س}}$

وبالضرب × $\frac{\sqrt{س}}{س}$

∴ ٤ س = $\frac{١}{٢} (\frac{١}{س^٢})$

∴ $س^٣ = \frac{١}{٨}$ ∴ س = $\frac{١}{٢}$

---

١٤ (د)

الحل:

$ع_١ + ع_٢ = هـ^{٥ + ك \pi ت} + هـ^{(٥ + ك ت) \pi}$

$= هـ^{٥ + ك \pi ت} + هـ^{٥ \pi + \pi ك ت}$

$= (هـ^٥ + هـ^{٥ \pi}) هـ^{(ك \pi) ت}$

فإن سعة ($ع_١ + ع_٢$) هى ك π

، ∵ ك ∈ $]\frac{-١}{٢} ، \frac{١}{٢}[$

∴ السعة ∈ $]\frac{-\pi}{٢} ، \frac{\pi}{٢}[$

∴ السعة يمكن أن تكون $\frac{-\pi}{٦}$

---

١٥ (أ)

الحل:

العدد المركب هو $\sqrt{ك} - ت \sqrt{ك}$

∴ ل = $\sqrt{(\sqrt{ك})^٢ + (-\sqrt{ك})^٢} = \sqrt{٢ ك}$

اتقع فى الربع الرابع ، ظا $\theta = \frac{-\sqrt{ك}}{\sqrt{ك}} = -١$

∴ $\theta = \frac{-\pi}{٤}$

∴ العدد هو $\sqrt{٢ ك}$ $هـ^{\frac{-\pi}{٤} ت}$

---

١٦ (د)

الحل:

∵ $ح_{ر+١} = {}^٧ق_ر (\frac{أ}{س})^ر (س)^{٧ - ر}$

$= {}^٧ق_ر أ^ر س^{٧ - ٢ ر}$

∴ عند ٧ - ٢ ر = ٤ ∴ ر = ١

∴ معامل $س^٤ = {}^٧ق_١ أ^١ = ٤٩$ ∴ أ = ٧

---

١٧ (د)

الحل:

∵ $\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} = \|\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب}\| . \overrightarrow{ى}$

$= ٥ (\frac{٣}{٥} ، ٠ ، \frac{٤}{٥}) = (٣ ، ٠ ، ٤)$

∴ $(٣ \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب}) \times (٤ \overrightarrow{أ} + ٢ \overrightarrow{ب})$

$= \overrightarrow{و} + ٦ \overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} + ٤ \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{و}$

$= ٢ \overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} = ٢ (٣ ، ٠ ، ٤) = (٦ ، ٠ ، ٨)$

---

١٨ (ب)

الحل:

∵ (٠ ، -١ ، ١) هو متجه اتجاه للمستقيم المنصف للزاوية بين $\overleftrightarrow{و ص}$ ، $\overleftrightarrow{و ع}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى

$\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، -١ ، ٤) + ك (٠ ، -١ ، ١)

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (أ)

الحل

$\int ٤$ جا ٢ س . $هـ^{جتا ٢ س}$ ء س

$= -٢ \int -٢$ جا ٢ س . $هـ^{جتا ٢ س}$ ء س $= -٢ . هـ^{جتا ٢ س} + ث$

---

٢ (أ)

الحل

∵ $\int \frac{٢}{ص}$ ء ص = $\int \frac{١}{س}$ ء س

∴ ٢ $لو_هـ$ |ص| = $لو_هـ$ |س| + ث

∴ $لو_هـ ص^٢ = لو_هـ$ |س| + ث

---

٣ (ج)

الحل

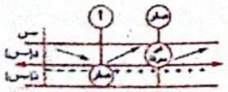
∵ د (س) = $س^٢ + \frac{٢ أ^٣}{س}$

∴ د َ(س) = ٢ س - $\frac{٢ أ^٣}{س^٢} = \frac{٢ س^٣ - ٢ أ^٣}{س^٢}$

وبوضع د َ(س) = ٠

∴ ٢ $س^٣$ - ٢ $أ^٣$ = ٠

∴ س = أ



∴ د (س) تكون تناقصية فى الفترة]-∞ ، أ[

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

④ (ب)

الحل

∵ ع = س + ٢ ∴ س = ع − ٢ ، ءس = ءع

∴ $\int \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^٢ + ٤\text{س} + ٤}\,\text{ءس} = \int \frac{\text{ع} - ٤}{\text{ع}^٢}\,\text{ءع}$

$= \int \left(\frac{١}{\text{ع}} - ٤\,\text{ع}^{-٢}\right)\text{ءع}$

$=$ لوهـ |ع| + ٤ ع$^{-١}$ + ث

$=$ لوهـ |ع| + $\frac{٤}{\text{ع}}$ + ث

---

⑤ (أ)

الحل

∵ ٣ ص^٢ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ٢ س + ١

∴ $\int$ ٣ ص^٢ ءص = $\int$ (٢ س + ١) ءس

∴ ص^٣ = س^٢ + س + ث

∵ س = ١ عند ص = −١

∴ (−١)^٣ = ١ + ١ + ث

∴ ث = −٣

∴ العلاقة هي : ص^٣ = س^٢ + س − ٣

---

⑥ (ب)

الحل

∵ س = ظا (١ + ص) بالاشتقاق بالنسبة لـ س

∴ ١ = قا^٢ (١ + ص) . $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{١}{\text{قا}^٢(١ + \text{ص})} = \frac{١}{١ + \text{ظا}^٢(١ + \text{ص})} = \frac{١}{١ + \text{س}^٢}$

∴ عند س = ٢ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ٠.٢

---

⑦ (جـ)

الحل

∵ ٢ س + ١ = جا ص بالاشتقاق بالنسبة لـ س

∴ ٢ = جتا ص . $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{٢}{\text{جتا ص}}$

، ∵ المماس // محور الصادات

∴ المقام = ٠ ∴ جتا ص = ٠

∴ ص = $\frac{\pi}{٢}$ + ن π حيث ن ∈ ص

، ∵ جميع النقط المعطاة بالاختيارات فيها ص ∈ [٠ ، π]

∴ ص = $\frac{\pi}{٢}$

∴ ٢ س + ١ = جا $\frac{\pi}{٢}$ ، منها س = ٠

∴ النقطة هي : (٠ ، $\frac{\pi}{٢}$)

---

⑧ (ب)

الحل

∵ س = هـ$^{\text{ن}}$ ∴ $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = هـ$^{\text{ن}}$

∵ ص = هـ$^{٢\text{ن}+٢}$ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٢ هـ$^{٢\text{ن}+٢}$

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} \div \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}} = \frac{٢\,\text{هـ}^{٢\text{ن}+٢}}{\text{هـ}^{\text{ن}}}$ = ٢ هـ$^{\text{ن}+٢}$

عند س = ١ فإن : ن = صفر

ميل المماس عند (س = ١)

هو $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\right)_{\text{س}=١}$ = ٢ هـ^٢

∴ ميل العمودي = $\frac{-١}{٢\,\text{هـ}^٢}$

---

⑨ (ب)

الحل

∵ س^٢ = هـ$^{٢\text{ص}}$ بالاشتقاق بالنسبة لـ س

∴ ٢ س = ٢ هـ$^{٢\text{ص}}$ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{س}}{\text{هـ}^{٢\text{ص}}}$ ∴ س $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{س}^٢}{\text{هـ}^{٢\text{ص}}}$ = ١

---

⑩ (أ)

الحل

الشكل هو معين قطراه ٢ س ، ٢ ص

∴ مساحته م = $\frac{١}{٢}$ (٢ س) (٢ ص) = ٢ س ص

∵ أب = ٥ سم ∴ ص = $\sqrt{٢٥ - \text{س}^٢}$

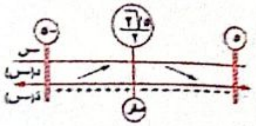
∴ م = ٢ س $\sqrt{٢٥ - \text{س}^٢}$

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءس}}$ = ٢ $\sqrt{٢٥ - \text{س}^٢}$ + ٢ س × $\frac{-٢\text{س}}{٢\sqrt{٢٥ - \text{س}^٢}}$

$= \frac{٢(٢٥ - \text{س}^٢) - ٢\text{س}^٢}{\sqrt{٢٥ - \text{س}^٢}} = \frac{٥٠ - ٤\text{س}^٢}{\sqrt{٢٥ - \text{س}^٢}}$

، بوضع $\frac{\text{ءم}}{\text{ءس}}$ = ٠ ∴ ٥٠ − ٤ س^٢ = ٠

∴ س = $\frac{٥\sqrt{٢}}{٢}$ ويرفض الحل السالب



∴ م تكون أكبر ما يمكن عند س = $\frac{٥\sqrt{٢}}{٢}$ ، ص = $\frac{٥\sqrt{٢}}{٢}$

أي أن : س = ص

---

⑪ (ب)

الحل

د (س) = س لوهـ س

∴ دَ (س) = س × $\frac{١}{\text{س}}$ + لوهـ س = ١ + لوهـ س

، بوضع دَ (س) = ٠ ∴ لوهـ س = −١

∴ س = هـ$^{-١}$

∴ د (هـ) = هـ ، د (هـ$^{-١}$) = − هـ$^{-١}$ ، د (هـ$^{-٢}$) = − ٢ هـ$^{-٢}$

∴ القيمة العظمى المطلقة هي هـ

---

⑫ (ب)

الحل

$\int_{-٣}^{٣}$ (دَ (س) − د (س)) ءس

$= \int_{-٣}^{٣}$ دَ (س) ءس − $\int_{-٣}^{٣}$ د (س) ءس

= [د (س)]$_{-٣}^{٣}$ − ٢ $\int_{٠}^{٣}$ د (س) ءس

= د (٣) − د (−٣) − ٢ × ٥ = د (٣) − د (٣) − ١٠

= −١٠ (لأن د دالة زوجية)

---

⑬ (جـ)

الحل

∵ ص − ١ = هـ$^{\text{س}}$

∴ ص = هـ$^{\text{س}}$ + ١ (لا يقطع محور السينات)

المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{\text{ك}}$ (هـ$^{\text{س}}$ + ١) ءس

= [هـ$^{\text{س}}$ + س]$_{٠}^{\text{ك}}$

= (هـ$^{\text{ك}}$ + ك) − (هـ$^{\text{صفر}}$ + ٠)

= هـ$^{\text{ك}}$ + ك − ١

---

⑭ (أ)

الحل

طول ضلع المربع الصغير بعد الزمن «ن» س = ١ + ن

طول ضلع المربع الكبير بعد الزمن «ن» ص = ٤ − $\frac{١}{٢}$ ن

∴ المساحة «م» = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{٢}$ س × $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{٢}$ ص − $\frac{١}{٢}$ س^٢

= $\frac{١}{٢}$ (س ص − س^٢)

∴ م = $\frac{١}{٢}$ [(١ + ن) (٤ − $\frac{١}{٢}$ ن) − (١ + ن)^٢]

= $\frac{٣}{٤}$ (٢ + ن − ن^٢)

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = $\frac{٣}{٤}$ (١ − ٢ ن) ، بوضع $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = ٠ ∴ ن = $\frac{١}{٢}$

، ∵ $\frac{\text{ء}^٢\text{م}}{\text{ءن}^٢}$ = − $\frac{٣}{٢}$ (سالبة)

∴ م تتوقف لحظيًا عن الزيادة عن ن = $\frac{١}{٢}$

---

⑮ (أ)

الحل

معادلة المنحنى لوص ٤ س = ٢ س ∴ ص$^{٢\text{س}}$ = ٤ س

∴ ٢ س لوهـ ص = لوهـ ٤ س

باشتقاق الطرفين بالنسبة لـ س

∴ ٢ لوهـ ص + ٢ س × $\frac{١}{\text{ص}}$ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = $\frac{١}{\text{س}}$

عند النقطة (١ ، ٢)

∴ ٢ لوهـ ٢ + $\frac{٢ \times ١}{٢}$ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ١

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ١ − ٢ لوهـ ٢

∴ ميل المماس (م) = ١ − ٢ لوهـ ٢

---

⑯ (ب)

الحل

∵ د (س) = ٣ أ س^٣ − ب س − ٥

∴ دَ (س) = ٩ أ س^٢ − ب ، عند س = ١

د لها قيمة عظمى محلية

∴ دَ (١) = صفر ∴ ٩ أ (١) − ب = صفر

∴ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ = ٩

---

⑰ (جـ)

الحل

∵ د (س) = هـ$^{\text{س}}$ (س + ٣)

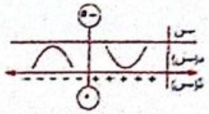
∴ دَ (س) = هـ$^{\text{س}}$ (س + ٣) + هـ$^{\text{س}}$ = هـ$^{\text{س}}$ (س + ٤)

∴ دً (س) = هـ$^{\text{س}}$ (س + ٤) + هـ$^{\text{س}}$ = هـ$^{\text{س}}$ (س + ٥)

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

، بوضع دً(س) = ٠

∴ هـ^س (س + ٥) = ٠ ∴ س = −٥



∴ منحنى الدالة محدب لأسفل فى الفترة]−٥ ، ∞[

١٨ (د)

الحل

منحنى الدالة محدب لأعلى لجميع قيم س ∈ ح − {٢}

فى الشكل (د)

١٩ (جـ)

الحل

∵ $\frac{ء^2 س}{ء ص^2}$ = هـ^(ص+١) بالتكامل بالنسبة للمتغير ص

$\frac{ء س}{ء ص}$ = ∫ هـ^(ص+١) ء ص = هـ^(ص+١) + ث

∵ المماس يوازى المستقيم ص = س − ٢

∴ ميله = ١

∴ $\frac{ء ص}{ء س}$ = ١ منها $\left(\frac{ء س}{ء ص}\right)_{(س ، −١)}$ = ١

∴ ١ = هـ^(−١+١) + ث

∴ ث = صفر

∴ $\frac{ء س}{ء ص}$ = هـ^(ص+١)

∴ ميل المماس للمنحنى عند أى نقطة هو $\frac{ء ص}{ء س}$ = هـ^(−ص−١)

٢٠ (جـ)

الحل

∵ س = $\frac{ن}{٢}$ ∴ ن = ٢ س

∵ ص = (٢ س) − $\frac{(٢ س)^2}{٤}$ = ٢ س − س^٢

، بوضع ص = ٠ ∴ س = ٠ أ، ٢

∴ المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{٢}$ (٢ س − س^٢) ء س

= $\left[س^2 - \frac{١}{٣} س^3\right]_{٠}^{٢}$

= $\left(٤ - \frac{٨}{٣}\right) - (٠) = \frac{٤}{٣}$ وحدة مساحة

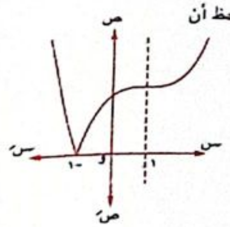
٢١ (أ)

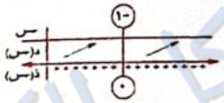
الحل

∵ دً(س) = | ك (س) |

∴ الشكل التالى يوضح منحنى دً(س)

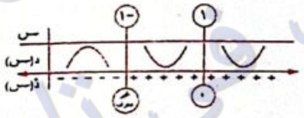
وفى الشكل نلاحظ أن





∴ عند س = −١ يكون دً(س) = ٠

ولكنها ليست قيمة صغرى محلية



∴ عند س = −١ فقط يكون للدالة د نقطة انقلاب

ومنحنى الدالة ليس محدبًا لأعلى فى الفترة]−١ ، ١[

دور أول ٢٠٢٢

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (د)

الحل

ع = ت^٢٢ ÷ ت^٢٤ن × ت^−١٣ = ت^٢ + $\frac{١}{ت^{١٣}}$ = −١ + $\frac{١}{ت}$

= −١ − ت

| ع | = $\sqrt{١+١}$ = $\sqrt{٢}$

، ∵ س < ٠ ، ص < ٠ ∴ θ تقع فى الربع الثالث

∴ θ = −π + ظا^−١ $\left(\frac{ص}{س}\right)$ = −π + ظا^−١ $\left(\frac{−١}{−١}\right)$

= −π + $\frac{π}{٤}$ = $\frac{−٣π}{٤}$

∴ ع = $\sqrt{٢}$ (جتا $\left(\frac{−٣π}{٤}\right)$ + ت جا $\left(\frac{−٣π}{٤}\right)$)

٢ (أ)

الحل

ل١: $\frac{س+١}{٢} = \frac{ص−٢}{٣} = \frac{ع−٣}{٤}$ ∴ $\overrightarrow{هـ_1}$ = (٢ ، ٣ ، ٤)

، ل٢: $\frac{س}{٢} = \frac{ص+١}{٤} = \frac{ع−١}{م}$ ∴ $\overrightarrow{هـ_2}$ = (٣ ، ٤ ، م)

∵ المستقيمان متعامدان ∴ $\overrightarrow{هـ_1} \cdot \overrightarrow{هـ_2}$ = صفر

∴ (٢ ، ٣ ، ٤) · (٣ ، ٤ ، م) = ٠

∴ ٦ + ١٢ + ٤م = ٠ ∴ م = −٤.٥

٣ (جـ)

الحل

ح(ر+١) = ^٢٥قر × $\left(\frac{س^2}{٢}\right)^ر$ × $\left(\frac{٢}{س}\right)^{٢٥−ر}$

= ^٢٥قر × ٢^−ر × ٢^(٢٥−ر) × س^٢ر × س^(ر−٢٥)

= ^٢٥قر × ٢^(٢٥−٢ر) × س^(٣ر−٢٥)

رتبتا الحدان الأوسطان : $\frac{٢٥+١}{٢}$ = ١٣ ، $\frac{٢٥+٣}{٢}$ = ١٤

∴ مجموع معاملى الحدين الأوسطين

= ^٢٥ق١٢ × ٢^(٢٥−٢×١٢) + ^٢٥ق١٣ × ٢^(٢٥−٢×١٣)

= ^٢٥ق١٢ × ٢ + ^٢٥ق١٢ × ٢^−١

= ^٢٥ق١٢ × $\left(٢ + \frac{١}{٢}\right)$ = $\frac{٥}{٢}$ ^٢٥ق١٢

٤ (جـ)

الحل

$\overrightarrow{ن_1}$ = (١ ، ١ ، ٢) ، $\overrightarrow{ن_2}$ = (٢ ، −١ ، ١)

∴ جتا θ = $\frac{|(١ ، ١ ، ٢) \cdot (٢ ، −١ ، ١)|}{\sqrt{١+١+٤} \times \sqrt{٤+١+١}}$ = $\frac{|٢ − ١ + ٢|}{\sqrt{٦} \times \sqrt{٦}}$

= $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ θ = ٦٠°

٥ (د)

الحل

ح(ر+١) = ^٨قر × (ك س^٢)^ر × $\left(\frac{١}{س}\right)^{٨−ر}$

= ^٨قر × ك^ر × س^٢ر × س^(ر−٨)

= ^٨قر × ك^ر × س^(٣ر−٨)

بوضع : ٣ر − ٨ = ٧ ∴ ر = ٥

∴ ح٦ هو الحد المشتمل على س^٧

∴ ^٨ق٥ × ك^٥ = ٥٦ ∴ ك^٥ = ١

∴ ك = ١

٦ (ب)

الحل

ح٤ من البداية = ^٢نق٣ × $\left(\frac{س}{أ}\right)^3$ × $\left(\frac{أ}{س}\right)^{٢ن−٣}$

= ^٢نق٣ × أ^(٢ن−٦) × س^(٦−٢ن)

ح٤ من النهاية فى مفكوك $\left(\frac{أ}{س} + \frac{س}{أ}\right)^{٢ن}$

= ح٤ من البداية فى مفكوك $\left(\frac{س}{أ} + \frac{أ}{س}\right)^{٢ن}$

= ^٢نق٣ × $\left(\frac{أ}{س}\right)^3$ × $\left(\frac{س}{أ}\right)^{٢ن−٣}$

= ^٢نق٣ × أ^(٦−٢ن) × س^(٢ن−٦)

∴ $\frac{^{٢ن}ق_3 × أ^{٢ن−٦} × س^{٦−٢ن}}{^{٢ن}ق_3 × أ^{٦−٢ن} × س^{٢ن−٦}}$ = $\frac{أ^4}{س^4}$

∴ أ^(٤ن−١٢) × س^(١٢−٤ن) = أ^٤ × س^−٤

∴ ٤ن − ١٢ = ٤ ∴ ن = ٤

٧ (ب)

الحل

$\overrightarrow{ن_1}$ = (١ ، م ، ١٦) ، $\overrightarrow{ن_2}$ = (ل ، ٢ ، ٨)

∵ المستويان متوازيان

∴ $\overrightarrow{ن_1} // \overrightarrow{ن_2}$ ∴ $\frac{١}{ل} = \frac{م}{٢} = \frac{١٦}{٨}$

∴ ل م = ٢

٨ (أ)

الحل

معادلة المستقيم هى : $\frac{س−٢}{٣} = \frac{ص−٢}{١} = \frac{ع−٨}{٤}$

المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة (ك ، ٠ ، ٠)

∴ $\frac{ك−٢}{٣} = \frac{٠−٢}{١} = \frac{٠−٨}{٤}$ ∴ ك = −٤

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات هى (−٤ ، ٠ ، ٠)

٩ (أ)

الحل

$\overrightarrow{هـ} \times \overrightarrow{حـ}$ = $(\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب}) \times (\overrightarrow{أ} − \overrightarrow{ب})$

= $\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{أ} − \overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} + \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{أ} − \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{ب}$

= $\overrightarrow{٠} − \overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} − \overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} − \overrightarrow{٠}$ = −٢ $(\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب})$

∴ −٢ $(\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب})$ = ٣ $\overrightarrow{ى}$ ∴ $\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب}$ = −$\frac{٣}{٢}$ $\overrightarrow{ى}$

١٠ (جـ)

الحل

∵ أ(٣ ، ٢ ، ٥) ∴ ب(٣ ، ٢ ، ٠) ، حـ(٣ ، ٠ ، ٥)

∴ $\overrightarrow{ب حـ}$ = $\overrightarrow{حـ} − \overrightarrow{ب}$ = (٣ ، ٠ ، ٥) − (٣ ، ٢ ، ٠)

= (٠ ، −٢ ، ٥)

∴ $\overrightarrow{ب حـ}$ = −٢ $\overrightarrow{ص}$ + ٥ $\overrightarrow{ع}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١١ (أ)

الحل

$ع = \frac{\text{-٧ + ٣٦ ت}}{\text{٥ - ٢ ت}} \times \frac{\text{٥ + ٢ ت}}{\text{٥ + ٢ ت}} = \frac{\text{-٣٥ + ١١٦ ت - ٧٢}}{\text{٢٥ + ٤}}$

$= \frac{\text{-٨٧ + ١١٦ ت}}{\text{٢٩}} = \text{-٣ + ٤ ت}$

∴ جذرا العدد $ع = \sqrt{\text{-٣ + ٤ ت}}$

$= \sqrt{\text{١ + ٤ ت + ٤ ت}^{٢}} = \sqrt{(\text{١ + ٢ ت})^{٢}} = \pm(\text{١ + ٢ ت})$

∴ $\pm$(أ + ب ت) = $\pm$(١ + ٢ ت) ∴ أ = $\pm$١ ، ب = $\pm$٢

∴ أ + ٢ ب = $\pm$٥

١٢ (أ)

الحل

$ع_{١} = \text{جتا}\left(\frac{-\pi}{٢}\right) + \text{ت جا}\left(-\frac{\pi}{٢}\right)$

$ع_{٢} = -\text{ت}$

∴ $\frac{ع_{١}}{ع_{٢}} = \frac{\text{٩ + ١٢ ت}}{\text{-ت}} \times \frac{\text{ت}}{\text{ت}} = \text{٩ ت - ١٢} = \text{٣ (-٤ + ٣ ت)}$

١٣ (جـ)

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\left(\frac{-١}{س^{٢}}\right)^{٤} \times (٢ س)^{ن-٤}$

$= {}^{ن}ق_{٤} \times ٢^{ن-٤} \times س^{ن-١٢}$

∵ ن - ١٢ = ٠ ∴ ن = ١٢

١٤ (د)

الحل

∵ النقطة ب(٣ ، ٢ ، ١) ∋ المستقيم ل

∴ $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ = (٠ ، ٣ ، ٠) − (٣ ، ٢ ، ١) = (-٣ ، ١ ، -١)

، ∵ متجه اتجاه المستقيم $\overrightarrow{ى}$ = (٢ ، -١ ، ٤)

، ∵ $\overrightarrow{\text{ب أ}} \times \overrightarrow{ى} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ -٣ & ١ & -١ \\ ٢ & -١ & ٤ \end{vmatrix}$

$= (٤ - ١)\overrightarrow{س} - (-١٢ + ٢)\overrightarrow{ص} + (٣ - ٢)\overrightarrow{ع}$

$= ٣\overrightarrow{س} + ١٠\overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ع}$

∴ طول العمود = $\frac{\|\overrightarrow{\text{ب أ}} \times \overrightarrow{ى}\|}{\|\overrightarrow{ى}\|} = \frac{\sqrt{٩ + ١٠٠ + ١}}{\sqrt{٤ + ١ + ١٦}}$

$= \sqrt{\frac{١١٠}{٢١}}$

١٥ (جـ)

الحل

∵ حـ ∋ محور الصادات ∴ حـ(٠ ، ص ، ٠)

، ∵ حـ أ = حـ ب

∴ $\sqrt{٤ + (ص + ٥)^{٢} + ٤٩} = \sqrt{١ + (ص - ٣)^{٢} + ٣٦}$

∴ ٥٣ + ~~ص²~~ + ١٠ ص + ٢٥ = ٣٧ + ~~ص²~~ - ٦ ص + ٩

∴ ١٦ ص = -٣٢ ∴ ص = -٢

∴ حـ(٠ ، -٢ ، ٠)

١٦ (أ)

الحل

$ع_{١}$ = ٢ (جتا (-١٥٠°) + ت جا (-١٥٠°))

، $ع_{٢}$ = ٣ (جا (٩٠ + ٦٠°) + ت جتا (٩٠ + ٦٠°))

= ٣ (جتا ٦٠° - ت جا ٦٠°)

= ٣ (جتا (-٦٠°) + ت جا (-٦٠°))

∴ $ع_{١} ع_{٢}$ = ٦ (جتا (-٢١٠°) + ت جا (-٢١٠°))

= ٦ (جتا ١٥٠° + ت جا ١٥٠°)

= ٦ (جتا $\frac{٥}{٦}\pi$ + ت جا $\frac{٥}{٦}\pi$)

∴ $ع_{١} ع_{٢} = ٦ هـ^{\frac{٥}{٦}\pi ت}$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (ب)

الحل

$\int س^{٥} هـ^{س^{٦}+١} ءس = \frac{١}{٦}\int ٦ س^{٥} هـ^{س^{٦}+١} ءس$

$= \frac{١}{٦} هـ^{س^{٦}+١} + ث$

٢ (أ)

الحل

ص َ = ٢ قا ٢ س × ٢ قا ٢ س طا ٢ س = ٤ قا² ٢ س طا ٢ س

∴ $\frac{٢ ص}{ص َ} = \frac{\text{٢ قا}^{٢}\text{ ٢ س}}{\text{٤ قا}^{٢}\text{ ٢ س طا ٢ س}} = \frac{١}{\text{٢ طا ٢ س}} = \frac{١}{٢}$ ظتا ٢ س

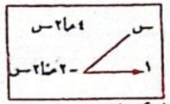
٣ (جـ)

الحل

$\int(٢ س^{٢} - \frac{٣}{س}) ءس = \int ٢ س^{٢} ءس - \int \frac{٣}{س} ءس$

$= س^{٣} - ٣$ لوهـ |س| + ث

٤ (جـ)



الحل

$\int(٤ س \text{ جا ٢ س} - \text{٢ جتا ٢ س}) ءس$

$= \int ٤ س$ جا ٢ س ءس $- \int ٢$ جتا ٢ س ءس

$= -٢ س$ جتا ٢ س + $\int$ ~~٢ جتا ٢ س ءس~~ $- \int$ ~~٢ جتا ٢ س ءس~~

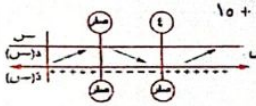
$= -٢ س$ جتا ٢ س + ث

٥ (أ)

الحل

∵ د(س) = س³ - ٦ س² + ١٥

∴ دَ(س) = ٣ س² - ١٢ س



بوضع دَ(س) = ٠ :

∴ ٣ س² - ١٢ س = ٠ ∴ س (س - ٤) = ٠

∴ س = ٠ أو س = ٤ ∴ الدالة تناقصية فى]٠ ، ٤[

٦ (ب)

الحل

∵ $\int_{-١}^{٧}$ [د(س) - ٢ س] ءس = ٢٢

∴ $\int_{-١}^{٧}$ د(س) ءس - $\int_{-١}^{٧}$ ٢ س ءس = ٢٢

∴ $\int_{-١}^{٧}$ د(س) ءس - $[س^{٢}]_{-١}^{٧}$ = ٢٢

∴ $\int_{-١}^{٧}$ د(س) ءس - (٤٩ - ١) = ٢٢

∴ $\int_{-١}^{٧}$ د(س) ءس = ٧٠

∴ $\int_{-١}^{٧}$ [٢ د(س) + س] ءس

= ٢ $\int_{-١}^{٧}$ د(س) ءس + $\int_{-١}^{٧}$ س ءس

= ٢ × ٧٠ + $[\frac{١}{٢} س^{٢}]_{-١}^{٧}$ = ١٤٠ + $(\frac{٤٩}{٢} - \frac{١}{٢})$ = ١٦٤

٧ (أ)

الحل

∵ ٢ س ص + π جا ص = ٢ π "بالاشتقاق بالنسبة إلى س"

∴ ٢ ص + ٢ س × $\frac{ءص}{ءس}$ + π × $\frac{ءص}{ءس}$ جتا ص = ٠

عند النقطة $(١ ، \frac{\pi}{٢})$:

∴ ٢ $(\frac{\pi}{٢})$ + ٢ (١) × $\frac{ءص}{ءس}$ + π × $\frac{ءص}{ءس}$ × جتا $\frac{\pi}{٢}$ = ٠

∴ π + ٢ $\frac{ءص}{ءس}$ + π $\frac{ءص}{ءس}$ × صفر = ٠

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{-\pi}{٢}$

٨ (د)

الحل

∵ $\frac{ءص_{١}}{ءس}$ = - أ هـ^{-س} ، $\frac{ءص_{٢}}{ءس}$ = ب هـ^{س}

، ∵ المنحنيان متقاطعان على التعامد

∴ - أ هـ^{-س} × ب هـ^{س} = -١ ∴ أ ب = ١

٩ (د)

الحل

∵ د (س) = $(س^{٢} - ٦ س)^{\frac{١}{٣}}$

∴ دَ (س) = $\frac{١}{٣}(س^{٢} - ٦ س)^{-\frac{٢}{٣}}$ (٢ س - ٦)

$= \frac{٢ (س - ٣)}{٣ \sqrt[٣]{(س^{٢} - ٦ س)^{٢}}}$

دَ (س) = ٠ عندما س - ٣ = ٠ ∴ س = ٣

، دَ (س) غير معرفة عندما $(س^{٢} - ٦ س)^{٢}$ = ٠

∴ س² - ٦ س = ٠ ∴ س (س - ٦) = ٠

∴ س = ٠ ، س = ٦

∴ الدالة د لها ٣ نقاط حرجة عند س = ٣ ، س = ٠ ، س = ٦

١٠ (ب)

الحل

∵ هـ^{ص} - هـ س = ٠

∴ هـ^{ص} = هـ س "بالاشتقاق بالنسبة إلى س"

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ هـ^{ص} = هـ × ١ ∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{هـ}{هـ^{ص}} = \frac{هـ}{هـ س} = \frac{١}{س}$

١١ (د)

الحل

بوضع ص = ٠ ∴ $\sqrt{س - ٣}$ = ٠ ∴ س = ٣

∴ $\int_{٣}^{أ+٣} \sqrt{س - ٣}\ ءس = \frac{١٦}{٣}$

∴ $\int_{٣}^{أ+٣} (س - ٣)^{\frac{١}{٢}} ءس = \frac{١٦}{٣}$

∴ $[\frac{٢}{٣}(س - ٣)^{\frac{٣}{٢}}]_{٣}^{أ+٣} = \frac{١٦}{٣}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$\therefore \frac{2}{3}(أ + ٢ - ٣)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}(٢ - ٣)^{\frac{3}{2}} = \frac{16}{3}$

$\therefore (أ - ١)^{\frac{3}{2}} = ٨ \quad \therefore أ = ٥$

(١٢) جـ

الحل

$د'(س) = \frac{٢س(٣ - س) - (-١) \times س^2}{(٣ - س)^2}$

$= \frac{٦س - ٢س^2 + س^2}{(٣ - س)^2} = \frac{٦س - س^2}{(٣ - س)^2}$

$د'(س) = ٠$ عندما $٦س - س^2 = ٠ \quad \therefore س(٦ - س) = ٠$

$\therefore س = ٠ \quad ، \quad س = ٦ \notin [-١ ، ٢]$

$د'(س)$ غير معرفة عندما $(٣ - س)^2 = ٠$

$\therefore س = ٣ \notin [-١ ، ٢]$

∴ د لها نقط حرجة عند س = ٠

$\because د(٠) = \frac{٠}{٣ - ٠} + ١ = ١ \quad ، \quad د(-١) = \frac{١}{١ + ٣} + ١ = \frac{٥}{٤}$

$، \ د(٢) = \frac{٤}{٣ - ٢} + ١ = ٥$ ∴ القيمة العظمى المطلقة للدالة = ٥

(١٣) ب

الحل

∵ د دالة زوجية متصلة في الفترة [−٣ ، ٣]

$\because \int_{-٣}^{٣} د(س)\,ءس = ٢ \int_{٠}^{٣} د(س)\,ءس = ٢٠$

$\therefore \int_{٠}^{٣} د(س)\,ءس = ١٠$

$\therefore \int_{٢}^{٣} د(س)\,ءس = \int_{٠}^{٣} د(س)\,ءس - \int_{٠}^{٢} د(س)\,ءس$

$= ١٠ - ٨ = ٢$

(١٤) أ

الحل

بعد ن ثانية:

أجـ = (٦ + ن) سم ، ب ء = $(٨ - \frac{1}{2} ن)$ سم

مساحة الشكل م ب ء هـ (م) = $\frac{1}{4}$ مساحة المعين أ ب جـ ء

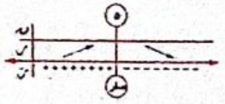
$\therefore م = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times (٦ + ن) \times (٨ - \frac{1}{2} ن)$

$= \frac{1}{8}(٤٨ + ٥ن - \frac{1}{2} ن^2)$

$\therefore م' = \frac{1}{8}(٥ - ن)$

∴ م' = صفر عند ٥ − ن = ٠

∴ ن = ٥ ث



∴ المساحة تتوقف لحظيًا عن الزيادة في نهاية الثانية الخامسة

(١٥) ب

الحل

$\int \frac{٢}{(٢ جتا^2 س - ١)^2 (١ + ظا ٢س)} ءس$

$= \int \frac{٢}{جتا^2 ٢س (١ + ظا ٢س)} ءس = \int \frac{٢ قا^2 ٢س}{١ + ظا ٢س} ءس$

$= لو_{هـ} |١ + ظا ٢س| + ث$

(١٦) جـ

(١٧) أ

الحل

$\because د(س) = \frac{هـ^{٢س} + ١}{هـ^{س}} = هـ^{س} + \frac{١}{هـ^{س}}$

$\therefore د'(س) = هـ^{س} - \frac{١}{هـ^{س}}$

بوضع د'(س) = ٠ $\therefore هـ^{س} - \frac{١}{هـ^{س}} = ٠$

$\therefore هـ^{٢س} - ١ = ٠ \quad \therefore هـ^{٢س} = ١$

∴ ٢ س = ٠ ∴ س = ٠

$\because د''(س) = هـ^{س} + \frac{١}{هـ^{س}}$

$\therefore د''(٠) = هـ^{٠} + \frac{١}{هـ^{٠}} = ٢ > ٠$

∴ الدالة د لها قيمة صغرى محلية عند س = ٠

$، \because د(٠) = هـ^{٠} + \frac{١}{هـ^{٠}} = ٢$

∴ النقطة (٠ ، ٢) صغرى محلية.

(١٨) د

الحل

عند س = هـ ∴ ص = هـ

$\therefore هـ^{ص - هـ} = ١ \quad \therefore ص - هـ = ٠$

∴ ص = هـ ∴ النقطة (هـ ، هـ) ∈ المنحنى

∵ معادلة المنحنى هي: $س^{ص - س} = ١$

$\therefore لو_{هـ} س^{ص - س} = لو_{هـ} ١$

$\therefore (ص - س) لو_{هـ} س = ٠$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore (\frac{ءص}{ءس} - ١) لو_{هـ} س + (ص - س) \times \frac{١}{س} = ٠$

عند النقطة (هـ ، هـ) الواقعة على المنحنى:

$(\frac{ءص}{ءس} - ١) لو_{هـ} هـ + (هـ - هـ) \times \frac{١}{هـ} = ٠$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} - ١ = ٠ \quad \therefore \frac{ءص}{ءس} = ١$

∴ ميل المماس للمنحنى = ١ ∴ ميل العمودي = −١

∴ معادلة العمودي هي: $\frac{ص - هـ}{س - هـ} = -١$

∴ ص − هـ = − س + هـ ∴ ص + س = ٢ هـ

(١٩) د

الحل

$\because د(س) = أ س^3 - ٢ س^2 + ٤$

$\therefore د'(س) = ٣ أ س^2 - ٤ س$

$\therefore د''(س) = ٦ أ س - ٤$

بوضع د''(س) = ٠ ∴ ٦ أ س − ٤ = ٠ $\therefore س = \frac{٢}{٣أ}$

، ∵ المنحنى له نقطة انقلاب عند س = $\frac{١}{٣}$

$\therefore \frac{٢}{٣أ} = \frac{١}{٣} \quad \therefore أ = ٢$

$\therefore د(س) = ٢ س^3 - ٢ س^2 + ٤$

∴ د(١) = ٢ − ٢ + ٤ = ٤

$، د'(س) = ٦ س^2 - ٤ س$ ∴ د'(١) = ٦ − ٤ = ٢

$\therefore \frac{د(١)}{د'(١)} = \frac{٤}{٢} = ٢$

(٢٠) أ

الحل

$\frac{ءص}{ءس} = هـ^{جتا س} جا س \quad \therefore ص = \int هـ^{جتا س} جا س\, ءس$

$\therefore ص = - \int (- جا س)\, هـ^{جتا س}\, ءس$

$= - هـ^{جتا س} + ث$

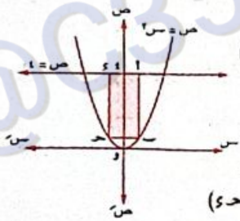
$، \because د(٠) = هـ \quad \therefore هـ = - هـ^{جتا ٠} + ث \quad \therefore ث = ٢ هـ$

$\therefore د(س) = - هـ^{جتا س} + ٢ هـ$

$\therefore د(\frac{\pi}{2}) = - هـ^{جتا \frac{\pi}{2}} + ٢ هـ = -١ + ٢ هـ$

(٢١) جـ

الحل



ب(س ، س²) ، أ(س ، ٤)

حيث س > ٠

∴ ب جـ = ٢ س وحدة طول

∴ أ ب = ٤ − س² وحدة طول

∴ م = (مساحة المستطيل أ ب جـ ء)

$= ٢ س (٤ - س^2)$

$\therefore م = ٨ س - ٢ س^3$

$\therefore \frac{ءم}{ءس} = ٨ - ٦ س^2 \quad ، \quad \frac{ء^2م}{ءس^2} = -١٢ س$

بوضع $\frac{ءم}{ءس} = ٠ \quad \therefore ٨ - ٦ س^2 = ٠$

$\therefore س^2 = \frac{٤}{٣} \quad \therefore س = \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (والسالب مرفوض)

$\because \left(\frac{ء^2م}{ءس^2}\right)_{س = \frac{٢}{\sqrt{٣}}} = -١٢ \times \frac{٢}{\sqrt{٣}} = -٨\sqrt{٣} < ٠$

∴ المساحة لها قيمة عظمى عند $س = \frac{٢}{\sqrt{٣}}$

∴ القيمة العظمى للمساحة $= ٨ \times \frac{٢}{\sqrt{٣}} - ٢ \times \left(\frac{٢}{\sqrt{٣}}\right)^3$

$= \frac{٣٢\sqrt{٣}}{٩}$ وحدة مساحة

دور ثان ٢٠٢٢

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

(١) أ

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{٢ن}ق_{ر} \times \left(\frac{١}{٢ س}\right)^{ر} \times (س^2)^{٢ن - ر}$

$= {}^{٢ن}ق_{ر} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{ر} \times س^{٦ن - ٣ر}$

بوضع ٦ ن − ٣ ر = ٠ ∴ ر = ٢ ن

$\therefore ح_{٢ن+١}$ هو الحد الخالي من س

(٢) أ

الحل

∵ ٤ س + ٣ ص + ٦ ع = ١٢

$\therefore \frac{٤ س}{١٢} + \frac{٣ ص}{١٢} + \frac{٦ ع}{١٢} = ١$

$\therefore \frac{س}{٣} + \frac{ص}{٤} + \frac{ع}{٢} = ١$

∴ المستوى يقطع محاور الإحداثيات س ، ص ، ع في النقط

أ(٣ ، ٠ ، ٠) ، ب(٠ ، ٤ ، ٠) ، جـ(٠ ، ٠ ، ٢) على الترتيب

$\therefore \overrightarrow{أب} = (-٣ ، ٤ ، ٠) ، \overrightarrow{أجـ} = (-٣ ، ٠ ، ٢)$

$\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أجـ} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ -٣ & ٤ & ٠ \\ -٣ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$

$= ٨ \overrightarrow{س} + ٦ \overrightarrow{ص} + ١٢ \overrightarrow{ع}$

$\therefore \| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أجـ} \| = \sqrt{٦٤ + ٣٦ + ١٤٤} = ٢\sqrt{٦١}$

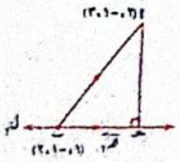
∴ مساحة △ أ ب جـ $= \frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{٦١} = \sqrt{٦١}$ وحدة مساحة

(٣) جـ

الحل

$\because \frac{-٤}{٢} = \frac{-٤}{٢} = \frac{٢}{-١}$

∴ ل // ل



جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

∴ البعد بين المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$ يساوى طول العمود الساقط من النقطة أ (٢ ، −١ ، ٣) على المستقيم $ل_٢$

، $\overrightarrow{\text{ب أ}} = (١ ، ٠ ، ١)$

، $\overrightarrow{\text{ه}_٢} = (٢ ، ٢ ، −١)$

$$\therefore \overrightarrow{\text{ب أ}} \times \overrightarrow{\text{ه}_٢} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ ١ & ٠ & ١ \\ ٢ & ٢ & -١ \end{vmatrix}$$

$$= -٢\overrightarrow{\text{س}} + ٣\overrightarrow{\text{ص}} + ٢\overrightarrow{\text{ع}}$$

$$\text{البعد بين المستقيمين} = \frac{\|\overrightarrow{\text{ب أ}} \times \overrightarrow{\text{ه}_٢}\|}{\|\overrightarrow{\text{ه}_٢}\|} = \frac{\sqrt{٤ + ٩ + ٤}}{\sqrt{٤ + ٤ + ١}}$$

$$= \frac{\sqrt{١٧}}{٣} \text{ وحدة طول.}$$

---

٤ (ج)

الحل

$\overrightarrow{\text{ه}_١} = (٢ ، −٤ ، ٤)$ ، $\overrightarrow{\text{ه}_٢} = (٥ ، −١ ، ٢)$

$$\therefore \text{جتا } \theta = \frac{|(٢ ، -٤ ، ٤) . (٥ ، -١ ، ٢)|}{\sqrt{٤ + ١٦ + ١٦} \times \sqrt{٢٥ + ١ + ٤}} = \frac{١١\sqrt{٣٠}}{٩٠}$$

$\therefore \theta = ٤٧° \ ٩'$

---

٥ (ج)

الحل

أ (٨ ، ٠ ، ٣) ، ح (٠ ، ٧ ، ٣)

$\therefore \overrightarrow{\text{أ ح}} = (٠ ، ٧ ، ٣) - (٨ ، ٠ ، ٣) = (-٨ ، ٧ ، ٠)$

$\therefore \overrightarrow{\text{أ ح}} = -٨\overrightarrow{\text{س}} + ٧\overrightarrow{\text{ص}}$

---

٦ (د)

الحل

$\overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{س}} \times ٢\overrightarrow{\text{ص}} + \overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{ع}} + \overrightarrow{\text{ص}} \times \overrightarrow{\text{ع}}$

$= ٢\overrightarrow{\text{ع}} + ٢(-\overrightarrow{\text{ص}}) + \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{س}} - ٢\overrightarrow{\text{ص}} + ٢\overrightarrow{\text{ع}}$

$$\therefore \text{متجه الوحدة فى اتجاه } \overrightarrow{\text{أ}} = \frac{(١ ، -٢ ، ٢)}{\sqrt{١ + ٤ + ٤}}$$

$$= \left(\frac{١}{٣} ، \frac{-٢}{٣} ، \frac{٢}{٣}\right)$$

---

٧ (أ)

الحل

∵ المستويان متوازيان $\therefore \frac{\text{م}}{٤} = \frac{-١}{-\text{م}} = \frac{٣}{٦}$ ∴ م = ٢

---

٨ (أ)

الحل

$\text{ع} + ٥ = \text{ت} - ٦ + ٥ = -١ + \text{ت}$

$\therefore |\text{ع} + ٥| = \sqrt{١ + ١} = \sqrt{٢}$

، ∵ س < ٠ ، ص > ٠

∴ θ تقع فى الربع الثانى

$\therefore \theta = \pi + \text{ظا}^{-١}\left(\frac{١}{-١}\right) = \frac{٣}{٤}\pi$

$\therefore \text{ع} + ٥ = \sqrt{٢}\left(\text{جتا}\left(\frac{٣}{٤}\pi\right) + \text{ت جا}\left(\frac{٣}{٤}\pi\right)\right)$

---

٩ (أ)

الحل

$\left(\text{س}^٢ + \text{أ س} + \frac{\text{أ}^٢}{٤}\right)^٤ = \left(\text{س} + \frac{\text{أ}}{٢}\right)^٨$

$\therefore \text{معامل ح}_٣ = {}^٨\text{ق}_٢ \times \left(\frac{\text{أ}}{٢}\right)^٢ = ٧\text{أ}^٢$

---

١٠ (ج)

الحل

$\text{ع}_١ = |\text{ع}_١|\left(\text{جتا}(\theta - \pi) + \text{ت جا}(\theta - \pi)\right)$

$\text{ع}_٢ = |\text{ع}_٢|\left(\text{جتا}\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) + \text{ت جا}\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)\right)$

$\therefore \text{ع} = \frac{|\text{ع}_٢|}{|\text{ع}_١|}\left(\text{جتا}\left(\frac{\pi}{٢} + \theta - \theta + \pi\right)\right.$

$\left.+ \text{ت جا}\left(\frac{\pi}{٢} + \theta - \theta + \pi\right)\right)$

$= \frac{|\text{ع}_١|}{٢|\text{ع}_١|}\left(\text{جتا}\left(\frac{٣\pi}{٢}\right) + \text{ت جا}\left(\frac{٣\pi}{٢}\right)\right)$

$= \frac{١}{٢}\left(\text{جتا}\left(\frac{-\pi}{٢}\right) + \text{ت جا}\left(\frac{-\pi}{٢}\right)\right)$

---

١١ (ب)

الحل

$(١ + \text{س})^{٩٩} (١ - \text{س} + \text{س}^٢)^{٩٩}$

$= \left((١ + \text{س})(١ - \text{س} + \text{س}^٢)\right)^{٩٩} = (١ + \text{س}^٣)^{٩٩}$

∵ الحدان الأوسطان متساويان

$\therefore \text{س}^٣ = ١$ ∴ س = ١

---

١٢ (ج)

الحل

$\text{أ ب} = \sqrt{(٣ - ١)^٢ + (٤ - ٢)^٢ + (٨ - ٧)^٢} = ٣$ وحدة طول

، $\text{ب ح} = \sqrt{(١ - ٣)^٢ + (٢ - ٠)^٢ + (٧ - ٦)^٢} = ٣$ وحدة طول

∴ أ ب = ب ح

---

١٣ (د)

الحل

$\because \text{ص} = ٥ ، \frac{\text{س} - ٤}{٢} = \frac{\text{ع} + \frac{١}{٢}}{٢} = \text{ك}$

∴ المعادلات البارامترية للمستقيم هى :

$\text{س} = ٤ + ٢\text{ك} ، \text{ص} = ٥ ، \text{ع} = \frac{-١}{٢} + ٢\text{ك}$

---

١٤ (د)

الحل

$\because \text{ح}_٧ = {}^{\text{ن}+١}\text{ق}_٦ \times \left(\frac{٢}{\text{س}}\right)^٦ \times \text{س}^{\text{ن}+١-٦}$

$= {}^{\text{ن}+١}\text{ق}_٦ \times ٢^٦ \times \text{س}^{\text{ن}-١١}$

∴ ن − ١١ = ٠ ∴ ن = ١١

---

١٥ (د)

الحل

∵ |ع| = ٣

$\therefore \frac{١}{\text{ع}} = \frac{\bar{\text{ع}}}{\text{ع}\bar{\text{ع}}} = \frac{\bar{\text{ع}}}{|\text{ع}|^٢} = \frac{\bar{\text{ع}}}{٩} = \frac{١}{٩}\bar{\text{ع}}$

---

١٦ (ب)

الحل

$\overrightarrow{\text{ه}_١} = (٣ ، \text{ن} ، -\text{ن})$ ، $\overrightarrow{\text{ه}_٢} = (١ ، ٢ ، ٥)$

، ∵ $ل_١ \perp ل_٢$ $\therefore \overrightarrow{\text{ه}_١} . \overrightarrow{\text{ه}_٢} = ٠$

∴ ٣ + ٢ن − ٥ن = ٠ ∴ ن = ١

---

١٧ (ب)

الحل

$\text{ع} - ٢ = \text{ت}(\text{ع} + ٢)$

$\therefore \text{ع} - ٢ = \text{ت ع} + ٢\text{ت}$

$\therefore \text{ع} - \text{ت ع} = ٢ + ٢\text{ت}$

$\therefore \text{ع}(١ - \text{ت}) = ٢(١ + \text{ت})$

$\therefore \text{ع} = \frac{٢(١ + \text{ت})}{(١ - \text{ت})} \times \frac{١ + \text{ت}}{١ + \text{ت}} = \frac{٢(١ + \text{ت})^٢}{٢}$

$\therefore \text{ع} = (١ + \text{ت})^٢$

$\therefore \sqrt{\text{ع}} = \pm(١ + \text{ت})$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (أ)

الحل

$\int \text{س ه}^{\text{س}^٢+١} \text{ ء س} = \frac{١}{٢}\int ٢\text{س ه}^{\text{س}^٢+١} \text{ ء س}$

$= \frac{١}{٢}\text{ه}^{\text{س}^٢+١} + \text{ث}$

---

٢ (د)

الحل

$\int \frac{\text{قا س ظا س}}{٣ + \text{قا س}} \text{ ء س} = \text{لو}_\text{ه} |٣ + \text{قا س}| + \text{ث}$

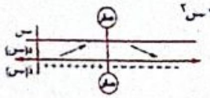
---

٣ (ج)

الحل

$\text{د}'(\text{س}) = ٠ - ٢ \times ٦\text{س ه}^{٣\text{س}^٢}$

$= -١٢\text{س ه}^{٣\text{س}^٢}$



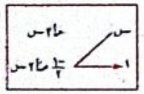
بوضع د'(س) = ٠

$\therefore -١٢\text{س ه}^{٣\text{س}^٢} = ٠$ ∴ س = ٠

∴ الدالة د تناقصية فى الفترة]٠ ، ∞[

---

٤ (ب)



الحل

$\int \text{س جا ٢س ء س}$

$= \frac{-١}{٢}\text{س جتا ٢س} + \int \frac{١}{٢}\text{جتا ٢س ء س}$

$= \frac{-١}{٢}\text{س جتا ٢س} + \frac{١}{٤}\text{جا ٢س} + \text{ث}$

---

٥ (ب)

الحل

$\int_{٠}^{٢\text{ه}} \frac{١}{\text{س} + \text{ه}} \text{ ء س} = [\text{لو}_\text{ه} |\text{س} + \text{ه}|]_{٠}^{٢\text{ه}}$

$= \text{لو}_\text{ه} |٢\text{ه} + \text{ه}| - \text{لو}_\text{ه} |٠ + \text{ه}|$

$= \text{لو}_\text{ه} ٣\text{ه} - \text{لو}_\text{ه} \text{ه}$

$= \text{لو}_\text{ه} \frac{٣\text{ه}}{\text{ه}} = \text{لو}_\text{ه} ٣$

---

٦ (أ)

الحل

$\frac{\text{ء س}}{\text{ء}\theta} = ٣\text{أ قا}^٢\theta \text{ قا}\theta \text{ ظا}\theta = ٣\text{أ قا}^٣\theta \text{ ظا}\theta$

$\frac{\text{ء ص}}{\text{ء}\theta} = ٣\text{أ ظا}^٢\theta \text{ قا}^٢\theta$

كل الكتب والملخصات ابحث فى تليجرام @C355C

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

$\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \frac{\text{١٢ قا}^2\theta \text{ ظا}\theta}{\text{١٢ قا}^2\theta \text{ قا}\theta} = \frac{\text{ظا س}}{\text{قا}\theta} = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} \times \text{جتا}\theta = \text{جا}\theta$

∴ $\left(\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}\right)_{\theta=\frac{\pi}{4}} = \text{جا} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

---

٧ (د)

الحل

عند س = ١ ∴ هـ^ص = ١ ∴ ص = ٠

∴ النقطة (١ ، ٠) تقع على المنحنى

وباشتقاق معادلة المنحنى بالنسبة إلى س

∴ $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} \times \text{هـ}^{\text{ص}} = ٢\text{س}$ ∴ $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \frac{٢\text{س}}{\text{هـ}^{\text{ص}}}$

∴ $\left(\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}\right)_{(١ ، ٠)} = \frac{٢ \times ١}{\text{هـ}^{٠}} = ٢$

∴ ميل المماس للمنحنى عند النقطة (١ ، ٠) = ٢

∴ ميل العمودي عند النقطة (١ ، ٠) = $\frac{-١}{٢}$

∴ معادلة العمودي هي : $\frac{\text{ص} - ٠}{\text{س} - ١} = \frac{-١}{٢}$

∴ ٢ ص = ١ − س

---

٨ (جـ)

الحل

∵ د(س) = لوهـ جا س − لوهـ جتا س

∴ د(س) = لوهـ $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ = لوهـ ظا س

∴ $\text{د}'(\text{س}) = \frac{\text{قا}^2\text{س}}{\text{ظا س}}$ ∴ $\text{د}'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\text{قا}^2 \frac{\pi}{4}}{\text{ظا} \frac{\pi}{4}} = ٢$

---

٩ (ب)

الحل

∵ د(س) = س^٣ + ٣ س^٢ ∴ د′(س) = ٣ س^٢ + ٦ س

∴ د″(س) = ٦ س + ٦

بوضع د′(س) = ٠ ∴ ٣ س^٢ + ٦ س = ٠

∴ س (س + ٢) = ٠ ∴ س = ٠ أو س = −٢

، ∵ د″(٠) = ٦ (٠) + ٦ = ٦ > ٠

∴ الدالة د لها قيمة صغرى محلية عند س = ٠

، ∵ د″(−٢) = ٦ (−٢) + ٦ = −٦ < ٠

∴ الدالة د لها قيمة عظمى محلية عند س = −٢

، ∵ د(−٢) = (−٢)^٣ + ٣ (−٢)^٢ = ٤

∴ الدالة لها قيمة عظمى محلية عند النقطة (−٢ ، ٤)

---

١٠ (أ)

الحل

د′(س) = − س^٢ − ٢ س = − س (س + ٢)

بوضع د′(س) = ٠ ∴ س = ٠ أو س = −٢

، ∵ د(٠) = $-\frac{١}{٣}$ (٠)^٣ − (٠)^٢ + ٩ = ٩

، د(−٢) = $-\frac{١}{٣}$ (−٢)^٣ − (−٢)^٢ + ٩ = $\frac{٢٣}{٣}$

، د(−٣) = $-\frac{١}{٣}$ (−٣)^٣ − (−٣)^٢ + ٩ = ٩

، د(٣) = $-\frac{١}{٣}$ (٣)^٣ − (٣)^٢ + ٩ = −٩

∴ القيمة الصغرى المطلقة = −٩

---

١١ (جـ)

الحل

∵ د دالة زوجية

∴ $\int_{-\text{ك}}^{\text{ك}} \text{د(س) ء س} = ٢ \int_{٠}^{\text{ك}} \text{د(س) ء س} = ٤$

∴ $\int_{-\text{ك}}^{\text{ك}} [\text{د(س)} - ٢\text{س}] \text{ ء س}$

$= \int_{-\text{ك}}^{\text{ك}} \text{د(س) ء س} - \int_{-\text{ك}}^{\text{ك}} ٢\text{س ء س}$

$= ٤ - [\text{س}^2]_{-\text{ك}}^{\text{ك}}$

$= ٤ - ((\text{ك})^2 - (-\text{ك})^2) = ٤$

---

١٢ (أ)

الحل

∵ ص − ٣ = هـ^س ∴ ص = هـ^س + ٣

∴ مساحة المنطقة = $\int_{٠}^{١} (\text{هـ}^{\text{س}} + ٣) \text{ ء س}$

$= [\text{هـ}^{\text{س}} + ٣\text{س}]_{٠}^{١}$

= (هـ + ٣) − (١ + ٠) = هـ + ٢

---

١٣ (ب)

الحل

∵ ص^٢ + س^٢ + ٢ س = ٧

∴ $٢\text{ص} \frac{\text{ء ص}}{\text{ء ن}} + ٢\text{س} \frac{\text{ء س}}{\text{ء ن}} + ٢ \frac{\text{ء س}}{\text{ء ن}} = ٠$

∴ $\text{ص} \frac{\text{ء ص}}{\text{ء ن}} + \text{س} \frac{\text{ء س}}{\text{ء ن}} + \frac{\text{ء س}}{\text{ء ن}} = ٠$

عند النقطة (١ ، ٢) :

$٢ \times \frac{\text{ء ص}}{\text{ء ن}} + ١ \times ٣ + ٣ = ٠$ ∴ $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء ن}} = -٣$

---

١٤ (د)

الحل

∵ س^(ص + س) = ١ ∴ لوهـ س^(ص + س) = ٠

∴ (ص + س) لوهـ س = ٠ (١)

، عند س = هـ ∴ (ص + هـ) لوهـ هـ = ٠ ∴ ص = − هـ

وباشتقاق العلاقة (١) بالنسبة إلى س :

∴ (ص′ + ١) لوهـ س + (ص + س) × $\frac{١}{\text{س}}$ = ٠

عند النقطة (هـ ، − هـ) :

∴ (ص′ + ١) لوهـ هـ + (− هـ + هـ) × $\frac{١}{\text{هـ}}$ = ٠

∴ ص′ = −١

∴ ميل المماس للمنحنى عند النقطة (هـ ، − هـ) = −١

∴ معادلة المماس هي : $\frac{\text{ص} + \text{هـ}}{\text{س} - \text{هـ}} = -١$

∴ ص + هـ = − س + هـ ∴ ص + س = ٠

---

١٥ (جـ)

الحل

∵ د(س) = لوهـ س − (لوهـ س)^٢

∴ د′(س) = $\frac{١}{\text{س}}$ − ٢ لوهـ س × $\frac{١}{\text{س}}$

= $\frac{١}{\text{س}} - \frac{٢}{\text{س}}$ لوهـ س

∴ د″(س) = $\frac{-١}{\text{س}^2} - \frac{-٢}{\text{س}^2}$ لوهـ س − $\frac{٢}{\text{س}} \times \frac{١}{\text{س}}$

= $\frac{-٣}{\text{س}^2} + \frac{٢}{\text{س}^2}$ لوهـ س

∴ د″(١) = −٣ + ٢ لوهـ ١ = −٣

---

١٦ (د)

الحل

د(س) = $\frac{\text{س} + ١}{\text{س}} = ١ + \frac{١}{\text{س}}$

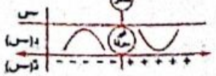
∴ د′(س) = ٠ + $\frac{-١}{\text{س}^2} = \frac{-١}{\text{س}^2}$ = − س^−٢

، د″(س) = ٢ س^−٣ = $\frac{٢}{\text{س}^3}$

د″(س) غير معرفة عند س = ٠ ، ٠ ∌ مجال الدالة د

، د″(س) < ٠ لكل س ∈]−∞ ، ٠[

∴ المنحنى محدب لأعلى في الفترة]−∞ ، ٠[



---

١٧ (ب)

الحل

∵ د″(س) > ٠ لكل س ∈]−∞ ، ٠[

∴ منحنى الدالة د محدب لأسفل في الفترة]−∞ ، ٠[

∴ العبارة (ب) خطأ.

---

١٨ (د)

الحل

د(س) = $\int (٤\text{س}^3 - ١٢\text{س}^2) \text{ ء س}$

∴ د(س) = س^٤ − ٤ س^٣ + ث

، ∵ النقطة (٣ ، −٢٧) تقع على منحنى الدالة د

∴ د(٣) = −٢٧ ∴ (٣)^٤ − ٤ (٣)^٣ + ث = −٢٧

∴ ث = صفر ∴ د(س) = س^٤ − ٤ س^٣

∴ د(١) = (١)^٤ − ٤ (١)^٣ = −٣

---

١٩ (ب)

الحل

∵ ص = جا θ ، س = قتا θ

∴ س ص = جا θ قتا θ = ١ ∴ ص = $\frac{١}{\text{س}}$

∴ مساحة المنطقة = $\int_{١}^{\text{هـ}} \frac{١}{\text{س}} \text{ ء س} = [\text{لوهـ |س|}]_{١}^{\text{هـ}}$

= لوهـ هـ − لوهـ ١

= ١ وحدة مربعة

---

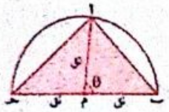
٢٠ (جـ)

الحل

مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ أ م ب + مساحة Δ أ م جـ

∴ م = $\frac{١}{٢}$ نق^٢ جا θ + $\frac{١}{٢}$ نق^٢ جا (١٨٠° − θ)

م = نق^٢ جا θ



، ∵ م = د(θ)

∴ د(θ) = نق^٢ جا θ

∴ د′(θ) = نق^٢ جتا θ

، د″(θ) = − نق^٢ جا θ

بوضع د′(θ) = ٠ ∴ نق^٢ جتا θ = ٠

∴ جتا θ = ٠ ∴ θ = $\frac{\pi}{2}$

، ∵ د″$\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = − نق^٢ جا $\frac{\pi}{2}$ = − نق^٢ < ٠

∴ المساحة أكبر ما يمكن عندما θ = $\frac{\pi}{2}$

، ∵ د$\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = نق^٢ جا $\frac{\pi}{2}$ = نق^٢

∴ أكبر مساحة لسطح المثلث أ ب جـ = نق^٢ وحدة مربعة

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

دور أول ٢٠٢٣

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (ج)

الحل

∵ $\overrightarrow{ن_1} = (١ ، ٢ ، -م)$ ، $\overrightarrow{ن_2} = (م ، ٦ ، -٩)$

، ∵ المستويان متوازيان

∴ $\frac{١}{م} = \frac{٢}{٦} = \frac{-م}{-٩}$ ∴ $م = \frac{٦ \times ١}{٢} = ٣$

٢ (ج)

الحل

∵ $ح_{ر+١} = {}^{١٣}ق_ر \left(\frac{١}{س}\right)^ر (س^٢)^{١٣-ر}$

$= {}^{١٣}ق_ر \, س^{٢٦-٣ر}$

∵ رتبتا الحدين الأوسطين هما : $\frac{١٣+١}{٢} = ٧$ ، $\frac{١٣+٣}{٢} = ٨$

∴ مجموع معاملي الحدين الأوسطين = مجموع معاملي $ح_٧$ ، $ح_٨$

$= {}^{١٣}ق_٦ + {}^{١٣}ق_٧ = {}^{١٤}ق_٧$

٣ (ج)

الحل

∵ $\bar{ع} = -١ + \sqrt{٣}\,ت$ ∴ $ع = -١ - \sqrt{٣}\,ت$

∴ $ل = \sqrt{(-١)^٢ + (-\sqrt{٣})^٢} = ٢$

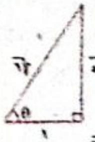
، $\tan \theta = \frac{-\sqrt{٣}}{-١} = \sqrt{٣}$ ∵ س < ٠ ، ص < ٠

∴ $\theta = -\pi + \frac{\pi}{٣} = \frac{-٢\pi}{٣}$

∴ $ع = ٢\left(\cos\left(\frac{-٢\pi}{٣}\right) + ت \sin\left(\frac{-٢\pi}{٣}\right)\right)$

٤ (ج)

الحل



∵ $\overrightarrow{ن_1} = (٢ ، -٢ ، ٤)$ ، $\overrightarrow{ن_2} = (٢ ، ١ ، -٢)$

∴ $\cos\theta = \frac{|(٢ ، -٢ ، ٤) \cdot (٢ ، ١ ، -٢)|}{\sqrt{٤+٤+١٦}\sqrt{٤+١+٤}} = \frac{١}{\sqrt{٦}}$

∴ $\tan\theta = \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{١}} = \frac{\sqrt{٣٠}}{٦}$

٥ (أ)

الحل

∵ $\overrightarrow{أب} = \bar{ب} - \bar{أ} = (-٢ ، ٢ ، ٤)$ ، ∵ $\overrightarrow{أب} \parallel \overrightarrow{حـ ء}$

∴ $(-٢ ، ٢ ، ٤)$ متجه اتجاه المستقيم $\overleftrightarrow{حـ ء}$

∴ $(-١ ، ١ ، ٢)$ متجه اتجاه له أيضًا

∴ الصورة المتجهة لمعادلة المستقيم $\overleftrightarrow{حـ ء}$

هي $\bar{ر} = (-٢ ، -٣ ، ١) + ك(-١ ، ١ ، ٢)$

٦ (ب)

الحل

∵ $\bar{أ} \cdot \bar{ب} \times \bar{حـ} = \begin{vmatrix} م & ٣ & -٢ \\ ٠ & ك & ٤ \\ ٠ & ٠ & ن \end{vmatrix} = م ك ن$

، ∵ حجم متوازي السطوح $= |\bar{أ} \cdot \bar{ب} \times \bar{حـ}| = ٤٠$

∴ $|م ك ن| = ٤٠$ ∴ $م ك ن = \pm ٤٠$

٧ (ب)

الحل

∵ $\left(\frac{٢}{\omega} - ٢ + ٢\omega^٢\right)^٤ = (٢\omega^٢ - ٢ + ٢\omega)^٤$

$= (٢(\omega^٢ + \omega - ١))^٤$

$= (-٢ \times ٢)^٤ = ١٦ \times ١٦$

٨ (ب)

الحل

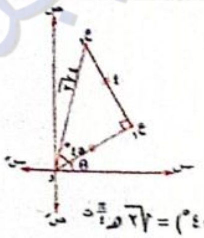
∵ $\bar{ب} = (٦ ، ٨ ، ٠)$ ، $\bar{أ} = (٣ ، ٤ ، ١٢)$

∴ $\overrightarrow{أب} = \bar{ب} - \bar{أ} = (٣ ، ٤ ، -١٢)$

∴ $\|\overrightarrow{أب}\| = \sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢ + (-١٢)^٢} = ١٣$ وحدة طول

٩ (د)

الحل



∵ $ع_١ = ٤(\cos\theta + ت\sin\theta)$

، $ع_٢ = ٤\sqrt{٢}\,(\cos(٤٥° + \theta)$

$+ ت\sin(٤٥° + \theta))$

∴ $\frac{ع_٢}{ع_١} = \sqrt{٢}\,(\cos ٤٥° + ت\sin ٤٥°) = \sqrt{٢}\, هـ^{\frac{\pi}{٤}ت}$

١٠ (ب)

الحل

∵ $ح_{ر+١} = {}^{٣ن}ق_ر \left(\frac{-س^٢}{م}\right)^ر \left(\frac{م}{س^٢}\right)^{٣ن-ر}$

$= (-١)^ر \, {}^{٣ن}ق_ر \, (م)^{٣ن-٢ر} \, س^{٤ر-٦ن}$

∴ $ح_٧ = (-١)^٦ \, {}^{٣ن}ق_٦ \, (م)^{٣ن-١٢} \, س^{٢٤-٦ن}$

، ∵ $ح_٧$ هو الحد الخالي من س

∴ $٢٤ - ٦ن = $ صفر ∴ $ن = ٤$

∴ $ح_٧ = (-١)^٦ \times {}^{١٢}ق_٦ \times م^{صفر} = ٩٢٤$

١١ (ج)

الحل

$ع = ٤(\cos ٣٠° - ت\sin ٣٠°)$

∵ $ع = ٤(\cos(-٩٠° + ٣٠°) + ت\sin(-٩٠° + ٣٠°))$

∴ $ع = ٤(\cos(-٦٠°) + ت\sin(-٦٠°))$

∴ $ع^{\frac{١}{٢}} = ٢\left(\cos\frac{-٦٠° + ٣٦٠°ر}{٢} + ت\sin\frac{-٦٠° + ٣٦٠°ر}{٢}\right)$

حيث ر = ٠ ، ١

، بوضع ر = ٠

∴ $ع^{\frac{١}{٢}} = ٢(\cos(-٣٠°) + ت\sin(-٣٠°)) = ٢\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢}ت\right)$

$= \sqrt{٣} - ت$

، بوضع ر = ١

∴ $ع^{\frac{١}{٢}} = ٢(\cos ١٥٠° + ت\sin ١٥٠°) = ٢\left(-\frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢}ت\right)$

$= -\sqrt{٣} + ت$

حل آخر :

$ع = ٤\left(\cos\frac{\pi}{٦} - ت\sin\frac{\pi}{٦}\right) = ٤\left(\frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}ت\right)$

$= ٢ - ٢\sqrt{٣}\,ت$

، بتربيع الاختيارات نجد أن

$(\sqrt{٣} - ت)^٢ = ٣ - ١ - ٢\sqrt{٣}\,ت = ٢ - ٢\sqrt{٣}\,ت$

∴ الاختيار الصحيح هو (ج)

١٢ (د)

الحل

∵ معادلة المستقيم هي $\frac{س}{١} = \frac{ص}{١} = \frac{ع}{٢}$

متجه اتجاهه $\bar{د} = (١ ، ١ ، ٢)$ ويمر بالنقطة أ (٠ ، ٠ ، ٠)

، ∵ المستوى يمر بالنقطة ب (١ ، ٢ ، ٣)

∴ $\bar{ن}$ متجه اتجاه عمودي على المستوى

$= \overrightarrow{أب} \times \bar{د} = (١ ، ٢ ، ٣) \times (١ ، ١ ، ٢)$

$= \begin{vmatrix} \bar{س} & \bar{ص} & \bar{ع} \\ ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ١ & ٢ \end{vmatrix} = \bar{س} + \bar{ص} - \bar{ع}$

∴ معادلة المستوى هي $(١ ، ١ ، -١) \cdot \bar{ر}$

$= (١ ، ١ ، -١) \cdot (٠ ، ٠ ، ٠)$

أي أن : $\bar{ر} \cdot (١ ، ١ ، -١) = $ صفر

١٣ (أ)

الحل

∵ $ح_{١٥}$ هو الحد الأوسط

∴ عدد الحدود = ١٥ × ٢ − ١ = ٢٩

∴ ن + ٣ = ٢٩ − ١ ∴ ن = ٢٥

، ∵ معامل $ح_{١٦}$ في مفكوك $\left(٢\sqrt{س} - \frac{١}{٢\sqrt{س}}\right)^{٢٨}$

هو ${}^{٢٨}ق_{١٥} \left(-\frac{١}{٢}\right)^{١٥} (٢)^{١٣}$

∴ معامل $ح_{١٦} = -{}^{٢٨}ق_{١٥} \, ٢^{-٢} = -{}^{٢٨}ق_{١٥} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

$= -٤ \times {}^{٢٨}ق_{١٥} = -٤ \times {}^{٢٨}ق_{١٣}$

١٤

∵ أ = (٥ ، −١ ، ٥) نقطة على المستقيم ل

، ∵ $\overrightarrow{أب} = \bar{ب} - \bar{أ} = (٠ ، ٠ ، -٥)$

، $\overrightarrow{أب} \times \bar{د} = \begin{vmatrix} \bar{س} & \bar{ص} & \bar{ع} \\ ٠ & ٠ & -٥ \\ ٢ & ٢ & ١ \end{vmatrix} = ١٠\,\bar{س} - ١٠\,\bar{ص}$

∴ طول العمود $= \frac{\|\overrightarrow{أب} \times \bar{د}\|}{\|\bar{د}\|} = \frac{\sqrt{(١٠)^٢ + (-١٠)^٢}}{\sqrt{(٢)^٢ + (٢)^٢ + (١)^٢}}$

$= \frac{١٠\sqrt{٢}}{٣}$ وحدة طول

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (د)

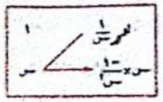
الحل

$\int \frac{١}{٢س + هـ} \, ءس = \frac{١}{٢} \int \frac{٢}{٢س + هـ} \, ءس$

$= \frac{١}{٢} لو_هـ |٢س + هـ| + ث$

٢ (ج)

الحل



$\int لو_هـ \frac{١}{س} \, ءس$

$= س \, لو_هـ \frac{١}{س} + \int ءس$

$= س \, لو_هـ \frac{١}{س} + س + ث = س\left(١ + لو_هـ \frac{١}{س}\right) + ث$

٣ (ب)

الحل

∵ $س^٢ - س ص = ٠$

∴ $٢س - س ص' - ص = $ صفر

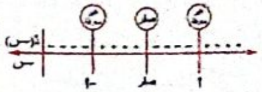
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

، عند النقطة (١ ، ١) : ٢ − صَ − ١ = ٠

∴ صَ = ١

٤ ①

الحل



نتعرف على اشارة

دَ (س) من ميل المماس لمنحنى

دَ (س) وعند تمثيل دً (س) يراعى أن الاشارات السالبة معناها أسفل محور السينات والاشارات الموجبة معناها أعلى محور السينات

∴ الشكل ① يمكن أن يمثل منحنى الدالة دَ (س)

٥ ①

الحل

∵ د (٢ س) = $س^{هـ}$ ∴ ٢ دَ (٢ س) = هـ $س^{هـ - ١}$

بوضع س = ١ ∴ ٢ دَ (٢) = هـ $(١)^{هـ - ١}$

∴ دَ (٢) = $\frac{١}{٢}$ هـ

٦ Ⓓ

الحل

∵ ميل العمودى = قاس قتاس

∴ ميل المماس $\left(\frac{ءص}{ءس}\right) = \frac{-١}{قاس قتاس}$ = − جاس جتاس

= $-\frac{١}{٢}$ جا ٢ س

∴ ص = $\frac{-١}{٢} \int$ جا ٢ س ءس = $\frac{١}{٤}$ جتا ٢ س + ث

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة $\left(\frac{\pi}{٦} ، \frac{-١}{٨}\right)$

∴ $\frac{-١}{٨} = \frac{١}{٤}$ جتا $\left(\frac{\pi}{٣}\right)$ + ث ∴ $-\frac{١}{٨} = \frac{١}{٨}$ + ث

∴ ث = $\frac{-١}{٤}$ ∴ ص = $\frac{١}{٤}$ جتا ٢ س − $\frac{١}{٤}$

ولإيجاد نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات نضع س = ٠

∴ ص = $\frac{١}{٤}$ جتا (صفر) − $\frac{١}{٤}$ = صفر

∴ نقطة التقاطع = (٠ ، ٠)

٧ Ⓒ

الحل

∵ $\int_{-ك}^{ك} (ك + س)^{\frac{١}{٢}}$ ءس = $\frac{٢}{٣}$

∴ $\left[\frac{٢}{٣} (ك + س)^{\frac{٣}{٢}}\right]_{-ك}^{ك} = \frac{٢}{٣}$

∴ $\left[(ك + س)^{\frac{٣}{٢}}\right]_{-ك}^{ك}$ = ١ ∴ $(٢ ك)^{\frac{٣}{٢}}$ = ١

∴ ٢ ك = ١ ∴ ك = $\frac{١}{٢}$

٨ Ⓑ

الحل

∵ ص = أ $هـ^{\frac{ب}{س}}$ ∴ صَ = $\frac{-أب}{س^٢} هـ^{\frac{ب}{س}}$

∴ صً = $\frac{-أب}{س^٢} \times هـ^{\frac{ب}{س}} \times \frac{-ب}{س^٢} + هـ^{\frac{ب}{س}} \times \frac{٢ أب}{س^٣}$

= $\frac{أب^٢}{س^٤} \times هـ^{\frac{ب}{س}} + \frac{٢ أب}{س^٣} \times هـ^{\frac{ب}{س}}$

= $\frac{أب}{س^٤} هـ^{\frac{ب}{س}}$ (ب + ٢ س)

، ∵ (١ ، ١) هى نقطة انقلاب للمنحنى

∴ صً = صفر عند س = ١

∴ أب $هـ^{ب}$ (ب + ٢) = صفر (١)

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ١)

∴ (١ ، ١) تحقق معادلة المنحنى

∴ ١ = أ $هـ^{ب}$ وبالتعويض فى (١)

∴ ب (ب + ٢) = صفر

∴ ب = ٠

(مرفوض لأن الدالة ص تكون ثابتة و ليس لها نقطة انقلاب)

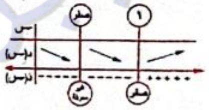
أ، ب = −٢ ∴ ص = أ $هـ^{\frac{-٢}{س}}$

، ∵ (١ ، ١) تحقق المنحنى ∴ ١ = أ $هـ^{-٢}$

∴ أ = $هـ^٢$ ∴ أب = −٢ $هـ^٢$

٩ Ⓑ

الحل



∵ س ص = $هـ^{س}$

∴ ص = $\frac{هـ^{س}}{س}$ ∴ المجال = ح − {٠}

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{س هـ^{س} - هـ^{س}}{س^٢} = \frac{هـ^{س} (س - ١)}{س^٢}$

بوضع $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠ : ∴ س = ١

∴ للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ١

∴ ص = $\frac{هـ}{١}$ = هـ

١٠ Ⓓ

الحل

$\int_{٢}^{٤}$ [د (س) − ٢ ر (س) + ١] ءس

= $\int_{٢}^{٤}$ د (س) ءس − ٢ $\int_{٢}^{٤}$ ر (س) ءس + $\int_{٢}^{٤}$ ١ ءس

= ن − ٢ × − م + $[س]_{٢}^{٤}$ = ن + ٢ م + ٢

١١ Ⓑ

الحل

$\int \frac{جتاس (٢ قتا^٢ س - ١)}{جاس (١ - ٢ جا^٢ س)}$ ءس = $\int \frac{جتاس . جتا ٢ س}{جاس . جتا ٢ س}$ ءس

= $\int \frac{جتاس}{جاس}$ ءس

= لو$_{هـ}$ | جاس | + ث

١٢ ①

الحل

∵ ص = س + لو$_{هـ}$ جتاس

∴ صَ = ١ + $\frac{-جاس}{جتاس}$ = ١ − طاس

، عند س = ٠ فإن : ص = ٠

∴ ميل المماس عند النقطة (٠ ، ٠) = ١

∴ معادلة المماس هى : $\frac{ص - ٠}{س - ٠}$ = ١

اى أن : ص = س

١٣ Ⓒ

الحل

ع = $\frac{٤}{٣}$ π $نق^٣$ ، $\frac{ءع}{ءن}$ = ٤ π $نق^٢ \frac{ءنق}{ءن}$

∴ ٨ نق = ٤ π $نق^٢ \frac{ءنق}{ءن}$ ∴ $\frac{ءنق}{ءن} = \frac{٢}{\pi نق}$ سم/ث

، ∵ م = ٤ π $نق^٢$

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ٨ π نق $\frac{ءنق}{ءن}$ = ٨ π نق × $\frac{٢}{\pi نق}$ = ١٦ $سم^٢$/ث

١٤ ①

الحل

∵ $س^٢ + ص^٢$ = ٥ (بالاشتقاق بالنسبة لـ س)

∴ ٢ $س^٢$ + ٢ ص صَ = صفر

∴ صَ = $\frac{-٢ س^٢}{٢ ص}$ ∴ $[صَ]_{(١ ، ٢)} = \frac{-٣}{٤}$

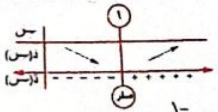
∴ م = $\frac{-٣}{٤}$

١٥ Ⓒ

الحل

د (س) = $\frac{١}{س} هـ^{|س|}$ = $\begin{cases} \frac{١}{س} هـ^{س} & ، س > ٠ \\ \frac{١}{س} هـ^{-س} & ، س < ٠ \end{cases}$

عندما س > ٠



د (س) = $\frac{١}{س} هـ^{س}$

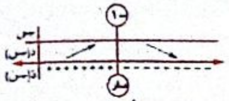
∴ دَ (س) = $\frac{١}{س} هـ^{س} + هـ^{س} \times \frac{-١}{س^٢}$

= $\frac{١}{س^٢} هـ^{س}$ (س − ١)

بوضع دَ (س) = ٠ ∴ س = ١ ، د (١) = هـ

∴ القيمة الصغرى المحلية للدالة د عند س = ١ وتساوى هـ

عندما س < ٠



د (س) = $\frac{١}{س} هـ^{-س}$

∴ دَ (س) = $\frac{-١}{س} هـ^{-س} + هـ^{-س} \times \frac{-١}{س^٢}$

= $\frac{-١}{س^٢} هـ^{-س}$ (س + ١)

بوضع دَ (س) = ٠ ∴ س = −١ ، د (−١) = هـ

∴ القيمة العظمى المحلية للدالة د عند س = −١ وتساوى −هـ

١٦

∵ د (س) = $(س - ٨)^{\frac{٢}{٣}}$ + ١

∴ دَ (س) = $\frac{٢}{٣} (س - ٨)^{-\frac{١}{٣}}$

، ∵ دَ (س) غير معرفة عند س = ٨ ∈ [٠ ، ٩]

، ∵ د (٠) = ٥ ، د (٨) = ١ ، د (٩) = ٢

∴ القيمة الصغرى المطلقة للدالة = ١ عند س = ٨

١٧

∵ المساحة المظللة = $\int_{٠}^{٣}$ ص ءس

= $\int_{٠}^{٣} (هـ^{س} - ١)$ ءس = $[هـ^{س} - س]_{٠}^{٣}$

= $(هـ^٣ - ٣) - (هـ^{صفر} - صفر) = هـ^٣ - ٤$

∴ $أ^٣ - ٤ = هـ^٣ - ٤$ ∴ $أ^٣ = هـ^٣$

∴ أ = هـ

دور ثان ٢٠٢٣

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ Ⓒ

الحل

∵ $ح_{ر + ١} = {}^{٨}ق_{ر} \times \left(\frac{-١}{س}\right)^{ر} (س)^{٨ - ر}$

= $(-١)^{ر} \times {}^{٨}ق_{ر}\ س^{٨ - ٢ ر}$

بوضع ٨ − ٢ ر = ٠

∴ ر = ٤

∴ $ح_{٥}$ هو الحد الخالى من س

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

٢ (د)
الحل
∵ $\overrightarrow{ن_١}$ = (٢ ، ١ ، م) ، $\overrightarrow{ن_٢}$ = (ك ، ١ ، ٦)
∴ المستويان متوازيان.
∴ $\overrightarrow{ن_١}$ // $\overrightarrow{ن_٢}$ ∴ $\frac{٢}{ك} = \frac{١}{١} = \frac{م}{٦}$
∴ ك م = ١٢

٣ (ب)
الحل
ع = ١ (جتا ($\frac{\pi}{٦}$) + ت جا ($\frac{\pi}{٦}$)) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢}$ ت

٤ (أ)
الحل
∵ $\hat{أ} . \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{ح}$ = | م ، −٣ ، ١ ؛ ١ ، ٠ ، −٢ ؛ −٢ ، −١ ، ٤ |
= م (٠ − ٢) + ٣ (٤ − ٤) + (−١ − ٠)
= −٢ م − ١
∵ حجم متوازى السطوح = | $\hat{أ} . \overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{ح}$ |
∴ | −٢ م − ١ | = ٧ ∴ ٢ م + ١ = ± ٧
∴ −٢ م − ١ = ٧ ومنها م = −٤
أو −٢ م − ١ = −٧ ومنها م = ٣

٥ (ب)
الحل
∵ $\overrightarrow{ن_١}$ = (١ ، ٠ ، ١)
، $\overrightarrow{ن_٢}$ = (٣ ، −٦ ، ٦) أى (١ ، −٢ ، ٢)
∴ جتا θ = $\frac{|\overrightarrow{ن_١} . \overrightarrow{ن_٢}|}{\|\overrightarrow{ن_١}\| \|\overrightarrow{ن_٢}\|} = \frac{|١ + ٠ + ٢|}{\sqrt{١ + ٠ + ١}\sqrt{١ + ٤ + ٤}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$
∴ θ = ٤٥°

٦ (أ)
الحل
ع = $\frac{٢}{(١ + \omega)(١ - \omega - \omega^٢)} = \frac{٢}{(-\omega^٢)(١ - (-١))} = -\omega$

٧ (ج)
الحل
∵ متجه اتجاه المستقيم = (٣ ، −١ ، ٤)
ويمر بالنقطة (١ ، −٢ ، ٤)
∴ معادلة المستقيم هى : $\frac{س - ١}{٣} = \frac{ص + ٢}{-١} = \frac{ع - ٤}{٤}$

٨ (ج)
الحل
∵ $\|\hat{أ}\| = \sqrt{(-٣)^٢ + ٠ + (٤)^٢} = ٥$
∴ جيوب تمام زوايا الاتجاه المتجه $\hat{أ}$
هى $\frac{\hat{أ}}{\|\hat{أ}\|} = \frac{١}{٥}$ (−٣ ، ٠ ، ٤) = ($\frac{-٣}{٥}$ ، ٠ ، $\frac{٤}{٥}$)

٩ (د)
الحل
$\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{هـ^{٣ + \frac{\pi}{٢}ت}}{هـ^{٣ - \frac{\pi}{٢}ت}} = هـ^{٣ + \frac{\pi}{٢}ت - ٣ + \frac{\pi}{٢}ت} = هـ^{\pi ت}$
= جتا π + ت جا π = −١

١٠ (ب)
الحل
ع = $\frac{٢ + ٤ت}{٢ - ت} \times \frac{٢ + ت}{٢ + ت} = \frac{٤ + ٢ت + ٨ت - ٤}{٥}$ = ٢ ت
∴ $ع^٦ = (٢ ت)^٦ = ٦٤ ت^٦ = ٦٤ ت^٢ = -٦٤$
= ٦٤ (جتا π + ت جا π)

١١ (أ)
الحل
∵ $(س^٢ - ٦ س + ٩)^{٢١} = ((س - ٣)^٢)^{٢١} = (س - ٣)^{٤٢}$
∴ عدد حدود المفكوك = ٤٣ حدًا

١٢ (ب)
الحل
بفرض نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى هى
(١ + ٢ ك ، −٢ + ٣ ك ، ١ + ٤ ك)
∴ ٢ (١ + ٢ ك) + (−٢ + ٣ ك) − (١ + ٤ ك) = ٥
∴ ٢ + ٤ ك − ٢ + ٣ ك − ١ − ٤ ك = ٥
٣ ك = ٦
∴ ك = ٢
∴ النقطة هى (٥ ، ٤ ، ٩)

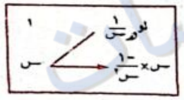
١٣ (ج)
الحل
∵ معامل $ح_{٢ر + ٢}$ = معامل $ح_{ر + ٤}$
∴ $^{١٧}ق_{٢ر + ٢} = {}^{١٧}ق_{ر + ٢}$

∴ ٢ ر + ٢ = ر + ٣
∴ ر = ١ (مرفوض)
أو ٢ ر + ٢ + ر + ٣ = ١٧
∴ ٣ ر + ٥ = ١٧ ∴ ٣ ر = ١٢
∴ ر = ٤ ∴ $\underline{|ر} = \underline{|٤} = ٢٤$

١٤
∵ النقطة ب (١ ، ٢ ، ٥) تقع على المستقيم
∴ $\overrightarrow{ب أ}$ = (٠ ، −٤ ، −٣) ، $\overrightarrow{هـ}$ = (٠ ، ٠ ، ٣)
∴ $\overrightarrow{ب أ} \times \overrightarrow{هـ}$ = | $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ع}$ ؛ ٠ ، −٤ ، −٣ ؛ ٠ ، ٠ ، ٣ | = −١٢ $\overrightarrow{س}$
∴ طول العمود = $\frac{\|\overrightarrow{ب أ} \times \overrightarrow{هـ}\|}{\|\overrightarrow{هـ}\|} = \frac{\sqrt{١٤٤ + ٠ + ٠}}{\sqrt{٠ + ٠ + ٩}}$ = ٤ وحدة طول.

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (د)
الحل
∵ البسط تفاضل المقام
∴ ∫ $\frac{٣ س^٢}{س^٣ + ٤}$ ء س = لوهـ | س^٣ + ٤ | + ث

٢ (ب)
الحل


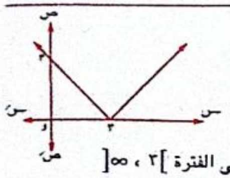
∫ لوهـ $\frac{١}{س}$ ء س
= س لوهـ $\frac{١}{س}$ − ∫ (س^٢ × $\frac{-١}{س^٢}$) ء س
= س لوهـ $\frac{١}{س}$ + ∫ ١ ء س = س لوهـ $س^{-١}$ + س + ث
= س − س لوهـ س + ث = س [١ − لوهـ س] + ث

٣ (أ)
الحل
$\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءθ} \div \frac{ءس}{ءθ}$ = قا^٢ θ ÷ (قا θ طا θ) = $\frac{قا θ}{طا θ} = \frac{١}{جا θ}$
∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{θ = \frac{\pi}{٤}} = \frac{١}{جا \frac{\pi}{٤}} = \sqrt{٢}$

٤ (ج)
الحل
∵ المنحنى محدب لأعلى فى الفترة]− ∞ ، ٠[
∴ دً تكون سالبة فى هذه الفترة
، ∵ المنحنى محدب لأسفل فى الفترة]٠ ، ∞[
∴ دً تكون موجبة فى هذه الفترة

٥ (أ)
الحل
∵ $هـ^{د(س)} = س^٢ - ١$ ∴ د (س) = لوهـ (س^٢ − ١)
∴ دَ (س) = $\frac{٢ س}{س^٢ - ١}$
∴ دَ ($\sqrt{٢}$) = $\frac{٢\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^٢ - ١} = ٢\sqrt{٢}$

٦ (ب)
الحل
ص = ∫ −٦ جتا^٥ س جا س ء س = جتا^٦ س + ث
، ∵ المنحنى يمر بالنقطة ($\frac{\pi}{٢}$ ، ٠)
∴ ث = صفر ∴ ص = جتا^٦ س

٧ (أ)
الحل


من التمثيل البيانى :
نجد أن الدالة تناقصية فى
الفترة]− ∞ ، ٣[وتزايدية فى الفترة]٣ ، ∞[

٨ (د)
الحل
∵ د (س) = س + $\frac{س}{س - ١}$
∴ دَ (س) = ١ + $\frac{(س - ١) - س}{(س - ١)^٢} = ١ - \frac{١}{(س - ١)^٢}$
، دً (س) = ٢ $(س - ١)^{-٣}$
وبوضع دَ (س) = ٠ ∴ $(س - ١)^٢ = ١$
∴ س − ١ = ± ١ ∴ س = ٢ أو صفر
، ∵ دً (٢) > ٠
∴ عند س = ٢ توجد قيمة صغرى محلية
، ∵ دً (٠) < ٠
∴ عند س = ٠ توجد قيمة عظمى محلية

٩ (ج)
الحل
د (س) = ٣ لوهـ (س^٢ + ١) − ٢
∴ دَ (س) = ٣ × $\frac{٢ س}{س^٢ + ١} = \frac{٦ س}{س^٢ + ١}$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

بوضع $د'(س) = ٠$ ∴ $س = ٠$

∴ يوجد للدالة د نقطة حرجة عند $س = ٠$

---

١٠ (أ)

الحل

$\int_{-٢}^{٢} (٥ س^{٤} - جا س)\, ءس = [س^{٥} + جتا س]_{-٢}^{٢}$

$= (٣٢ + جتا(٢)) - (-٣٢ + جتا(-٢)) = ٦٤$

، $\int_{٠}^{٢} ٤ ك س^{٣}\, ءس = [ك س^{٤}]_{٠}^{٢} = ١٦ ك$

∴ $١٦ ك = ٦٤$ ∴ $ك = ٤$

---

١١ (ج)

الحل

$\int \frac{١ - ٢ جا^{٢} س}{٢ جا س جتا س}\, ءس = \int \frac{جتا ٢س}{جا ٢س}\, ءس$

$= \frac{١}{٢} \int \frac{٢ جتا ٢س}{جا ٢س}\, ءس$

$= \frac{١}{٢} لو_{هـ} |جا ٢س| + ث$

---

١٢ (ب)

الحل

بفرض أن حجم المكعب = ح ومساحته الكلية = م

∴ $م = ٦ ل^{٢}$ ∴ $\frac{ءم}{ءن} = ١٢ ل \frac{ءل}{ءن}$

∴ $-\frac{٢٤}{ل} = ١٢ ل \frac{ءل}{ءن}$ ∴ $\frac{ءل}{ءن} = -\frac{٢}{ل^{٢}}$

، ∵ $ح = ل^{٣}$ ∴ $\frac{ءح}{ءن} = ٣ ل^{٢} \frac{ءل}{ءن}$

فى نفس اللحظة يكون $\frac{ءح}{ءن} = ٣ ل^{٢} \times \frac{-٢}{ل^{٢}} = -٦$ سم^{٣}/ث

---

١٣ (د)

الحل

∵ $د(س) = هـ^{س - ٣}$ ∴ $د'(س) = هـ^{س - ٣}$

∴ $د'(٣) = هـ^{٣ - ٣} = ١$

∴ ميل المماس عند النقطة (٣ ، ١) = ١

∴ ميل العمودى عليه $(\overleftrightarrow{أحـ}) = -١$

∴ معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ هى : $\frac{ص - ١}{س - ٣} = -١$

أى أن : $ص = ٤ - س$

---

١٤ (د)

الحل

بفرض أن ع = ص + س

∴ $ع = ٣ س - س^{٤} + س = ٤ س - س^{٤}$

∴ $ع' = ٤ - ٤ س^{٣}$ ، $ع'' = -١٢ س^{٢}$

بوضع $ع' =$ صفر ∴ $٤ (١ - س^{٣}) = ٠$

∴ $س = ١$

، ∵ $[ع'']_{س = ١} = -١٢$

∴ عند $س = ١$ توجد قيمة عظمى

∴ أكبر قيمة لـ ع عند $س = ١$ وتساوى ٣

١٥

∵ $د(س) = س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٩ س + ١$

∴ $د'(س) = ٣ س^{٢} - ٦ س - ٩$

بوضع $د'(س) = ٠$

∴ $٣ (س^{٢} - ٢ س - ٣) = ٠$

∴ $٣ (س + ١)(س - ٣) = ٠$

∴ $س = -١$ أ، $س = ٣$

، ∵ $د(-٣) = -٢٦$ ، $د(-١) = ٦$ ، $د(٣) = -٢٦$

∴ القيمة الصغرى المطلقة. = -٢٦

١٦

مساحة الجزء المظلل = $\int_{-٢}^{٢} س^{٢}\, ءس - \int_{أ}^{صفر} س^{٢}\, ءس$

∴ $[\frac{١}{٣} س^{٣}]_{-٢}^{٢} - [\frac{١}{٣} س^{٣}]_{أ} = \frac{١٥}{٣}$

∴ $\frac{٨}{٣} + \frac{٨}{٣} + \frac{أ^{٣}}{٣} = \frac{١٥}{٣}$ ∴ $\frac{١٦ + أ^{٣}}{٣} = \frac{١٥}{٣}$

∴ $أ^{٣} = -١$ ∴ $أ = -١$

دور أول ٢٠٢٤

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (ب)

الحل

$١ + ω - \frac{١}{ω} = ١ + ω - ω^{٢}$

$= -ω^{٢} - ω^{٢} = -٢ ω^{٢}$

---

٢ (د)

الحل

$ل - ١ = \frac{٥ + ٥}{٢} = ٥$

∴ $ل = ٦$

٣ (ب)

الحل

$\vec{هـ}_{١}$ للمستقيم الأول = (٢ ، ٤ ، ٠) - (٥ ، ١ ، -٢)

$\vec{هـ}_{١} = (-٢ ، ٣ ، ٢)$

$\vec{هـ}_{٢}$ للمستقيم الثانى = (٠ ، م ، ١)

$\vec{هـ}_{١} . \vec{هـ}_{٢} =$ صفر

$-٢ \times ٠ + ٣ م + ٢ = ٠$ ∴ $م = \frac{-٢}{٣}$

---

٤ (أ)

الحل

$ع_{١} ع_{٢} = ٥ \times ٤ (جتا ٩٠° + ت جا ٩٠°)$

∴ مقياس $ع_{١} ع_{٢} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

---

٥ (ج)

الحل

∴ $\vec{مب} = \frac{-١}{٢} \vec{بء}$ ، $\vec{محـ} = \frac{١}{٢} \vec{أحـ}$

$\| \vec{مب} \times \vec{محـ} \| = \| \frac{-١}{٢} \vec{بء} \times \frac{١}{٢} \vec{أحـ} \|$

$= \frac{١}{٤} \| \vec{بء} \times \vec{أحـ} \| = \frac{١}{٤} \times ٢٤ = ٦$

---

٦ (ج)

الحل

$ح_{ك+١} = {}^{١٠}ق_{ك} \times ٢^{١٠ - ك} \times س^{ك}$

ك تقبل القسمة على ٤ عندما تساوى ٠ ، ٤ ، ٨

∴ مجموع معاملات $س^{ك}$

$= {}^{١٠}ق_{٠} \times ٢^{١٠} + {}^{١٠}ق_{٤} \times ٢^{٦} + {}^{١٠}ق_{٨} \times ٢^{٢} = ١٤٦٤٤$

---

٧ (أ)

الحل

السعة الأساسيه = $\frac{-٥ π}{٤} + ٢ π = \frac{٣ π}{٤}$

---

٨ (ج)

الحل

$جتا^{٢} θ + جتا^{٢} \frac{π}{٢} + جتا^{٢} \frac{π}{٤} = ١$

$جتا^{٢} θ + ٠ + \frac{١}{٢} = ١$

$جتا^{٢} θ = \frac{١}{٢}$ ∴ $جتا θ = \pm \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$θ = \frac{π}{٤}$ أ، $θ = \frac{٣ π}{٤}$

٩ (أ)

الحل

$\sqrt[٣]{ع} = \sqrt[٣]{٨} هـ^{(\frac{\frac{π}{٢} + ٢ π ر}{٣}) ت}$

بوضع ر = ٠ $ع_{١} = ٢ هـ^{\frac{π}{٦} ت} = \sqrt{٣} + ت$

بوضع ر = ١ $ع_{٢} = ٢ هـ^{\frac{٥π}{٦} ت} = -\sqrt{٣} + ت$

بوضع ر = -١ $ع_{٣} = ٢ هـ^{\frac{-π}{٢} ت} = -٢ ت$

---

١٠ (ج)

الحل

متجه الاتجاه العمودى على المستوى هو نفسة متجه اتجاه المستقيم المعطى

∴ $\vec{ن} = (-٣ ، -٤ ، ٠)$

معادلة المستوى

$\vec{ن} . \vec{ر} = \vec{ن} . \vec{أ}$

(-٣ ، -٤ ، ٠) . (س ، ص ، ع) = (-٣ ، -٤ ، ٠) . (١ ، ٠ ، ٢)

$-٣ س - ٤ ص = -٣$

$٣ س + ٤ ص - ٣ = ٠$

طول العمود = $\frac{|٣ \times ٠ + ٤ \times ١٢ - ٣|}{\sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}}} = ٩$ وحدة طول

---

١١ (ب)

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \times أ^{ن - ر} س^{ر}$

بوضع ر = ٠ ∴ الحد الخالى من س = ${}^{ن}ق_{٠} أ^{ن} = ٨$

∴ $أ^{ن} = ٨$ (١)

بوضع ر = ١ ∴ معامل س = ${}^{ن}ق_{١} أ^{ن - ١} = ٢٤$

$ن أ^{ن - ١} = ٢٤$ (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) :

$\frac{أ^{ن}}{ن أ^{ن - ١}} = \frac{٨}{٢٤}$ ∴ $\frac{أ}{ن} = \frac{١}{٣}$

---

١٢ (د)

الحل

$ع_{١} = ١ + \sqrt{٣} ت$

$= ٢ (جتا \frac{π}{٣} + ت جا \frac{π}{٣})$

$\frac{ع_{٢}}{ع_{١}} = ٢ (جتا - \frac{٢ π}{٣} + ت جا - \frac{٢ π}{٣}) = ٢ هـ^{\frac{-٢ π}{٣} ت}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

١٣ (أ)

الحل

من معادلتي المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$

نجد أن النقطة (١ ، −١ ، −١) ∈ لكل من $ل_١$ ، $ل_٢$

∴ (١ ، −١ ، −١) هي نقطة تقاطع المستقيمين

متجه اتجاه المستقيم $\frac{٢س+٢}{٤} = \frac{ص-٥}{٣} = \frac{١-ع}{-٣}$

هو (٢ ، ٣ ، ٣)

∴ المعادلة المطلوبة هي $\overrightarrow{ر}$ = (١ ، −١ ، −١) + ك (٢ ، ٣ ، ٣)

١٤

متجه الاتجاه العمودي على المستوى الذي يحوي المستقيمين

$\overrightarrow{ن} = \overrightarrow{ى_١} \times \overrightarrow{ى_٢}$ = (٢ ، ٦ ، −٣)

∴ معادلة المستوى هي $\overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{أ}$

(٢ ، ٦ ، −٣) . (س ، ص ، ع) = (٢ ، ٦ ، −٣) . (٣ ، ٤ ، ٥)

٢ س + ٦ ص − ٣ ع = ١٥

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (أ)

الحل

$دَ(س) = \frac{٢س}{س^٢ - ١}$

$دَ(٢) = \frac{٢ \times ٢}{٢^٢ - ١} = \frac{٤}{٣}$

---

٢ (أ)

الحل

مساحة الجزء المظلل = $\int_{-٢}^{٢} |س^٣| \cdot ءس$

= ٢ $\int_{٠}^{٢} س^٣ \cdot ءس = ٢ \times [\frac{١}{٤} س^٤]_{٠}^{٢}$

= ٢ $[\frac{١}{٤} \times ٢^٤ - \frac{١}{٤} \times ٠]$ = ٨ وحدة مربعة

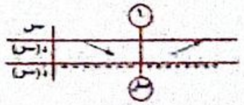
---

٣ (ب)

الحل

دَ(س) = ٢ س − ٢

٢ س − ٢ = ٠ ∴ س = ١



الدالة تناقصية في]−∞ ، ١[

---

٤ (ب)

الحل

٦ = $٢^{د(س)}$ + س بالاشتقاق بالنسبة لـ س

٠ = $٢^{د(س)} \times دَ(س) \times لو_هـ ٢ + ١$

$دَ(س) = \frac{-١}{٢^{د(س)} \times لو_هـ ٢}$

عند س = ٥

٦ = $٢^{د(٥)}$ + ٥ ∴ $٢^{د(٥)}$ = ١

∴ ميل المماس = دَ(٥) = $\frac{-١}{١ \times لو_هـ ٢}$ = − $لو_٢ هـ$

---

٥ (د)

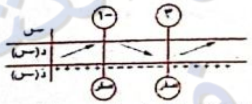
الحل

دَ(س) = $س^٢$ − ٢ س − ٣

بوضع $س^٢$ − ٢ س − ٣ = ٠

(س − ٣) (س + ١) = ٠

∴ س = ٣ أ، س = −١



عند س = −١ الدالة لها قيمة عظمى محلية

د(−١) = $\frac{١}{٣} \times (-١)^٣ - (-١)^٢ - ٣ \times (-١) = \frac{٥}{٣}$

∴ د لها قيمة عظمى محلية عند النقطة (−١ ، $\frac{٥}{٣}$)

---

٦ (ج)

الحل

س = $ن^٢$ ، ص = ٦ ن − ٥

بوضع ن = ١ ∴ س = ١ ، ص = ١

$\frac{ءس}{ءن}$ = ٢ ن ، $\frac{ءص}{ءن}$ = ٦

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{٦}{٢ن} = \frac{٣}{ن}$ ∴ $[\frac{ءص}{ءس}]_{ن=١}$ = ٣

∴ ميل المماس للمنحنى = ٣ ∴ ميل العمودي = $\frac{-١}{٣}$

معادلة العمودي ص − ١ = $\frac{-١}{٣}$ (س − ١)

٣ ص − ٣ = − س + ١

∴ ٣ ص + س − ٤ = ٠

---

٧ (أ)

الحل

د(س) = $\int ٢ هـ^{٢س-١} ءس$

د(س) = $هـ^{٢س-١}$ + ث

∵ د(١) = ٤ هـ ∴ ٤ هـ = هـ + ث

∴ ث = ٣ هـ ∴ د(س) = $هـ^{٢س-١}$ + ٣ هـ

د($\frac{١}{٢}$) = $هـ^{٢ \times \frac{١}{٢} - ١}$ + ٣ هـ = ١ + ٣ هـ

---

٨ (د)

الحل

$\int \frac{١}{س} \times لو_هـ س^{-١} . ءس$

= $\int \frac{-١}{س} \times لو_هـ س . ءس$

= − $\int \frac{١}{س} \times لو_هـ س . ءس$

= $\frac{-(لو_هـ س)^٢}{٢}$ + ث

= − $\frac{١}{٢} (لو_هـ س)^٢$ + ث

---

٩ (ج)

الحل

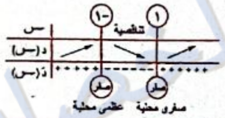
$\frac{ءص}{ءس} = هـ^س \times \frac{١}{س} + لو_هـ س \times هـ^س$

= $هـ^س (\frac{١}{س} + لو_هـ س)$

---

١٠ (ب)

الحل



---

١١ (د)

الحل

$\int_{-٤}^{٤} د(س) . ءس = \int_{-٤}^{-٢} د(س) . ءس + \int_{-٢}^{٤} د(س) . ءس$

صفر = −١٢ + $\int_{-٢}^{٤} د(س) . ءس$

∴ $\int_{-٢}^{٤} د(س) . ءس$ = ١٢

---

١٢ (أ)

الحل

$\frac{ءص}{ءس} = \frac{س - ٣ - س}{(س-٣)^٢} = \frac{-٣}{(س-٣)^٢}$

= −٣ $(س - ٣)^{-٢}$

$\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = ٦ $(س - ٣)^{-٣}$

$\frac{ء^٣ص}{ءس^٣}$ = −١٨ $(س - ٣)^{-٤} = \frac{-١٨}{(س-٣)^٤}$

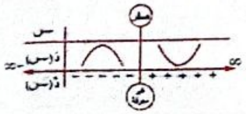
عند س = ٤ ∴ $\frac{ء^٣ص}{ءس^٣}$ = −١٨

---

١٣ (د)

$دً(س) = \frac{-(-٤ \times ٢س)}{(س^٢)^٢} = \frac{٨}{س^٣}$

دً(س) غير معرفة عند س = ٠



∴ المنحنى محدب لأسفل في]٠ ، ∞[

---

١٤ (أ)

الحل

مساحة القطاع م = $\frac{١}{٢}$ ل نق

∵ ل = نق ∴ م = $\frac{١}{٢} نق^٢$

$\frac{ءم}{ءن} = \frac{١}{٢} \times ٢ نق \times \frac{ءنق}{ءن}$

٢ = ٥ × $\frac{ءنق}{ءن}$ ∴ $\frac{ءنق}{ءن} = \frac{٢}{٥}$

∴ معدل تغير طول القطر = $\frac{٤}{٥}$ سم/ث

١٥

نفرض أن ص = ع − $\sqrt{س}$ ، ∵ ع = س

∴ ص = س − $\sqrt{س}$

∴ مجالها $ح^+ \cup \{٠\}$

∴ صَ = ١ − $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$

بوضع صَ = ٠ ∴ $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$ = ١

٢ $\sqrt{س}$ = ١ ∴ $\sqrt{س} = \frac{١}{٢}$

∴ س = $\frac{١}{٤}$

∴ ص لها نقط حرجة عند س = $\frac{١}{٤}$

، ∵ صَ غير معرفة عند س = ٠

∴ ص لها نقطة حرجة حدية عند س = ٠

∴ عند س = $\frac{١}{٤}$ تكون ص = − $\frac{١}{٤}$

، عند س = ٠ تكون ص = ٠

∴ أصغر قيمة للمقدار = − $\frac{١}{٤}$

١٦

بوضع س − ١ = ع ∴ ءس = ءع

س = ع + ١

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ $\int$ (س + ١) (س − ١)^٧ . ءس
= $\int$ (ع + ٢) × ع^٧ . ءع
= $\int$ (ع^٨ + ٢ ع^٧) . ءع
= $\frac{١}{٩}$ ع^٩ + $\frac{٢}{٨}$ ع^٨ + ث
= $\frac{١}{٩}$ (س − ١)^٩ + $\frac{١}{٤}$ (س − ١)^٨ + ث

دور ثان ٢٠٢٤

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (جـ)

الحل

سعة العدد المركب ع^٢ = ٢ × $\frac{\pi}{٢}$ = π

٢ (ب)

الحل

$\overrightarrow{ه_١}$ = (م ، ٥ ، ٣) ، $\overrightarrow{ه_٢}$ = (٢ ، م ، ٧)

$\overrightarrow{ه_١}$. $\overrightarrow{ه_٢}$ = صفر

(م ، ٥ ، ٣) . (٢ ، م ، ٧) = ٠

٢ م + ٥ م + ٢١ = ٠

٧ م = −٢١ ∴ م = −٣

٣ (أ)

الحل

(١ + ω − ω^٢) (١ − ω + ω^٢)

= (−ω^٢ − ω^٢) (١ + ω^٢ − ω)

= −٢ ω^٢ (−ω − ω)

= −٢ ω^٢ × −٢ ω = ٤ ω^٣ = ٤

٤ (ب)

الحل

إحداثي منتصف $\overline{أب}$ هي

($\frac{٢م − ١ + ٣ − ٢م}{٢}$ ، $\frac{٢م + ٤ − ٢م}{٢}$ ، $\frac{٢م + ١ + ٥ − ٢م}{٢}$)

= (١ ، ٢ ، ٣)

٥ (جـ)

الحل

ح_{ر+١} = ^{١١}ق_ر × (س^٢)^{١١−ر} × ($\frac{٢}{س^٣}$)^ر

= ^{١١}ق_ر × س^{٢٢−٢ر} × ٢^ر × س^{−٣ر}

= ^{١١}ق_ر × ٢^ر × س^{٢٢−٥ر}

بوضع ٢٢ − ٥ ر = −٣ ∴ ر = ٥

∴ ح_٦ هو الذى يحتوى على س^{−٣}

أ س^{−٣} = ^{١١}ق_٥ × ٢^٥ × س^{−٣}

أ = ^{١١}ق_٥ × ٢^٥ = ١٤٧٨٤

٦ (ب)

الحل

‖$\overrightarrow{أب}$ × $\overrightarrow{أء}$‖ = مساحة ▱ أ ب حـ ء

= طول القاعدة × الارتفاع

= ٨ × ٣ = ٢٤ سم^٢

٧ (د)

الحل

جتا^٢ ٩٠° + جتا^٢ ٦٠° + جتا^٢ θ = ١

$\frac{١}{٤}$ + جتا^٢ θ = ١

∴ جتا^٢ θ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ جتا θ = ± $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ θ = ٣٠° ، أ θ = ١٥٠°

٨ (أ)

الحل

ع = |ك| × −١ (جا $\frac{\pi}{٤}$ + ت جتا $\frac{\pi}{٤}$)

= |ك| (− جا $\frac{\pi}{٤}$ − ت جتا $\frac{\pi}{٤}$)

= |ك| (جتا ($\frac{-٣}{٤}$ π) + ت جا ($\frac{-٣π}{٤}$))

∴ السعة الأساسية = $\frac{-٣}{٤}$ π

٩ (ب)

الحل

الحدان الاوسطان هما ح_٤ ، ح_٥

ح_٤ = ح_٥

^٧ق_٣ × (س^٢)^٣ = ^٧ق_٤ × (س^٢)^٤

س^٦ = س^٨ بالقسمة على س^٦

∴ س^٢ = ١

١٠ (أ)

الحل

معادلة المستوى هى

(س ، ص ، ع) . (١ ، ٢ ، −١) = ٢

س + ٢ ص − ع − ٢ = ٠

طول العمود = $\frac{|١ × ٢ + ٢ × ٠ − ١ × أ − ٢|}{\sqrt{١ + ٤ + ١}}$

$\sqrt{٦}$ = $\frac{|−أ|}{\sqrt{٦}}$

∴ |أ| = ٦ ∴ أ = ± ٦

١١ (جـ)

الحل

ع = $\sqrt{٣}$ − ٣ ت

ل = |ع| = $\sqrt{(\sqrt{٣})^٢ + ٣^٢}$ = $\sqrt{١٢}$

ظا θ = $\frac{-٣}{\sqrt{٣}}$ = −$\sqrt{٣}$ ∴ θ = $\frac{-\pi}{٣}$

∴ ع = $\sqrt{١٢}$ (جتا $\frac{-\pi}{٣}$ + ت جا $\frac{-\pi}{٣}$)

$\sqrt[٣]{ع}$ = $\sqrt[٣]{\sqrt{١٢}}$ (جتا $\frac{\frac{-\pi}{٣} + ٢ ر \pi}{٣}$ + ت جا $\frac{\frac{-\pi}{٣} + ٢ ر \pi}{٣}$)

$\sqrt[٣]{ع}$ = $\sqrt[٦]{١٢}$ (جتا $\frac{\frac{-\pi}{٣} + ٢ ر \pi}{٣}$ + ت جا $\frac{\frac{-\pi}{٣} + ٢ ر \pi}{٣}$)

عند ر = ٠ $\sqrt[٣]{ع}$ = $\sqrt[٦]{١٢}$ هـ^{$\frac{-\pi}{٩}$ ت}

عند ر = ١ $\sqrt[٣]{ع}$ = $\sqrt[٦]{١٢}$ هـ^{$\frac{٥}{٩}$ π ت}

عند ر = −١ $\sqrt[٣]{ع}$ = $\sqrt[٦]{١٢}$ هـ^{$\frac{-٧\pi}{٩}$ ت}

١٢ (جـ)

الحل

من معادلتى المستقيمين نجد أن النقطة (١ ، −١ ، −١) ∈ ل_١ ، ل_٢

∴ (١ ، −١ ، −١) هى نقطة تقاطع المستقيمين

متجه الاتجاه العمودى على المستوى = (−١ ، −٢ ، ٣)

∴ متجه اتجاه المستقيم المطلوب = (−١ ، −٢ ، ٣)

∴ معادلة المستقيم هى

$\overrightarrow{ر}$ = (١ ، −١ ، −١) + ك (−١ ، −٢ ، ٣)

١٣ (ب)

الحل

$\frac{ع_١}{ع_٢}$ = $\frac{ع_١^٢ ع_٢^٢}{ع_١ ع_٢^٢}$ = $\frac{٤ (جتا (−θ) + ت جا (−θ))}{٦ (جتا (١٨٠° − θ) + ت جا (١٨٠° − θ))}$

= $\frac{٢}{٣}$ (جتا − ١٨٠° + ت جا − ١٨٠°)

= $\frac{٢}{٣}$ (جتا ١٨٠° + ت جا ١٨٠°) = $\frac{٢}{٣}$ هـ^{π ت}

١٤

متجه اتجاه المستقيم المعطى هو (٣ ، ٢ ، ٣)

∴ متجه الاتجاه العمودى للمستوى هو (٣ ، ٢ ، ٣)

∴ معادلة المستوى هى $\overrightarrow{ن}$. $\overrightarrow{ر}$ = $\overrightarrow{ن}$. $\overrightarrow{أ}$

(٣ ، ٢ ، ٣) . (س ، ص ، ع) = (٣ ، ٢ ، ٣) . (١ ، ١ ، ١)

٣ س + ٢ ص + ٣ ع = ٨

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (د)

الحل

د (س) = لو_هـ ٢ س

دَ (س) = $\frac{٢}{٢ س}$ = $\frac{١}{س}$

دَ (١) = $\frac{١}{١}$ = ١

٢ (أ)

الحل

∵ ص = $\sqrt{س}$ ، ص = ٠

∴ $\sqrt{س}$ = ٠ ∴ س = ٠

، ∵ فى الفترة [٠ ، ٤] تكون ص ≥ ٠

∴ المساحة = $\int_{٠}^{٤}$ $\sqrt{س}$. ءس

= $\int_{٠}^{٤}$ س^{$\frac{١}{٢}$} . ءس = [$\frac{٢}{٣}$ س^{$\frac{٣}{٢}$}]$_{٠}^{٤}$

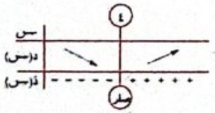
= $\frac{٢}{٣}$ × ٤^{$\frac{٣}{٢}$} − $\frac{٢}{٣}$ × ٠ = $\frac{١٦}{٣}$

٣ (ب)

الحل

بوضع دَ (س) = صفر

٢ س − ٨ = ٠ ∴ س = ٤



د تزايدية فى]٤ ، ∞[

٤ (د)

الحل

س = ٢^{ن+٢} ∴ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٢^{ن+٢} × لو_هـ ٢

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

ص = ٤^{ن} ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٤^{ن} × لو$_{هـ}$ ٤

= ٢$^{٢ن+١}$ لو$_{هـ}$ ٢

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{٢^{٢ن+١}\ \text{لو}_{هـ}\ ٢}{٢^{ن+٢}\ \text{لو}_{هـ}\ ٢}$ = ٢$^{ن-١}$

عندما س = ٨ ∴ ٢$^{ن+٢}$ = ٨ = ٢^{٣}

∴ ن = ١ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ٢$^{١-١}$ = ١

حل آخر

س = ٢$^{ن+٢}$ = ٢^{ن} × ٢^{٢} = ٤ × ٢^{ن}

∴ ٢^{ن} = $\frac{١}{٤}$ س (١)

∵ ص = ٤^{ن} = (٢^{٢})^{ن} = (٢^{ن})^{٢} (٢)

من (١) بالتعويض فى (٢) :

ص = ($\frac{١}{٤}$ س)^{٢} ∴ ص = $\frac{١}{١٦}$ س^{٢}

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = $\frac{١}{١٦}$ × ٢ س = $\frac{١}{٨}$ س

بوضع س = ٨ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ١

---

٥ (ب)

الحل

دَ(س) = ٢ س + أ بوضع دَ(س) = ٠

عند س = ٣ ٢ × ٣ + أ = ٠

∴ أ = −٦

∴ د(س) = س^{٢} − ٦ س

القيمة الصغرى = د(٣) = ٣^{٢} − ٦ × ٣ = −٩

---

٦ (أ)

الحل

دَ(س) = ٢ س − ٢

د(س) = ∫(٢ س − ٢) . ءس

د(س) = س^{٢} − ٢ س + ث

∵ د(١) = ٢

∴ ١^{٢} − ٢ × ١ + ث = ٢

∴ ث = ٣

∴ د(س) = س^{٢} − ٢ س + ٣

∴ د(٠) = ٣

---

٧ (جـ)

الحل

∫ ظا س × $\frac{١}{\text{ظا س}}$ × لو$_{هـ}$ قا س . ءس

= ∫ ظا س لو$_{هـ}$ قا س . ءس

= $\frac{١}{٢}$ (لو$_{هـ}$ قا س)^{٢} + ث

---

٨ (ب)

الحل

صَ = هـ$^{س+ص}$ × (١ + صَ)

صَ = ص (١ + صَ)

صَ = ص + ص صَ

صَ − ص صَ = ص

صَ (١ − ص) = ص

$\frac{\text{صَ}}{\text{ص}} = \frac{١}{١ - \text{ص}}$

---

٩ (د)

الحل

دً(س) = ٤ > ٠

∴ منحنى الدالة محدب لأسفل فى ح

∴ الدالة د لا يوجد لها قيمة عظمى محلية

---

١٠ (أ)

الحل

$\int_{-٦}^{٤}$ [د(س) + س] . ءس

= $\int_{-٦}^{٤}$ د(س) . ءس + $\int_{-٦}^{٤}$ س . ءس

= $\int_{-٦}^{-٤}$ د(س) ءس + $\int_{-٤}^{٤}$ د(س) ءس + [$\frac{١}{٢}$ س^{٢}]$_{-٦}^{٤}$

= −٧ + ٠ + [$\frac{١}{٢}$ س^{٢}]$_{-٦}^{٤}$

= −٧ + [$\frac{١}{٢}$ × ٤^{٢} − $\frac{١}{٢}$ (−٦)^{٢}] = −١٧

---

١١ (ب)

الحل

د(٢ س + ١) = جا ٢ س

دَ(٢ س + ١) × ٢ = ٢ جتا ٢ س

دً(٢ س + ١) × ٤ = −٤ جا ٢ س

دً‎ً(٢ س + ١) × ٨ = −٨ جتا ٢ س

∴ دً‎ً(٢ س + ١) = − جتا ٢ س

بوضع ٢ س + ١ = ١ ∴ س = ٠

∴ دً‎ً(١) = − جتا ٠ = −١

---

١٢ (د)

الحل

دَ(س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٣ س

د(س) = ∫($\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٣ س) . ءس

د(س) = $\frac{١}{٦}$ س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ س^{٢} + ث

منحنى د يمر بنقطة الأصل ∴ س = ٠ ، د(س) = ٠

∴ ث = صفر

د(س) = $\frac{١}{٦}$ س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ س^{٢}

دً(س) = س + ٣ بوضع دً(س) = ٠

∴ س = −٣

، ∵ دً(س) تتغير اشارتها قبل وبعد س = −٣

، د(−٣) = $\frac{١}{٦}$ × (−٣)^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ × (−٣)^{٢} = ٩

∴ نقطة الانقلاب هى (−٣ ، ٩)

---

١٣ (جـ)

الحل

∵ $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = −٣ ، $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٤

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = $\frac{-٤}{٣}$ ∴ ظا θ = $\frac{-٤}{٣}$

∴ θ ≃ ١٢٧°

١٤

نفرض أصغر عدد = س

∴ أكبر الأعداد = ٣ س

∴ العدد الثالث = ١٢ − ٤ س

نفرض حاصل ضربهما ص

∴ ص = س × ٣ س × (١٢ − ٤ س)

∴ ص = ٣٦ س^{٢} − ١٢ س^{٣}

صَ = ٧٢ س − ٣٦ س^{٢}

بوضع صَ = ٠ ∴ ٧٢ س − ٣٦ س^{٢} = ٠

∴ ٢ س − س^{٢} = ٠

∴ س (٢ − س) = ٠

س = ٠ مرفوض أ، س = ٢

، ∵ صً = ٧٢ − ٧٢ س

عند س = ٢ صً = −٧٢ < ٠

∴ حاصل ضرب الأعداد أكبر ما يمكن عند س = ٢

∴ الأعداد هى ٢ ، ٤ ، ٦

١٥

بوضع س − ٤ = ع ∴ ءس = ءع

س = ع + ٤

∴ ∫ س (س − ٤)^{٩} . ءس

= ∫(ع + ٤) × ع^{٩} . ءع

= ∫(ع^{١٠} + ٤ ع^{٩}) . ءع

= $\frac{١}{١١}$ ع^{١١} + $\frac{٤}{١٠}$ ع^{١٠} + ث

= $\frac{١}{١١}$ (س − ٤)^{١١} + $\frac{٢}{٥}$ (س − ٤)^{١٠} + ث

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

دور أول ٢٠١٩

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

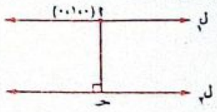
(١) ج (٢) أ (٣) ب
(٤) أ (٥) ج

(٦)

$\because$ هـ$_1$ = (١ ، ٢ ، −١) ، هـ$_2$ = (−٢ ، −٤ ، ٢)

، $\because \frac{1}{-2} = \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2}$

$\therefore$ المستقيمان متوازيان



بفرض أن حـ موقع العمودى المرسوم من أ إلى المستقيم ل$_2$

$\therefore$ حـ = (١ − ٢ ك$_2$ ، ١ − ٤ ك$_2$ ، ١ + ٢ ك$_2$)

$\therefore$ أحـ = (١ − ٢ ك$_2$ ، −٤ ك$_2$ ، ١ + ٢ ك$_2$)

$\because$ أحـ $\perp$ ل$_2$ $\therefore$ أحـ . هـ$_2$ = صفر

$\therefore$ (١ − ٢ ك$_2$ ، −٤ ك$_2$ ، ١ + ٢ ك$_2$) . (−٢ ، −٤ ، ٢) = ٠

$\therefore$ −٢ + ٤ ك$_2$ + ١٦ ك$_2$ + ٢ + ٤ ك$_2$ = ٠

$\therefore$ ك$_2$ = صفر

$\therefore$ طول العمود = ‖أحـ‖ = $\sqrt{1 + 0 + 1} = \sqrt{2}$ وحدة طول.

$\therefore$ البُعد بين المستقيمين = $\sqrt{2}$ وحدة طول.

(٧)

ع$_1$ = $\frac{6 + 4ت}{1 + ت} \times \frac{1 - ت}{1 - ت}$ = ٥ − ت

، ع$_2$ = $\frac{26}{5 - ت} \times \frac{5 + ت}{5 + ت}$ = ٥ + ت

، ع = ٤ (ع$_1$ − ع$_2$) = ٤ [(٥ − ت) − (٥ + ت)]

= −٨ ت = ٨ هـ$^{-\frac{\pi}{2}ت}$

الجذور التكعيبية للعدد ٤ (ع$_1$ − ع$_2$)

= ٢ (جتا $\frac{\frac{-\pi}{2} + 2\pi ر}{3}$ + ت جا $\frac{\frac{-\pi}{2} + 2\pi ر}{3}$)

حيث ر = ٠ ، ١ ، −١

عند ر = ٠

$\therefore$ الجذر التكعيبى الأول للعدد ٤ (ع$_1$ − ع$_2$)

= ٢ (جتا $\frac{-\pi}{6}$ + ت جا $\frac{-\pi}{6}$) ، عند ر = ١

$\therefore$ الجذر التكعيبى الثانى للعدد ٤ (ع$_1$ − ع$_2$)

= ٢ (جتا $\frac{\pi}{2}$ + ت جا $\frac{\pi}{2}$)

عند ر = −١

$\therefore$ الجذر التكعيبى الثالث للعدد ٤ (ع$_1$ − ع$_2$)

= ٢ (جتا $\frac{-5\pi}{6}$ + ت جا $\frac{-5\pi}{6}$)

(٨)

متجه الاتجاه العمودى على المستوى

$$\overrightarrow{ن} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ 6 & -2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{vmatrix} = (-9 ، -19 ، -16)$$

، $\because$ المستوى يحوى المستقيم

ر = (٠ ، ٣ ، −٥) + ك$_1$ (٦ ، −٢ ، −١)

$\therefore$ المستوى يحوى النقطة (٠ ، ٣ ، −٥)

$\therefore$ المعادلة المطلوبة هى :

ر . (−٩ ، −١٩ ، −١٦) = (٠ ، ٣ ، −٥) . (−٩ ، −١٩ ، −١٦)

$\therefore$ −٩ س − ١٩ ص − ١٦ ع − ٢٣ = ٠

(٩)

أ . ب = ٢ جتا^2 θ + لو$_3$ س . لو$_5$ ٢٧ + ٢ جا^2 θ = ١١

$\therefore$ لو$_3$ س لو$_5$ ٢٧ = ٩

$\therefore \frac{لو\ س}{لو\ 3} \times \frac{لو\ 27}{لو\ 5} = 9$ $\therefore \frac{لو\ س}{لو\ 3} \times \frac{3\ لو\ 3}{لو\ 5} = 9$

$\therefore \frac{لو\ س}{لو\ 5} = 3$ $\therefore$ لو س = ٣ لو ٥

$\therefore$ لو س = لو ٥^3 $\therefore$ س = ١٢٥

(١٠)

٨ س + ١٥ ص + ٦ ع = ١٢٠ (بالقسمة ÷ ١٢٠)

$\therefore \frac{س}{15} + \frac{ص}{8} + \frac{ع}{20} = 1$

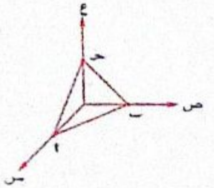
$\therefore$ أ = (١٥ ، ٠ ، ٠)

، ب = (٠ ، ٨ ، ٠)

، حـ = (٠ ، ٠ ، ٢٠)

$\therefore$ أب = (−١٥ ، ٨ ، ٠)

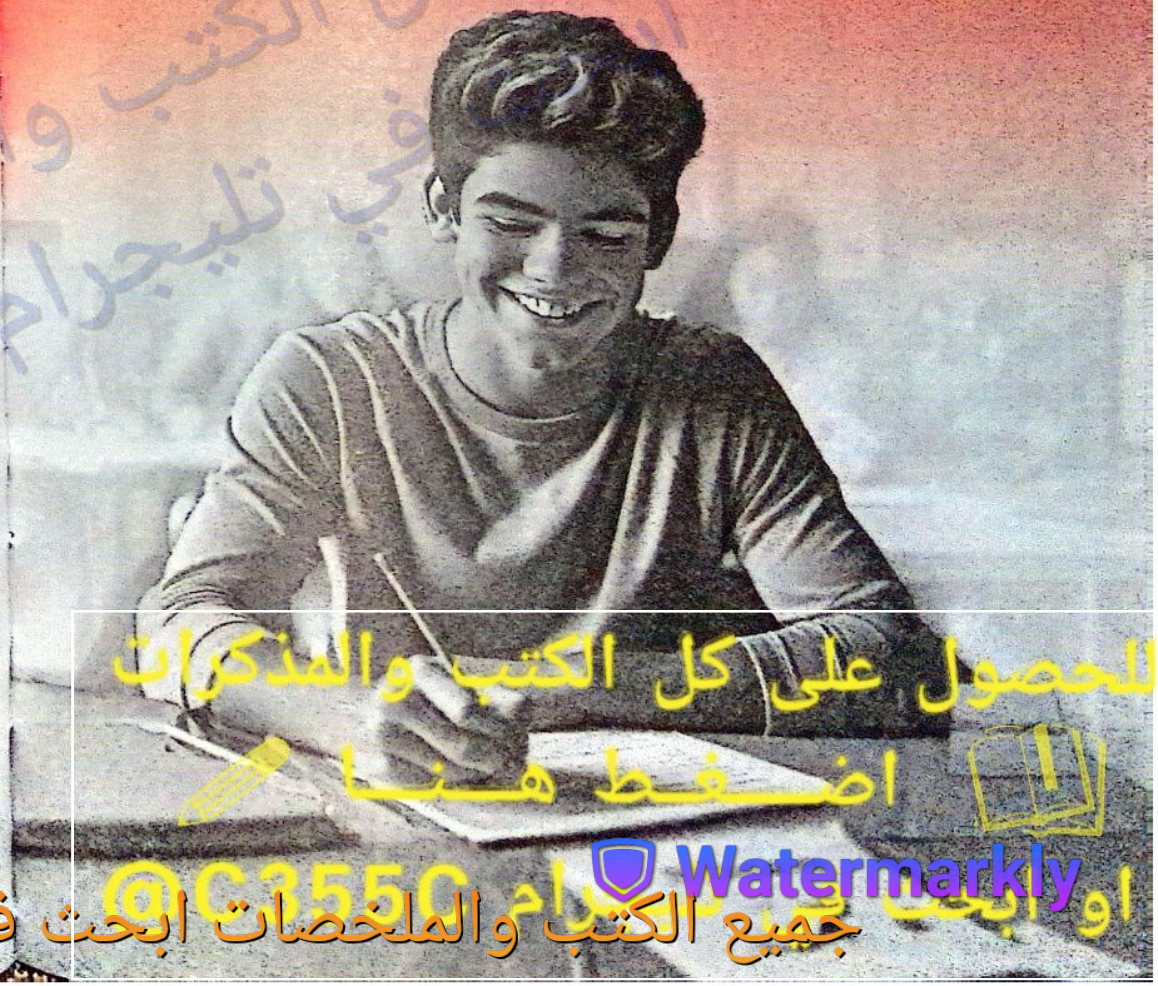
، أحـ = (−١٥ ، ٠ ، ٢٠)



إجابـات

الأسئلة المقررة بامتحانات الثانوية الأزهرية

(٢٠١٩ : ٢٠٢٤ دور أول وثان)



كل الكتب والملخصات في تليجرام @C355C
للحصول على كل الكتب والمذكرات اضغط هنا
او ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ أب × أجـ = $\begin{vmatrix} س & ص & ع \\ -١٥ & ٨ & ٠ \\ -١٥ & ٠ & ٢٠ \end{vmatrix}$

= ١٦٠ س + ٣٠٠ ص + ١٢٠ ع

∴ ‖أب × أجـ‖ = $\sqrt{(١٦٠)^2 + (٣٠٠)^2 + (١٢٠)^2}$

≈ ٣٦٠٫٥٦

∴ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ‖أب × أجـ‖

≈ ١٨٠ وحدة مربعة.

ثانيًا التفاضل والتكامل

١ (أ) ٢ (د) ٣ (أ)

٤ (ب) ٥ (د)

٦

س جا ٢ ص = ص جتا ٢ س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ جا ٢ ص + ٢ س جتا ٢ ص $\frac{ءص}{ءس}$

= $\frac{ءص}{ءس}$ جتا ٢ س − ٢ ص جا ٢ س

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{جا ٢ ص + ٢ ص جا ٢ س}{جتا ٢ س − ٢ س جتا ٢ ص}$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{(\frac{\pi}{4} ، \frac{\pi}{4})}$ = ٢

∴ ميل المماس = ٢ ، ميل العمودى = $-\frac{1}{2}$

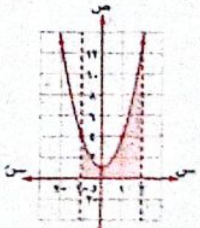
∴ معادلة المماس : $\frac{ص − \frac{\pi}{2}}{س − \frac{\pi}{4}}$ = ٢

أى أن : ٢ س − ص = ٠

، معادلة العمودى : $\frac{ص − \frac{\pi}{2}}{س − \frac{\pi}{4}} = \frac{-1}{2}$

منها : ٤ س + ٨ ص − ٥ π = ٠

٧



* نقط التقاطع للمنحنى مع محور السينات نضع

٣ س² + ١ = ٠

∴ المعادلة ليس لها حل فى ح

∴ المنحنى لا يقطع محور السينات

∴ المساحة = $\int_{-1}^{2}$ (٣ س² + ١) ء س

= $[س^3 + س]_{-1}^{2}$ = ١٢ وحدة مربعة.

٨

س² ص = أ لوهـ س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ س² ص' + ٢ س ص = $\frac{أ}{س}$

∴ س³ ص' + ٢ س² ص = أ

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ ٣ س² ص' + س³ ص'' + ٢ س² ص' + ٤ س ص = ٠

∴ ٥ س² ص' + س³ ص'' + ٤ س ص = ٠

(بالقسمة على س)

∴ س² ص'' + ٥ س ص' + ٤ ص = ٠

٩

∵ ميل العمودى = $\frac{-1}{أ قا^2 س}$

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = أ قا² س   بالتكامل بالنسبة إلى س

∴ ص = أ ظا س + ث

∵ المنحنى يمر بالنقطتين ($\frac{\pi}{4}$ ، ٣) ، ($\frac{3\pi}{4}$ ، −١)

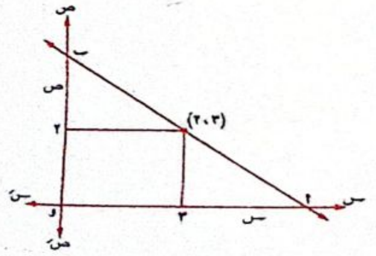
∴ ٣ = أ + ث (١)

، −١ = −أ + ث (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ث = ١ ، أ = ٢

∴ معادلة المنحنى هى : ص = ٢ ظا س + ١

١٠



∵ تشابه المثلثين : $\frac{س}{٣} = \frac{٢}{ص}$ ∴ ص = $\frac{٦}{س}$

مساحة Δ أ و ب

م = $\frac{1}{2}$ (س + ٣) (ص + ٢)

= $\frac{1}{2}$ (س + ٣) ($\frac{٦}{س}$ + ٢) = ٦ + س + ٩ س⁻¹

∴ م' = ١ − ٩ س⁻²   ∴ م'' = ١٨ س⁻³

، بوضع م' = ٠   ∴ ١ − $\frac{٩}{س^2}$ = ٠

∴ س² = ٩ منها س = ٣

، م''(عند س = ٣) > ٠ أقل ما يمكن

∴ أقل مساحة : م(عند س = ٣) = ٦ + ٣ + $\frac{٩}{٣}$ = ١٢ وحدة مربعة.

١١

(١) $\int_{0}^{لو_هـ ٢}$ (هـ^{٢س} + هـ^{−س}) ء س

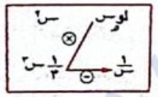
= $[\frac{1}{2}$ هـ^{٢س} + هـ^{−س}$]_{0}^{لو_هـ ٢}$

= [$\frac{1}{2}$ هـ^{٢ لوهـ ٢} + هـ^{لوهـ ٢}] − [$\frac{1}{2}$ + ١]

= [$\frac{1}{2}$ × ٤ + ٢] − [١$\frac{1}{2}$] = $\frac{٥}{٢}$

(٢) ∫ س² لوهـ س ء س

= $\frac{1}{3}$ س³ لوهـ س − $\frac{1}{3}$ ∫ س³ × $\frac{1}{س}$ ء س



= $\frac{1}{3}$ س³ لوهـ س

− $\frac{1}{3}$ ∫ س² ء س

= $\frac{1}{3}$ س³ لوهـ س − $\frac{1}{9}$ س³ + ث

١٢

د(س) = أ س³ + ب س²

∵ النقطة (١ ، ١٢) تقع على المنحنى

∴ د(١) = ١٢   ∴ أ + ب = ١٢ (١)

، د'(س) = ٣ أ س² + ٢ ب س

، د''(س) = ٦ أ س + ٢ ب

عند س = ١   د''(س) = ٠

∴ صفر = ٦ أ + ٢ ب (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ أ = −٦ ، ب = ١٨

∴ د(س) = −٦ س³ + ١٨ س²

، د'(س) = −١٨ س² + ٣٦ س

، عندما د'(س) = ٠

∴ −١٨ س (س − ٢) = ٠

∴ س = ٠ أ، س = ٢

∴ د(−١) = د(٢) = ٢٤

، د(٠) = د(٣) = ٠

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقة هى ٢٤

وتبلغها عند س = −١ ، عند س = ٢

ولها قيمة صغرى مطلقة هى صفر وتبلغها عند س = ٠

، عند س = ٣

١٣

(١) ∫ $\frac{س + ١}{\sqrt{س − ١}}$ ء س   بوضع ع = س − ١

∴ س = ع + ١   ∴ ء ع = ء س

∴ ∫ $\frac{س + ١}{\sqrt{س − ١}}$ ء س = ∫ $\frac{ع + ١ + ١}{\sqrt{ع}}$ ء ع

= ∫ ((ع)^{½} + ٢ ع^{−½}) ء ع

= $\frac{ع^{3/2}}{\frac{3}{2}}$ + ٢ × $\frac{ع^{1/2}}{\frac{1}{2}}$ + ث

= $\frac{2}{3}$ ع^{3/2} + ٤ ع^{½} + ث

= $\frac{2}{3}$ (س − ١)^{3/2}

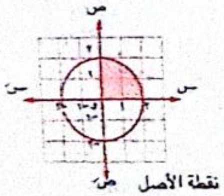
+ ٤ (س − ١)^{½} + ث

(٢) $\int_{0}^{2} \sqrt{٤ − س^2}$ ء س

∴ ص = $\sqrt{٤ − س^2}$

∴ ص² = ٤ − س²

∴ س² + ص² = ٤



وهى معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل

وطول نصف قطرها ٢

∴ المساحة = $\frac{1}{4}$ (π (٢)²) = π وحدة مربعة.

دور ثان ٢٠١٩

أولًا الجبر والهندسة الفراغية

١ (ب) ٢ (أ) ٣ (ب)

٤ (جـ) ٥ (د) ٦ (أ)

٧

ع = $\frac{٨}{١ + \sqrt{٣} ت} \times \frac{١ − \sqrt{٣} ت}{١ − \sqrt{٣} ت}$ = ٢ − ٢ $\sqrt{٣}$ ت

ل = $\sqrt{(٢)^2 + (−٢\sqrt{٣})^2}$ = ٤

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∵ س > ٠ ، ص < ٠

∴ θ تقع فى الربع الرابع.

∴ θ = ظا⁻¹ $\left(\frac{-٢\sqrt{٣}}{٢}\right)$ = $-\frac{\pi}{٣}$

∴ الصورة المثلثية لـ ع = ٤ (جتا $-\frac{\pi}{٣}$ + ت جا $-\frac{\pi}{٣}$)

= ٤ هـ$^{-\frac{\pi}{٣}ت}$

، الجذور التربيعية للعدد ع = ٢ هـ$^{\left(\frac{-\frac{\pi}{٣}+٢\pi ر}{٢}\right)ت}$

حيث ر = ٠ ، ١

عند ر = ٠ ∴ الجذر التربيعى الأول = ٢ هـ$^{-\frac{\pi}{٦}ت}$

، عند ر = ١ ∴ الجذر التربيعى الثانى = ٢ هـ$^{\frac{٥\pi}{٦}ت}$

٨

معادلة المستوى هى :

س − ٢ ص + ٤ ع − ٩ = صفر

∴ طول العمود = $\frac{|٢ - ٢(-١) + ٤(٤) - ٩|}{\sqrt{١ + ٤ + ١٦}}$

= $\frac{١١}{\sqrt{٢١}}$ وحدة طول.

٩

$\overrightarrow{هـ_١}$ = (٢ ، −١ ، ١) ، $\overrightarrow{هـ_٢}$ = (−٢ ، ٧ ، ١١)

∴ $\overrightarrow{هـ_١}$. $\overrightarrow{هـ_٢}$ = (٢ ، −١ ، ١) . (−٢ ، ٧ ، ١١)

= ٢ × (−٢) + (−١) × ٧ + ١ × ١١

= صفر

∴ المستقيمان متعامدان

، عند نقطة التقاطع يكون : $\overrightarrow{ر_١}$ = $\overrightarrow{ر_٢}$

∴ (١ ، ٢ ، ٤) + ك$_١$ (٢ ، −١ ، ١)

= (١ ، ١ ، ١) + ك$_٢$ (−٢ ، ٧ ، ١١)

∴ ١ + ٢ ك$_١$ = ١ − ٢ ك$_٢$

∴ ك$_١$ + ك$_٢$ = ٠ (١)

، ٢ − ك$_١$ = ١ + ٧ ك$_٢$ ∴ − ك$_١$ − ٧ ك$_٢$ = −١ (٢)

، ٤ + ك$_١$ = ١ + ١١ ك$_٢$

∴ ك$_١$ − ١١ ك$_٢$ = −٣ (٣)

ومن (١) ، (٢) ينتج أن : ك$_١$ = $\frac{-١}{٦}$ ، ك$_٢$ = $\frac{١}{٦}$

، بالتعويض فى معادلة (٣) : $\frac{-١}{٦}$ − ١١ × $\frac{١}{٦}$ ≠ −٣

أى أن هذه القيم لا تحقق معادلة (٣)

∴ المستقيمان غير متقاطعين.

∴ المستقيمان متخالفان.

١٠

$\overrightarrow{ن_١}$ = (٢ ، ١ ، −١) ، $\overrightarrow{ن_٢}$ = (٣ ، −٢ ، ٠)

∴ جتا θ = $\frac{|(٢ ، ١ ، −١) . (٣ ، −٢ ، ٠)|}{\sqrt{٤ + ١ + ١}\sqrt{٩ + ٤}}$ = $\frac{٤}{\sqrt{٧٨}}$

∴ ق (∠ θ) = ٤٢ ٦٣°

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١ (ب) **٢** (جـ) **٣** (جـ)

٤

س = قا² θ − ١

∴ $\frac{ءس}{ءθ}$ = ٢ قا θ قا θ ظا θ = ٢ قا² θ ظا θ

، ص = ظا θ ∴ $\frac{ءص}{ءθ}$ = قا² θ

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{قا^٢ θ}{٢ قا^٢ θ ظا θ}$ = $\frac{١}{٢ ظا θ}$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{θ = \frac{\pi}{٤}}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ ميل المماس = $\frac{١}{٢}$ ، ميل العمودى = −٢

عند θ = $\frac{\pi}{٤}$ فإن : س = ١ ، ص = ١

∴ النقطة تكون (١ ، ١)

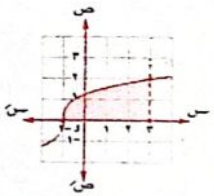
∴ معادلة المماس : $\frac{ص - ١}{س - ١}$ = $\frac{١}{٢}$

أى أن : س − ٢ ص + ١ = ٠

، معادلة العمودى : $\frac{ص - ١}{س - ١}$ = −٢

أى أن : ٢ س + ص − ٣ = ٠

٥



* نقط التقاطع للمنحنى مع محور السينات نضع

$\sqrt[٣]{٢س + ٢}$ = ٠ ∴ س = −١

∴ المساحة = $\int_{-١}^{٣} \sqrt[٣]{٢س + ٢}$ ءس

= $\left[\frac{(٢س + ٢)^{\frac{٤}{٣}}}{\frac{٤}{٣} × ٢}\right]_{-١}^{٣}$

= $\left[\frac{٣}{٨}(٢س + ٢)^{\frac{٤}{٣}}\right]_{-١}^{٣}$

= $\left[\frac{٣}{٨}(٢ × ٣ + ٢)^{\frac{٤}{٣}}\right]$ − $\left[\frac{٣}{٨}(٢ × -١ + ٢)^{\frac{٤}{٣}}\right]$

= ٦ وحدة مربعة.

٦

نفرض أن نصف قطر دائرة القطاع = س

وطول القوس = ص

∴ المحيط = ٢ س + ص = ٣٠

∴ ص = ٣٠ − ٢ س

مساحته م = $\frac{١}{٢}$ س ص

م = $\frac{١}{٢}$ س (٣٠ − ٢ س) ∴ م = ١٥ س − س²

∴ مَ = ١٥ − ٢ س ∴ مً = −٢

، مَ = ٠ عند س = ٧,٥

، ∵ مً (٧,٥) = −٢ < ٠ (عظمى)

∴ نصف قطر دائرته = ٧,٥ سم

٧

$\int_{-٢}^{٥}$ [٢ د (س) + ٦ س] ءس

= ٢ $\int_{-٢}^{٥}$ د (س) ءس + [٣ س²]$_{-٢}^{٥}$

= ٢ [$\int_{-٢}^{٣}$ د (س) ءس + $\int_{٣}^{٥}$ د (س) ءس]

+ [٣ × ٢٥ − ٣ × ٤]

= ٢ [٩ + (−٤)] + ٦٣ = ٧٨

٨

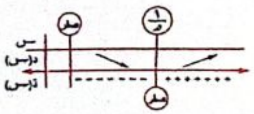
د (س) = س لوهـ س ، س > ٠

∴ دَ (س) = س × $\frac{١}{س}$ + لوهـ س = ١ + لوهـ س

، دً (س) = $\frac{١}{س}$

، دَ (س) = ٠ عندما لوهـ س = −١

∴ س = هـ⁻¹ = $\frac{١}{هـ}$



∴ د $\left(\frac{١}{هـ}\right)$ = $-\frac{١}{هـ}$

∴ للدالة قيمة صغرى

محلية عند $\left(\frac{١}{هـ} ، -\frac{١}{هـ}\right)$

، دً (س) غير معرفة عند س = ٠ ∌ للمجال

∴ لا يوجد نقط انقلاب للمنحنى

٩

$\frac{ءص}{ءس}$ = ٥ − ٢ قا² ٢ س

∴ ص = $\int$ ٥ − ٢ قا² ٢ س ءس

∴ ص = ٥ س − ظا ٢ س + ث

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة $\left(\frac{\pi}{٨} ، \frac{٥\pi}{٨}\right)$

∴ $\frac{٥\pi}{٨}$ = $\frac{٥\pi}{٨}$ − ظا $\frac{\pi}{٤}$ + ث ∴ ث = ١

∴ معادلة المنحنى هى :

ص = ٥ س − ظا ٢ س + ١

١٠

ص = أ هـ$^{\frac{ب}{س}}$ بأخذ اللوغاريتم للطرفين للأساس (هـ)

∴ لوهـ ص = لوهـ أ + $\frac{ب}{س}$

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$\frac{صَ}{ص}$ = $\frac{-ب}{س^٢}$

∴ س² صَ = −ب ص (١)

بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س

∴ س² صً + ٢ س صَ = −ب صَ

بالضرب فى $\left(\frac{ص}{س}\right)$

∴ س ص صً + ٢ ص صَ = $\frac{-ب ص صَ}{س}$

بالتعويض من (١) :

∴ س ص صً + ٢ ص صَ = $\frac{س^٢ (صَ)^٢}{س}$

∴ س ص صً + ٢ ص صَ − س صَ² = ٠

حل آخر :

∵ صَ = أ هـ$^{\frac{ب}{س}}$ × $\frac{-ب}{س^٢}$ = $\frac{-ب ص}{س^٢}$

∴ س² صَ = −ب ص ، وبالاشتقاق بالنسبة لـ س ،

∴ س² صً + ٢ س صَ = −ب صَ

وبالتعويض عن −ب = $\frac{س^٢ صَ}{ص}$ ،

∴ س² صً + ٢ س صَ = $\frac{س^٢ صَ^٢}{ص}$

(بالضرب × $\frac{ص}{س}$)

∴ س ص صً + ٢ ص صَ = س صَ²

∴ س ص صً + ٢ ص صَ − س صَ² = ٠

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليَجرام 👈 @C355C

(١١)

① ∫ ٢ س ٢√(س² + ٣) ء س

= ٣/٢ ∫ ٢ س ٢√(س² + ٣) ء س

= ٣/٢ ∫ (٢س² + ٣ − ٣) ٢√(س² + ٣) ء س

= ٣/٢ ∫ [((٢س² + ٣)^(٣/٢) − ٣(٢س² + ٣)^(١/٢)) ء س]

= ٣/٢ [١/٥ (٢س² + ٣)^(٥/٢) − (٢س² + ٣)^(٣/٢)] + ث

= ٣/١٠ (٢س² + ٣)^(٥/٢) − ٣/٢ (٢س² + ٣)^(٣/٢) + ث

② ∫ (لوهـ ٥س)/س ء س = (لوهـ ٥س)²/٢ + ث

دور أول ٢٠٢٠

أولًا: الجبر والهندسة الفراغية

(١) (جـ) (٢) (جـ) (٣) (ب)

(٤)

نفرض أن الحدود المتتالية هى حـر ، حـر+١ ، حـر+٢

معامل حـ١٠ / معامل حـ١٠ = ٧/٢١ = ١/٣

∴ (ن − (ر + ١) + ١)/(ر + ١) = ١/٣

٣ن − ٣ر = ر + ١

٣ن − ٤ر = ١ (١)

معامل حـ١٠ / معامل حـ = ٢١/٣٥ = ٣/٥

(ن − ر + ١)/ر = ٣/٥

٥ن − ٥ر + ٥ = ٣ر

٥ن − ٨ر = −٥ (٢)

من (١) ، (٢) : ن = ٧ ، ر = ٥

∴ رتب الحدود هى حـ٥ ، حـ٦ ، حـ٧

(٥)

∵ أ // ب

∴ ١/ك = ٢/٣ = ٢/م

∴ ك = ٣/٢ ، م = ١

∴ حـ = (١/٢ ، ١ ، ٣/٢)

∴ ‖حـ‖ = √((١/٢)² + (١)² + (٣/٢)²) = √١٤ / ٢

(٦)

بوضع س = (ص − ٤)/(−١) = (ع + ١)/٢ = ك١

∴ س = ك١ ، ص = −ك١ + ٤ ، ع = ٢ك١ − ١

، عند تقاطع المستقيمين :

٢ + ٤ك٢ = ك١   ∴ ٤ك٢ − ك١ = −٢ (١)

، −١ + ك٢ = −ك١ + ٤

∴ ك١ + ك٢ = ٥ (٢)

، ن + ٣ك٢ = ٢ك١ − ١

٣ك٢ − ٢ك١ = −١ − ن (٣)

ومن (١) ، (٢)

ك٢ = ٣/٥ ، ك١ = ٢٢/٥

، ∵ المستقيمين متقاطعان

∴ قيم ك١ ، ك٢ تحقق المعادلة (٣)

٣ × ٣/٥ − ٢ × ٢٢/٥ = −١ − ن

∴ ن = ٧

، نقطة التقاطع هى : (٢٢/٥ ، −٣/٥ ، ٣٩/٥)

(٧)

ع١ = (√٣/٢ + ١/٢ ت)⁴ = (جتا π/٦ + ت جا π/٦)⁴

= (جتا ٢π/٣ + ت جا ٢π/٣)

، ع٢ = جتا π/٣ + ت جا π/٣ = جتا π/٦ + ت جا π/٦

∴ ع = (جتا ٢π/٣ + ت جا ٢π/٣)/(جتا π/٦ + ت جا π/٦) = جتا (π/٢) + ت جا (π/٢)

الجذور التربيعية للعدد ع

= جتا ((π/٢ + ٢رπ)/٢) + ت جا ((π/٢ + ٢رπ)/٢)

حيث ر = ٠ ، ١

عند ر = ٠ :

∴ الجذر التربيعي الأول = جتا π/٤ + ت جا π/٤

عند ر = ١ :

∴ الجذر التربيعي الثانى

= جتا ٥π/٤ + ت جا ٥π/٤ = جتا (−٣π/٤) + ت جا (−٣π/٤)

(٨)

أب = ب − أ = (−١ ، ٢ ، ٣) − (١ ، ٤ ، ٠)

= (−٢ ، −٢ ، ٣)

∴ ‖أب‖ = √(٤ + ٤ + ٩) = √١٧

∴ مركبة القوة ق فى اتجاه أب = (ق . أب)/‖أب‖

= ((٢ ، −٣ ، ٥) . (−٢ ، −٢ ، ٣))/√١٧

= (−٤ + ٦ + ١٥)/√١٧ = √١٧

(٩)

هـ١ = (−٢ ، ٠ ، ٢) ، هـ٢ = (٠ ، ٣ ، −٣)

جتا θ = |(−٢ ، ٠ ، ٢) . (٠ ، ٣ ، −٣)| / (√((−٢)² + (٢)²) √((٣)² + (−٣)²))

= |−٦| / (٢√٢ × ٣√٢) = ١/٢

∴ ق(∠θ) = ٦٠°

ثانيًا: التفاضل والتكامل

(١) (جـ) (٢) (جـ) (٣) (أ)

(٤) (ب) (٥) (أ)

(٦)

س = قا θ   ∴ ءس/ءθ = قا θ ظا θ

، ص = ظا θ   ∴ ءص/ءθ = قا² θ

∴ ءص/ءس = قا² θ/(قا θ ظا θ) = قا θ/ظا θ = قتا θ

∴ (ءص/ءس)θ=π/٣ = ٢/√٣

∴ ميل المماس = ٢/√٣ ، ميل العمودى = −√٣/٢

عند θ = π/٣   س = ٢ ، ص = √٣

∴ النقطة (٢ ، √٣)

∴ معادلة المماس : (ص − √٣)/(س − ٢) = ٢/√٣

∴ ٢س − ٤ = √٣ص − ٣

أى أن: ٢س − √٣ص − ١ = ٠

، معادلة العمودى : (ص − √٣)/(س − ٢) = −√٣/٢

∴ ٢ص − ٢√٣ = −√٣س + ٢√٣

أى أن: √٣س + ٢ص − ٤√٣ = ٠

(٧)

د(س) = |س − ٢|

= { −س + ٢ ، س < ٢ ؛ س − ٢ ، س ≥ ٢ }

∴ ∫₁³ د(س) ءس = ∫₁² (−س + ٢) ءس

+ ∫₂³ (س − ٢) ءس

= [−١/٢ س² + ٢س]₁² + [١/٢ س² − ٢س]₂³

= ٩/٢ + ٢ = ١٣/٢

(٨)

ميل العمودى = (٤ص + ٢) قاس

∴ ميل المماس = ءص/ءس = −١/((٤ص + ٢) قاس)

∴ ∫ (٤ص + ٢) ءص = −∫ جتاس ءس

∴ ٢ص² + ٢ص = −جاس + ث

، المنحنى يمر بنقطة الأصل (٠ ، ٠)   ∴ ث = ٠

∴ المعادلة ٢ص² + ٢ص + جاس = ٠

(٩)

∵ ص = أ هـ^(ب/س) × −ب/س² = −ب ص/س²

∴ س² ص' = −ب ص وبالاشتقاق بالنسبة لـ س

∴ س² ص'' + ٢س ص' = −ب ص'

وبالتعويض عن −ب = س² ص'/ص

∴ س² ص'' + ٢س ص' = س² ص'²/ص

(بالضرب × ص/س²)

∴ س ص ص'' + ٢ ص ص' = س ص'²

∴ س ص ص'' + ٢ ص ص' − س ص'² = ٠

حل آخر :

∵ ص = أ هـ^(ب/س) بأخذ لوغاريتم الطرفين للأساس (هـ)

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

Watermarkly

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

$\therefore$ لو$_{هـ}$ ص = لو$_{هـ}$ أ + $\frac{\text{ب}}{\text{س}}$

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$\therefore \frac{\text{ص}'}{\text{ص}} = \frac{-\text{ب}}{\text{س}^{٢}}$

$\therefore$ س^{٢} ص$'$ = − ب ص (١)

بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س

$\therefore$ س^{٢} ص$''$ + ٢ س ص$'$ = − ب ص$'$ بالضرب فى (ص)

$\therefore$ س^{٢} ص ص$''$ + ٢ س ص ص$'$ = − ب ص ص$'$

بالتعويض من (١) :

$\therefore$ س^{٢} ص ص$''$ + ٢ س ص ص$'$ = س^{٢} ص$'$ × ص$'$

(بالقسمة على س)

$\therefore$ س ص ص$''$ + ٢ ص ص$'$ − س (ص$'$)^{٢} = ٠

١٠

نفرض أن بعدى المستطيل هما :

س ، ص

$\therefore$ ٢ س + ص = ٨٠٠ متر

$\therefore$ ص = ٨٠٠ − ٢ س

نفرض أن مساحة المستطيل = م = س ص

$\therefore$ م = س (٨٠٠ − ٢ س) = ٨٠٠ س − ٢ س^{٢}

$\therefore$ م$'$ = ٨٠٠ − ٤ س

، بوضع م$'$ = ٠ $\therefore$ س = ٢٠٠ متر

، $\because$ م$''$ = −٤ < ٠

$\therefore$ م لها قيمة عظمى عند س = ٢٠٠ متر

$\therefore$ بعدا المستطيل ٢٠٠ متر ، ٤٠٠ متر

$\therefore$ أكبر مساحة = ٢٠٠ × ٤٠٠ = ٨٠٠٠٠ متر^{٢}

١١

$\because \int_{١}^{٤}$ ر (س) ءس = −٣

$\therefore \int_{١}^{٤}$ [د (س) + ٢ ر (س) − ٤] ءس

= $\int_{١}^{٤}$ د (س) ءس + ٢ $\int_{١}^{٤}$ ر (س) ءس − $\int_{١}^{٤}$ ٤ ءس

= ٧ + ٢ × −٣ − [٤ س]$_{١}^{٤}$

= ٧ − ٦ − (١٦ − ٤) = −١١

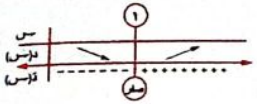
١٢

د (س) = (س − ١)^{٤} + ٢

$\therefore$ د$'$ (س) = ٤ (س − ١)^{٣} ، د$''$ (س) = ١٢ (س − ١)^{٢}

، بوضع د$'$ (س) = ٠

$\therefore$ ٤ (س − ١)^{٣} = ٠ $\therefore$ س = ١



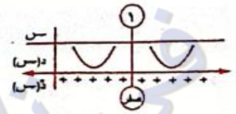
$\therefore$ الدالة متناقصة فى]− ∞ ، ١[، ومتزايدة فى]١ ، ∞[

، للدالة قيمة صغرى محلية عند س = ١ ، د (١) = ٢

، بوضع د$''$ (س) = ٠

$\therefore$ ١٢ (س − ١)^{٢} = ٠

$\therefore$ س = ١



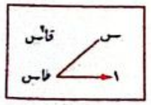
$\therefore$ المنحنى محدب لأسفل

فى]− ∞ ، ١] ، [١ ، ∞[

ولا يوجد نقط انقلاب.

١٣

① $\int$ س قا^{٢} س ءس



= س ظا س − $\int$ ظا س ءس

= س ظا س − $\int \frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ ءس

= س ظا س + لو$_{هـ}$ | جتا س | + ث

② $\int$ س $\sqrt[٣]{\text{س} - ١}$ ءس

= $\int$ (س − ١ + ١) $\sqrt[٣]{\text{س} - ١}$ ءس

= $\int$ [(س − ١)$^{\frac{٤}{٣}}$ + (س − ١)$^{\frac{١}{٣}}$] ءس

= $\frac{٣}{٧}$ (س − ١)$^{\frac{٧}{٣}}$ + $\frac{٣}{٤}$ (س − ١)$^{\frac{٤}{٣}}$ + ث

دور ثان ٢٠٢٠

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١ (ب) **٢** (أ) **٣** (ب)

٤

ع^{٤} = ١ = جتا ٠ + ت جا ٠

$\therefore$ ع = جتا $\frac{٢ \pi ر}{٤}$ + ت جا $\frac{٢ \pi ر}{٤}$

حيث ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

عند ر = ٠ :

$\therefore$ ع$_{١}$ = جتا ٠ + ت جا ٠ $\therefore$ ع$_{١}$ = ١

عند ر = ١ :

$\therefore$ ع$_{٢}$ = جتا $\frac{\pi}{٢}$ + ت جا $\frac{\pi}{٢}$ $\therefore$ ع$_{٢}$ = ت

عند ر = ٢ :

$\therefore$ ع$_{٣}$ = جتا π + ت جا π

$\therefore$ ع$_{٣}$ = −١

عند ر = ٣ :

$\therefore$ ع$_{٤}$ = جتا $\frac{٣\pi}{٢}$ + ت جا $\frac{٣\pi}{٢}$

= جتا $\frac{-\pi}{٢}$ + ت جا $\frac{-\pi}{٢}$

$\therefore$ ع$_{٤}$ = − ت

٥

نفرض أن $\theta_{\text{س}} = \theta_{\text{ص}} = \theta_{\text{ع}} = \theta$

$\therefore$ جتا^{٢} θ + جتا^{٢} θ + جتا^{٢} θ = ١

$\therefore$ ٣ جتا^{٢} θ = ١ $\therefore$ جتا^{٢} θ = $\frac{١}{٣}$

$\therefore$ جتا θ = ± $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

$\therefore \vec{\text{أ}}$ = ٧ $\sqrt{٣}$ $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)$ = (٧ ، ٧ ، ٧)

أو $\vec{\text{أ}}$ = ٧ $\sqrt{٣}$ $\left(\frac{-١}{\sqrt{٣}} ، \frac{-١}{\sqrt{٣}} ، \frac{-١}{\sqrt{٣}}\right)$ = (−٧ ، −٧ ، −٧)

٦

جتا θ = $\frac{|(١ ، ١ ، ٢) \cdot (\sqrt{٣} - ١ ، -\sqrt{٣} - ١ ، ٤)|}{\sqrt{٦} \times ٢\sqrt{٦}}$

= $\frac{|\sqrt{٣} - ١ - \sqrt{٣} - ١ + ٨|}{١٢}$ = $\frac{١}{٢}$

$\therefore$ ق (د θ) = ٦٠°

٧

① ح$_{ر+١}$ = ^{٩}ق$_{ر}$ $\left(-\frac{١}{٢ \text{س}^{٢}}\right)^{ر}$ (٢ س)$^{٩ - ر}$

= ^{٩}ق$_{ر}$ $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{ر}$ (٢)$^{٩ - ر}$ × س$^{-٢ر + ٩ - ر}$

لإيجاد معامل س^{٣}

تضع − ٢ ر + ٩ − ر = ٣ $\therefore$ ٣ ر = ٦

$\therefore$ ر = ٢

$\therefore$ معامل س^{٣} = ^{٩}ق$_{٢}$ × $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٢}$ × (٢)^{٧}

= ١١٥٢

② الحدان الأوسطان هما ح$_{٥}$ ، ح$_{٦}$

$\therefore$ ح$_{٥}$ = ح$_{٦}$ $\therefore \frac{\text{ح}_{٦}}{\text{ح}_{٥}}$ = ١

$\therefore \frac{٩ - ٥ + ١}{٥} \times \frac{\frac{١}{-٢ \text{س}^{٢}}}{٢ \text{س}}$ = ١ $\therefore -\frac{١}{٤ \text{س}^{٣}}$ = ١

$\therefore$ س^{٣} = $-\frac{١}{٤}$ $\therefore$ س = $\sqrt[٣]{-\frac{١}{٤}}$

٨

$\vec{\text{أ}} \times \vec{\text{ب}}$ = $\begin{vmatrix} \vec{\text{س}} & \vec{\text{ص}} & \vec{\text{ع}} \\ -٢ & ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ & -١ \end{vmatrix}$ = −٩ $\vec{\text{س}}$ + ٣ $\vec{\text{ص}}$ − ١٥ $\vec{\text{ع}}$

$\therefore$ مساحة متوازى الأضلاع

= $\|\vec{\text{أ}} \times \vec{\text{ب}}\|$ = $\sqrt{(-٩)^{٢} + (٣)^{٢} + (-١٥)^{٢}}$

= ٣ $\sqrt{٣٥}$ وحدة مساحة.

٩

متجه الاتجاه = $\overrightarrow{\text{ب ح}}$ = (٢ ، ١ ، ٠) − (−٣ ، ٢ ، ١)

= (٥ ، −١ ، −١)

المعادلة المتجهة :

$\vec{\text{ر}}$ = (١ ، −١ ، ٠) + ك (٥ ، −١ ، −١)

، المعادلة البارامترية :

س = ١ + ٥ ك ، ص = −١ − ك ، ع = − ك

، المعادلة الإحداثية : $\frac{\text{س} - ١}{٥} = \frac{\text{ص} + ١}{-١} = \frac{\text{ع}}{-١}$

، $\because \frac{-١٤ - ١}{٥}$ = −٣ ، $\frac{٢ + ١}{-١}$ = −٣ ، $\frac{٣}{-١}$ = −٣

$\therefore$ النقطة (−١٤ ، ٢ ، ٣) تقع على المستقيم.

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

ثانيًا | التفاضل والتكامل

① (د) ② (أ) ③ (أ)

④ (ب) ⑤ (ب) ⑥ (د)

---

⑦

① $\int_{٠}^{١} \frac{٣ هـ^{س} - ٢ هـ^{٢س}}{٢ هـ^{س}} ء س$

$= \int_{٠}^{١} \left(\frac{٣}{٢} - هـ^{س}\right) ء س$

$= \left[\frac{٣}{٢} س - هـ^{س}\right]_{٠}^{١} = \left(\frac{٣}{٢} - هـ\right) - (-١)$

$= \frac{٥}{٢} - هـ$

② $\int \frac{(٣ س - ١)^{٢}}{٣ س} ء س$

$= \int \frac{٩ س^{٢} - ٦ س + ١}{٣ س} ء س$

$= \int \left(٣ س - ٢ + \frac{١}{٣ س}\right) ء س$

$= \frac{٣}{٢} س^{٢} - ٢ س + \frac{١}{٣} لو_{هـ} |س| + ث$

---

⑧

$ص^{٢} + ٢ س ص = ٨$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\therefore ٢ ص \frac{ءص}{ءس} + ٢ ص + ٢ س \frac{ءص}{ءس} = ٠$

(بالقسمة على ٢)

$\therefore \frac{ءص}{ءس} (س + ص) + ص = ٠$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$\therefore \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} (س + ص) + \frac{ءص}{ءس} \left(١ + \frac{ءص}{ءس}\right) + \frac{ءص}{ءس} = ٠$

$\therefore (س + ص) \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} + ٢ \frac{ءص}{ءس} + \left(\frac{ءص}{ءس}\right)^{٢} = ٠$

---

⑨

$\frac{ءص}{ءس} = \frac{٢ س + ٢}{س} = ٢ + \frac{٢}{س}$

(بتكامل الطرفين بالنسبة إلى س)

$\therefore ص = \int \left(٢ + \frac{٢}{س}\right) ء س = ٢ س + ٢ لو_{هـ} |س| + ث$

$\because$ (هـ ، ٢ هـ + ٥) تقع على المنحنى

$\therefore ٢ هـ + ٥ = ٢ هـ + ٢ + ث$ $\therefore ث = ٣$

$\therefore ص = ٢ س + ٢ لو_{هـ} |س| + ٣$

---

⑩

$\frac{ءθ}{ءن} = ٠,١٢ ^{ء}/د$

، $ظا θ = \frac{ع}{٢٠٠}$

$\therefore ع = ٢٠٠ ظا θ$

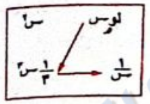
$\therefore \frac{ءع}{ءن} = ٢٠٠ قا^{٢} θ \frac{ءθ}{ءن}$

، عند $θ = \frac{π}{٤}$

$\therefore \frac{ءع}{ءن} = ٢٠٠ قا^{٢} \left(\frac{π}{٤}\right) \times ٠,١٢ = ٤٨$ متر/د

---

⑪



① $\int س^{٢} لو_{هـ} س ء س$

$= \frac{١}{٣} س^{٣} لو_{هـ} س$

$- \frac{١}{٣} \int س^{٢} ء س$

$= \frac{١}{٣} س^{٣} لو_{هـ} س$

$- \frac{١}{٩} س^{٣} + ث$

② $د(س) = |س - ٢|$

$= \begin{cases} -س + ٢ & ، س < ٢ \\ س - ٢ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

$\therefore \int_{٠}^{٥} |س - ٢| ء س = \int_{٠}^{٢} (-س + ٢) ء س$

$+ \int_{٢}^{٥} (س - ٢) ء س = \left[-\frac{١}{٢} س^{٢} + ٢ س\right]_{٠}^{٢}$

$+ \left[\frac{١}{٢} س^{٢} - ٢ س\right]_{٢}^{٥} = ٢ + \frac{٩}{٢} = \frac{١٣}{٢}$

---

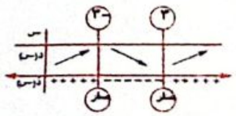
⑫

$د(س) = \frac{١}{٣} س^{٣} - ٩ س + ٣$

$\therefore دَ(س) = س^{٢} - ٩$

، بوضع $دَ(س) = ٠$

$\therefore س^{٢} - ٩ = ٠$ $\therefore س = \pm ٣$



$\therefore$ الدالة متناقصة فى $]-٣ ، ٣[$

، متزايدة فى $]-\infty ، -٣[،]٣ ، \infty[$

، للدالة قيمة عظمى محلية عند $س = -٣$

، $د(-٣) = ٢١$

، قيمة صغرى محلية عند $س = ٣$

، $د(٣) = -١٥$

---

⑬

$\int \frac{لو_{هـ} ٥ س}{س} ء س$

$= \int \frac{١}{س} (لو_{هـ} ٥ س) ء س$

$= \frac{(لو_{هـ} ٥ س)^{٢}}{٢} + ث$

دور أول ٢٠٢١

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

① (ب) ② (جـ)

③ (جـ) ④ (د)

---

⑤

$ع_{١} = ١ + \sqrt{٣} ت$ $\therefore ل_{١} = \sqrt{١ + ٣} = ٢$

، $\because س > ٠ ، ص > ٠$ $\therefore θ = ظا^{-١} \frac{ص}{س}$

$= ظا^{-١} \sqrt{٣}$

$\therefore θ = \frac{π}{٣}$

$\therefore ع_{١} = ٢ \left(جتا \frac{π}{٣} + ت جا \frac{π}{٣}\right)$

، $ع_{٢} = ١ + ت$ $\therefore ل_{٢} = \sqrt{١ + ١} = \sqrt{٢}$

، $\because س > ٠ ، ص > ٠$

$\therefore θ = ظا^{-١} \frac{ص}{س} = ظا^{-١} ١ = \frac{π}{٤}$

$\therefore ع_{٢} = \sqrt{٢} \left(جتا \frac{π}{٤} + ت جا \frac{π}{٤}\right)$

$\therefore ع = \frac{ع_{١}}{ع_{٢}} = \sqrt{٢} \left(جتا \frac{π}{١٢} + ت جا \frac{π}{١٢}\right)$

$\therefore ع = \sqrt{٢} هـ^{\frac{π}{١٢} ت}$

الجذرين التربيعيين للعدد $ع = \sqrt[٤]{٢} هـ^{\left(\frac{\frac{π}{١٢} + ٢ π ر}{٢}\right) ت}$

حيث : $ر = ٠ ، ١$

$\therefore$ الجذر التربيعى الأول $= \sqrt[٤]{٢} هـ^{\frac{π}{٢٤} ت}$

، الجذر التربيعى الثانى $= \sqrt[٤]{٢} هـ^{\frac{٢٥ π}{٢٤} ت}$

---

⑥

$ح_{ر+١} = {}^{٩}ق_{ر} (س^{٢})^{٩-ر} \left(\frac{١}{س}\right)^{ر}$

$= {}^{٩}ق_{ر} س^{١٨ - ٣ر}$

بوضع $١٨ - ٣ ر = ٠$ ومنها $ر = ٦$

$\therefore$ الحد الخالى من $س = ح_{٧} = {}^{٩}ق_{٦} = ٨٤$

$\therefore \frac{ح_{٧}}{ح_{٦}} = \frac{٩}{٤}$ $\therefore \frac{٩ - ٦ + ١}{٦} \times \frac{\frac{١}{س}}{س^{٢}} = \frac{٩}{٤}$

$\therefore \frac{٢}{٣ س^{٣}} = \frac{٩}{٤}$ $\therefore س^{٣} = \frac{٨}{٢٧}$

$\therefore س = \frac{٢}{٣}$

---

⑦

$\because (\sqrt{٢} ، ١ ، -١)$ متجه اتجاه المستقيم

، $(\sqrt{٢} ، -١ ، -١)$ متجه اتجاه عمودى على المستوى

$\therefore جتا θ = \frac{|(\sqrt{٢} ، ١ ، -١) \cdot (\sqrt{٢} ، -١ ، -١)|}{\sqrt{٢ + ١ + ١} \sqrt{٢ + ١ + ١}} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

$\therefore ق(\angle θ) = ٦٠^{\circ}$

وهى الزاوية بين متجه اتجاه المستقيم والمتجه العمودى على المستوى

$\therefore$ قياس الزاوية الصغرى بين المستقيم والمستوى

$= ٩٠^{\circ} - ٦٠^{\circ} = ٣٠^{\circ}$

---

⑧

متجه الاتجاه $= (٣ ، ١ ، -٣)$

المعادلة المتجهة :

$\vec{ر} = (٢ ، ١ ، -٣) + ك (٣ ، ١ ، -٣)$

، المعادلة البارامترية :

$س = ٢ + ٣ ك$ ، $ص = ١ + ك$ ، $ع = -٣ - ٣ ك$

، المعادلة الإحداثية :

$\frac{س - ٢}{٣} = \frac{ص - ١}{١} = \frac{ع + ٣}{-٣}$

---

⑨

$٣ جتا^{٢} θ = ١$ $\therefore جتا^{٢} θ = \frac{١}{٣}$

$\therefore جتا θ = \pm \frac{١}{\sqrt{٣}}$

$\therefore \vec{أ} = ٧ \sqrt{٣} \left(\frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)$

$= (٧ ، ٧ ، ٧)$

أو $\vec{أ} = ٧ \sqrt{٣} \left(\frac{-١}{\sqrt{٣}} ، \frac{-١}{\sqrt{٣}} ، \frac{-١}{\sqrt{٣}}\right)$

$= (-٧ ، -٧ ، -٧)$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

ثانيًا | التفاضل والتكامل

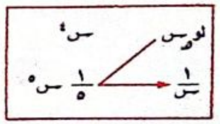
❶ (د) ❷ (أ) ❸ (ب)

❹ (د) ❺ (ج) ❻ (أ)

---

❼

① $\int$ س^4 لوه س ءس



= $\frac{1}{5}$ س^5 لوه س

$- \int \frac{1}{5}$ س^4 ءس

= $\frac{1}{5}$ س^5 لوه س $- \frac{1}{25}$ س^5 + ث

② $\int$ س^2 $\sqrt{س - 3}$ ءس ، بوضع ع = $\sqrt{س - 3}$

∴ س = ع^2 + 3 ∴ ءس = 2 ع ءع

∴ $\int$ س^2 $\sqrt{س - 3}$ ءس

= $\int$ (ع^2 + 3)^2 × ع × 2 ع ءع

= $\int$ 2 ع^2 (ع^4 + 6 ع^2 + 9) ءع

= $\int$ (2 ع^6 + 12 ع^4 + 18 ع^2) ءع

= $\frac{2}{7}$ ع^7 + $\frac{12}{5}$ ع^5 + 6 ع^3 + ث

= $\frac{2}{7}$ (س − 3)$^{\frac{7}{2}}$ + $\frac{12}{5}$ (س − 3)$^{\frac{5}{2}}$

+ 6 (س − 3)$^{\frac{3}{2}}$ + ث

---

❽

جاص + جتا 2 س = ٠

(بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ جتاص $\frac{ءص}{ءس}$ − 2 جا 2 س = ٠

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ جتاص $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ + $\frac{ءص}{ءس}$ × − جاص × $\frac{ءص}{ءس}$ − 4 جتا 2 س = ٠

(بالقسمة على جتاص)

∴ $\frac{ء^2ص}{ءس^2}$ − $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)^2$ ظاص = 4 جتا 2 س قاص

---

❾

ميل المماس = $\frac{ءص}{ءس}$ = 3 + $\frac{2}{س}$

∴ ص = $\int \left(3 + \frac{2}{س}\right)$ ءس = 3 س + 2 لوه |س| + ث

∵ المنحنى يمر بالنقطة (ه ، 3 ه + 5)

∴ 3 ه + 5 = 3 ه + 2 لوه ه + ث

∴ ث = 3

∴ ص = 3 س + 2 لوه |س| + 3

---

❿

نفرض أن طول ضلع القاعدة = س ، الارتفاع = ع

∴ 8 س + 4 ع = 120 ∴ 2 س + ع = 30

∴ ع = 30 − 2 س (1)

∴ ح = س^2 ع ومن (1)

∴ ح = س^2 (30 − 2 س) = 30 س^2 − 2 س^3

∴ ح َ = 60 س − 6 س^2 وبوضع ح َ = ٠

∴ س = ٠ (مرفوض) أ، س = 10

، ∵ ح َ = 60 س − 6 س^2 ∴ ح ً = 60 − 12 س

، عند س = 10

∴ ح ً = −60 < ٠ ∴ توجد نهاية عظمى

∴ عند س = 10 سم يكون الحجم أكبر ما يمكن

ومن (1) : ع = 10 سم

∴ أبعاد الصندوق ذو أكبر حجم هى 10 ، 10 ، 10 سم

⓫

$\int_{-2}^{5}$ [3 د (س) − 6] ءس

= 3 $\int_{-2}^{5}$ د (س) ءس − [6 س]$_{-2}^{5}$

= 3 [$\int_{-2}^{2}$ د (س) ءس + $\int_{2}^{5}$ د (س) ءس]

− [30 − (−12)]

= 3 [9 + (−4)] − 42 = −27

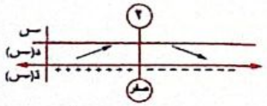
⓬

① د (س) = ه^{س} (3 − س)

∴ دَ (س) = ه^{س} × −1 + ه^{س} (3 − س)

= 2 ه^{س} − س ه^{س} = (2 − س) ه^{س}

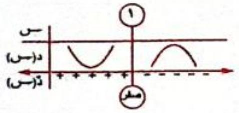
دَ (س) = ٠ عند س = 2



للدالة قيمة عظمى محلية د (2) = ه^2

② دً (س) = (2 − س) ه^{س} − ه^{س} = ه^{س} (1 − س)

، دً (س) = ٠ عند س = 1



∴ المنحنى محدب لأعلى فى]1 ، ∞[

ومحدب لأسفل فى]−∞ ، 1[

وله نقطة انقلاب هى (1 ، 2 ه)

دور ثان 2021

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

❶ (د) ❷ (ب)

❸ (ب) ❹ (ج)

---

❺

(4 ، 10 ، −7) . ر = (4 ، 10 ، −7) . (2 ، −1 ، ٠)

∴ (4 ، 10 ، −7) . ر = −2 (الصورة المتجهة)

∴ 4 (س − 2) + 10 (ص + 1) − 7 ع = ٠ (الصورة القياسية)

∴ 4 س + 10 ص − 7 ع = −2

∴ 4 س + 10 ص − 7 ع + 2 = ٠ (الصورة العامة)

---

❻

ع = $\frac{-\sqrt{3} - ت}{\sqrt{3} - ت}$ × $\frac{\sqrt{3} + ت}{\sqrt{3} + ت}$ = $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ت

∴ الصورة الجبرية للعدد ع = $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ت

∴ ل = $\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}$ = 1

∵ س < ٠ ، ص < ٠

∴ θ تقع فى الربع الثالث

∴ θ = −π + ظا$^{-1}$ $\left(\frac{ص}{س}\right)$ = −π + $\frac{π}{3}$

الصورة المثلثية للعدد ع = جتا $\frac{-2π}{3}$ + ت جا $\frac{-2π}{3}$

الصورة الأسية للعدد ع = ه$^{\frac{-2π}{3} ت}$

الجذور التربيعية للعدد ع = ه$^{\left(\frac{\frac{-2π}{3} + 2 π ر}{2}\right) ت}$

حيث ر = ٠ ، 1

عند ر = ٠

∴ الجذر التربيعى الأول = ه$^{-\frac{π}{3} ت}$

عند ر = 1

∴ الجذر التربيعى الثانى = ه$^{\frac{2π}{3} ت}$

---

❼

بالقسمة على 4

∴ $\frac{س}{4} + \frac{ص}{4} + \frac{ع}{4}$ = 1

∴ أ (4 ، ٠ ، ٠) ، ب (٠ ، 4 ، ٠) ، حـ (٠ ، ٠ ، 4)

∴ أب = $\sqrt{16 + 16 + ٠}$ = 4 $\sqrt{2}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{٠ + 16 + 16}$ = 4 $\sqrt{2}$ وحدة طول

، أحـ = $\sqrt{16 + ٠ + 16}$ = 4 $\sqrt{2}$ وحدة طول

∴ محيط Δ أب حـ = 4 $\sqrt{2}$ × 3 = 12 $\sqrt{2}$ وحدة طول

---

❽

رتبة الحد الأوسط = $\frac{8}{2}$ + 1 = 5

∴ الحد الأوسط هو ح$_5$

، ∵ ح$_{ر+1}$ = ^{8}ق$_ر$ × $\left(\frac{1}{أس}\right)^ر$ × (س^2)$^{8-ر}$

= ^{8}ق$_ر$ × أ$^{-ر}$ × س$^{16-3ر}$

وبوضع 16 − 3 ر = 10 ∴ ر = 2

∴ ح$_3$ هو الحد المشتمل على س^{10}

، ∵ معامل ح$_5$ = معامل ح$_3$

∴ ^{8}ق$_4$ × أ$^{-4}$ = ^{8}ق$_2$ × أ$^{-2}$

∴ أ^2 = $\frac{5}{2}$ ∴ أ = ± $\frac{\sqrt{10}}{2}$

---

❾

$\overline{ه_1}$ = (2 ، ٠ ، −2) ، $\overline{ه_2}$ = (1 ، 2 ، −2)

جتا θ = $\frac{|(2 ، ٠ ، −2) . (1 ، 2 ، −2)|}{\sqrt{4 + ٠ + 4} \sqrt{1 + 4 + 4}}$

= $\frac{|2 + ٠ + 4|}{2 \sqrt{2} × 3}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ θ = 45°

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

ثانيًا | التفاضل والتكامل

❶ (جـ)	❷ (أ)	❸ (أ)
❹ (جـ)	❺ (ب)	❻ (د)

❼

∵ ص = قاس ∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = قاس ظاس

∴ $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = قاس قا^{٢}س + قاس ظاس ظاس

= قا^{٣}س + قاس ظا^{٢}س

= قاس (قا^{٢}س + ظا^{٢}س)

∴ ص $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ + $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)^٢$

= قاس . قاس (قا^{٢}س + ظا^{٢}س) + قا^{٢}س ظا^{٢}س

= قا^{٢}س (قا^{٢}س + ٢ ظا^{٢}س)

= قا^{٢}س (٢ قا^{٢}س − ٢) = ص^٢ (٢ ص^٢ − ٢)

❽

بفرض أن حجم البالون «ح» ، المساحة السطحية للبالون «م»

① ح = $\frac{٤}{٣}$ π نق^٣

∴ $\frac{ءح}{ءن}$ = ٤ π نق^٢ × $\frac{ءنق}{ءن}$

∴ ٨ π = ٤ π × (٤)^٢ × $\frac{ءنق}{ءن}$

∴ $\frac{ءنق}{ءن}$ = $\frac{١}{٨}$ سم/ث

② م = ٤ π نق^٢

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ٨ π نق × $\frac{ءنق}{ءن}$

∴ $\frac{ءم}{ءن}$ = ٨ π × ٤ × $\frac{١}{٨}$ = ٤ π سم^٢/ث

❾

$\int_{١}^{٤}$ [د (س) + ٢ ر (س) − ٤] ءس

= $\int_{١}^{٤}$ د (س) ءس + ٢ $\int_{١}^{٤}$ ر (س) ءس

− ٤ $\int_{١}^{٤}$ ءس = ٧ + ٢ × −٣ − ٤ $[س]_{١}^{٤}$

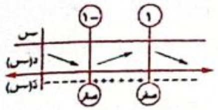
= ٧ + (−٦) − ٤ [٤ − ١] = −١١

❿

د (س) = ٥ + ٣ س − س^٣

∴ دَ (س) = ٣ − ٣ س^٢ ، دً (س) = −٦ س

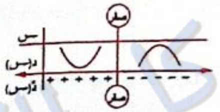
بوضع دَ (س) = ٠ ∴ س = ±١



∴ توجد قيمة صغرى محلية د (−١) = ٣

وتوجد قيمة عظمى محلية د (١) = ٧

، بوضع دً (س) = ٠ ∴ س = ٠



∴ نقطة الانقلاب (٠ ، ٥)

نعين نقطة مساعدة : د (−٢) = ٧ ، د (٢) = ٣

س	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	٧	٣	٥	٧	٣

⓫

$\frac{ءص}{ءس}$ = ٧ − ٢ هـ^س (بتكامل الطرفين بالنسبة إلى س)

∴ ص = ∫ (٧ − ٢ هـ^س) ءس = ٧ س − ٢ هـ^س + ث

∵ د (لو$_هـ$ ٢) = ٣

∴ ٣ = ٧ لو$_هـ$ ٢ − ٢ هـ$^{لو_هـ ٢}$ + ث

∴ ٣ = ٧ لو$_هـ$ ٢ − ٢ × ٢ + ث

∴ ث = ٧ − ٧ لو$_هـ$ ٢ = ٧ (١ − لو$_هـ$ ٢) = ٧ (لو$_هـ$ $\frac{هـ}{٢}$)

∴ د (س) = ٧ س − ٢ هـ^س + ٧ لو$_هـ$ $\frac{هـ}{٢}$

⓬

س = ن^٢ + ٤ ن ∴ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٢ ن + ٤

، ص = ٢ ن^٢ ∴ $\frac{ءص}{ءن}$ = ٤ ن

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{ءص}{ءن}$ ÷ $\frac{ءس}{ءن}$ = $\frac{٤ ن}{٢ ن + ٤}$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{ن=١}$ = $\frac{٢}{٣}$ ∴ ميل المماس = $\frac{٢}{٣}$

، ميل العمودى = $\frac{-٣}{٢}$

، عند ن = ١ س = ٥ ، ص = ٢

∴ النقطة هى : (٥ ، ٢)

∴ معادلة المماس : $\frac{ص − ٢}{س − ٥}$ = $\frac{٢}{٣}$

أى أن : ٢ س − ٣ ص − ٤ = ٠

، معادلة العمودى : $\frac{ص − ٢}{س − ٥}$ = $\frac{-٣}{٢}$

أى أن : ٣ س + ٢ ص − ١٩ = ٠

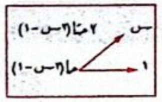
⓭

① ∫ ٢ س قتا (٢ س − ١) ءس

= س ما (٢ س − ١)

− ∫ ما (٢ س − ١) ءس

= س ما (٢ س − ١) + $\frac{١}{٢}$ قتا (٢ س − ١) + ث

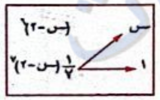


② ∫ س (س − ٢)^٦ ءس

= $\frac{١}{٧}$ س (س − ٢)^٧

− ∫ $\frac{١}{٧}$ (س − ٢)^٧ ءس

= $\frac{١}{٧}$ س (س − ٢)^٧ − $\frac{١}{٥٦}$ (س − ٢)^٨ + ث



دور أول ٢٠٢٢

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

❶

① (جـ)

الحل

(١ + $\frac{١}{\omega}$ + ت) (١ + $\frac{١}{\omega^٢}$ + ت)

= (١ + $\omega^٢$ + ت) (١ + ω + ت)

= (−ω + ت) (−$\omega^٢$ + ت)

= $\omega^٣$ − ω ت − $\omega^٢$ ت + ت^٢

= ١ − ت (ω + $\omega^٢$) + (−١) = −ت × −١ = ت

② (أ)

الحل

∵ رتبة الحد الأوسط = $\frac{٨ + ٢}{٢}$ = ٥

∴ ح$_٥$ = ١٧٩٢٠

∴ ^{٨}ق$_٤$ × $\left(\frac{٢}{٣ س^٢}\right)^٤$ × (٣ س^٢)^٤ = ١٧٩٢٠

∴ ٧٠ × $\frac{١٦}{٨١}$ × س$^{-٤}$ × ٨١ × س^٨ = ١٧٩٢٠

∴ س^٤ = ١٦ ∴ س = ±٢

③ (ب)

الحل

مركبة $\overrightarrow{أ}$ فى اتجاه $\overrightarrow{ب}$ = $\frac{\overrightarrow{أ} . \overrightarrow{ب}}{\|\overrightarrow{ب}\|}$ = $\frac{(٢ ، ٢ ، −١) . (٣ ، ٤ ، ٠)}{\sqrt{٣^٢ + ٤^٢}}$

= $\frac{٦ + ١٢}{٥}$ = $\frac{١٨}{٥}$

④ (د)

الحل

(١ − $\frac{١}{\omega}$) (١ − $\frac{١}{\omega^٢}$) (١ − $\frac{١}{\omega^٣}$) (١ − $\frac{١}{\omega^٤}$) ... إلى ١٠ عوامل

= (١ − $\omega^٢$) (١ − ω) (١ − $\omega^٢$) (١ − ω) ... إلى ١٠ عوامل

= ((١ − $\omega^٢$) (١ − ω))^٥

= (١ − ω − $\omega^٢$ + $\omega^٣$)^٥

= (١ − (ω + $\omega^٢$) + ١)^٥

= (٢ − (−١))^٥ = ٣^٥ = ٢٤٣

⑤ (جـ)

الحل

أ (٤ ، ٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ٢ ، ٠) ، حـ (٠ ، ٠ ، ٢)

∴ $\overrightarrow{أب}$ = (٠ ، ٢ ، ٠) − (٤ ، ٠ ، ٠) = (−٤ ، ٢ ، ٠)

، $\overrightarrow{أحـ}$ = (٠ ، ٠ ، ٢) − (٤ ، ٠ ، ٠) = (−٤ ، ٠ ، ٢)

∵ $\overrightarrow{أب}$ × $\overrightarrow{أحـ}$ = $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ -٤ & ٢ & ٠ \\ -٤ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$

= (٤ − ٠) $\overrightarrow{س}$ − (−٨ − ٠) $\overrightarrow{ص}$ + (٠ + ٨) $\overrightarrow{ع}$

= ٤ $\overrightarrow{س}$ + ٨ $\overrightarrow{ص}$ + ٨ $\overrightarrow{ع}$

∴ ‖$\overrightarrow{أب}$ × $\overrightarrow{أحـ}$‖ = $\sqrt{١٦ + ٦٤ + ٦٤}$ = ١٢

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ‖$\overrightarrow{أب}$ × $\overrightarrow{أحـ}$‖

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ = ٦ وحدة مساحة

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

⑥ (ب)

الحل

$(\overline{أ} - ٢\overline{ب}) \cdot (٣\overline{أ} + ٥\overline{ب})$

$= ٣\|\overline{أ}\|^{٢} + ٥\,\overline{أ}\cdot\overline{ب} - ٦\,\overline{ب}\cdot\overline{أ} - ١٠\|\overline{ب}\|^{٢}$

$= ٣ \times ١ + ٥ \times$ صفر $- ٦ \times$ صفر $- ١٠ \times ١ = -٧$

❷

① $\frac{١}{٢}$

الحل

∵ الحدان الأوسطان متساويان

∴ $٤ س^{٢} = \frac{١}{٢ س}$ ∴ $٨ س^{٣} = ١$

∴ $س^{٣} = \frac{١}{٨}$ ∴ $س = \frac{١}{٢}$

② $٦٣°$

الحل

$\overline{ى_١} = (٢ ، ١ ، -١)$ ، $\overline{ى_٢} = (٣ ، -٢ ، ٠)$

∴ $جتا\,\theta = \frac{|(٢ ، ١ ، -١) \cdot (٣ ، -٢ ، ٠)|}{\sqrt{٤+١+١} \times \sqrt{٩+٤+٠}} = \frac{٢\sqrt{٧٨}}{٣٩}$

∴ $\theta = ٦٣°$

③ $\sqrt{٢}\,هـ^{\frac{\pi}{٤}ت}$ ، $\sqrt{٢}\,هـ^{\frac{-٣\pi}{٤}ت}$

الحل

$ع = \frac{٢+٦ت}{٣-ت} \times \frac{٣+ت}{٣+ت} = \frac{٦+٢٠ت-٦}{٩+١} = ٢ت$

∴ $ع = ٢\,هـ^{\frac{\pi}{٢}ت}$

∴ $\sqrt{ع} = \sqrt{٢}\,هـ^{\frac{\frac{\pi}{٢}+٢ك\pi}{٢}ت}$ حيث $ك = ٠ ، -١$

∴ الجذر الأول $= \sqrt{٢}\,هـ^{\frac{\pi}{٤}ت}$ ، الجذر الثاني $= \sqrt{٢}\,هـ^{\frac{-٣\pi}{٤}ت}$

④ $(-٢ ، ٢ ، ٠)$

الحل

∵ $\overline{ر} = (١ + ٣ك ، ٤ + ٢ك ، ٢ + ٢ك)$

∴ $(٣ ، ٢ ، ٢) \cdot (١ + ٣ك ، ٤ + ٢ك ، ٢ + ٢ك) = -٢$

∴ $٣ + ٩ك + ٨ + ٤ك + ٤ + ٤ك = -٢$

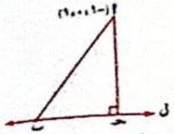
∴ $١٧ك = -١٧$ ∴ $ك = -١$

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى

$= (١ + ٣(-١) ، ٤ + ٢(-١) ، ٢ + ٢(-١))$

$= (-٢ ، ٢ ، ٠)$

❸



باعتبار أ (-١ ، ٠ ، ١)

∵ ب(١ ، ١ ، -١) ∈ المستقيم ل

∴ $\overline{بأ} = (-١ ، ٠ ، ١) - (١ ، ١ ، -١)$

$= (-٢ ، -١ ، ٢)$

، ∵ متجه اتجاه المستقيم $\overline{ى} = (٢ ، ١ ، -١)$

∴ $\overline{بأ} \times \overline{ى} = \begin{vmatrix} \overline{س} & \overline{ص} & \overline{ع} \\ -٢ & -١ & ٢ \\ ٢ & ١ & -١ \end{vmatrix}$

$= (١ - ٢)\overline{س} - (٢ - ٤)\overline{ص}$

$+ (-٢ + ٢)\overline{ع} = -\overline{س} + ٢\overline{ص}$

∴ طول العمود $= \frac{\|\overline{بأ} \times \overline{ى}\|}{\|\overline{ى}\|}$

$= \frac{\sqrt{١+٤}}{\sqrt{٤+١+١}} = \frac{\sqrt{٣٠}}{٦}$ وحدة طول

ثانيًا | التفاضل والتكامل

❶

① (جـ)

الحل

$م = \int_{٠}^{٢} س^{٣}\,ءس = \left[\frac{١}{٤}س^{٤}\right]_{٠}^{٢} = ٤$ وحدة مساحة

② (ب)

الحل

∵ $ص = س^{٢}\,لو_هـ \frac{س}{٢}$

∴ $\frac{ءص}{ءس} = ٢س\,لو_هـ \frac{س}{٢} + س^{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{س}$

$= ٢س\,لو_هـ \frac{س}{٢} + س$

∴ $\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٢\,لو_هـ \frac{س}{٢} + ٢س \times \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{س} + ١$

$= ٢\,لو_هـ \frac{س}{٢} + ٢ + ١$

$= ٢\,لو_هـ \frac{س}{٢} + ٣$

∴ $\frac{ء^{٣}ص}{ءس^{٣}} = ٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{س} + ٠ = \frac{٢}{س}$

∴ $\left(\frac{ء^{٣}ص}{ءس^{٣}}\right)_{س=٤} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

③ (جـ)

الحل

∵ $د(س) = جا ٢س\,جتا ٢س$

∴ $د(س) = \frac{١}{٢}\,جا ٤س$

∴ $دَ(س) = \frac{١}{٢} \times ٤\,جتا ٤س = ٢\,جتا ٤س$

∴ $دً(س) = -٨\,جا ٤س$

∴ $دً\left(\frac{\pi}{٣}\right) = -٨\,جا \frac{٤\pi}{٣} = -٨ \times \frac{-\sqrt{٣}}{٢} = ٤\sqrt{٣}$

④ (د)

الحل

$\int \frac{١}{س\,لو_هـ س^{٢}}\,ءس = \int \frac{١}{٢س\,لو_هـ س}\,ءس$

$= \frac{١}{٢}\int \frac{\frac{١}{س}}{لو_هـ س}\,ءس$

$= \frac{١}{٢}\,لو_هـ |لو_هـ س| + ث$

⑤ (د)

الحل

∵ $د(س) = \frac{لو_هـ س}{س}$

∴ $دَ(س) = \frac{\frac{١}{س} \times س - لو_هـ س}{س^{٢}} = \frac{١ - لو_هـ س}{س^{٢}}$

$دَ(س) = ٠$ عندما $١ - لو_هـ س = ٠$ ∴ $لو_هـ س = ١$

∴ $س = هـ$

الدالة لها قيمة عظمى عند $س = هـ$

، $د(هـ) = \frac{لو_هـ هـ}{هـ} = \frac{١}{هـ}$

∴ القيمة العظمى للدالة $= \frac{١}{هـ}$

⑥ (أ)

الحل

$\int \frac{هـ^{٢س} - ٣هـ^{س} + ٢}{هـ^{س} - ١}\,ءس = \int \frac{(هـ^{س} - ٢)(هـ^{س} - ١)}{هـ^{س} - ١}\,ءس$

$= \int (هـ^{س} - ٢)\,ءس$

$= هـ^{س} - ٢س + ث$

⑦ (جـ)

الحل

٢ نق + ل = ٣٠ ∴ ل = ٣٠ − ٢ نق

، ∵ م $= \frac{١}{٢}$ ل نق

∴ م $= \frac{١}{٢}$ نق (٣٠ − ٢ نق) = ١٥ نق − $نق^{٢}$

∴ مَ = ١٥ − ٢ نق

بوضع مَ = ٠ ∴ ١٥ − ٢ نق = ٠ ∴ نق = ٧,٥ سم

، ∵ مً = −٢ < ٠ لجميع قيم نق الحقيقية

∴ المساحة أكبر ما يمكن عندما نق = ٧,٥ سم

⑧ (جـ)

الحل

$\int_{ك}^{ك+١} (٢س + ٢)\,ءس = \left[س^{٢} + ٢س\right]_{ك}^{ك+١}$

$= [(ك + ١)^{٢} + ٢(ك + ١)] - [ك^{٢} + ٢ك]$

$= ك^{٢} + ٢ك + ١ + ٢ك + ٢ - ك^{٢} - ٢ك = ٢ك + ٤$

∴ $٢ك + ٤ = ١٨$ ∴ $ك = ٧$

❷

① $\frac{٢}{٣}(س + ٢)^{\frac{٣}{٢}} - ٨(س + ٢)^{\frac{١}{٢}}$

الحل

$\int \frac{س - ١}{\sqrt{س + ٢}}\,ءس$

بوضع $ع = س + ٢$ ∴ $س = ع - ٢$

∴ $ءس = ءع$

∴ $\int \frac{س - ١}{\sqrt{س + ٢}}\,ءس = \int \frac{ع - ٢ - ١}{\sqrt{ع}}\,ءع = \int \frac{ع - ٤}{ع^{\frac{١}{٢}}}\,ءع$

$= \int (ع^{\frac{١}{٢}} - ٤ع^{-\frac{١}{٢}})\,ءع$

$= \frac{٢}{٣}ع^{\frac{٣}{٢}} - ٨ع^{\frac{١}{٢}} + ث$

$= \frac{٢}{٣}(س + ٢)^{\frac{٣}{٢}} - ٨(س + ٢)^{\frac{١}{٢}} + ث$

② ٢

الحل

∵ $ص = لو_هـ (قا س + ظا س)$

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{قا س\,ظا س + قا^{٢} س}{قا س + ظا س}$

$= \frac{قا س\,(ظا س + قا س)}{قا س + ظا س} = قا س$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{س=\frac{\pi}{٣}} = قا \frac{\pi}{٣} = ٢$

③ $ص - س = \sqrt{٢}$

الحل

∵ $س = جتا\,\theta$ ∴ $\frac{ءس}{ء\theta} = -جا\,\theta$

، ∵ $ص = \sqrt{٢} + جا\,\theta$ ∴ $\frac{ءص}{ء\theta} = جتا\,\theta$

Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءθ} \div \frac{ءس}{ءθ} = \frac{جتا θ}{-جا θ} = -ظتا θ$

∴ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{θ=\frac{π}{٤}} = -ظتا \frac{π}{٤} = -١$

∴ ميل العمودي = ١ ، عند $θ = \frac{π}{٤}$

∴ $س = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $ص = \frac{٢}{\sqrt{٢}}$

∴ معادلة العمودي هي $\frac{ص - \frac{٢}{\sqrt{٢}}}{س - \frac{١}{\sqrt{٢}}} = ١$

أي أن : $ص - \frac{٢}{\sqrt{٢}} = س - \frac{١}{\sqrt{٢}}$

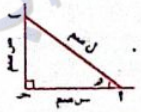
∴ $ص - س = \sqrt{٢}$

④ $١٠\sqrt{٣}$

الحل

بفرض أن : طول السلم = ل سم

∵ $س^٢ + ص^٢ = ل^٢$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى ن)



∴ $٢ س \times \frac{ءس}{ءن} + ٢ ص \times \frac{ءص}{ءن} = ٠$

∴ $س \times \frac{ءس}{ءن} + ص \times \frac{ءص}{ءن} = ٠$

عندما $هـ = \frac{π}{٣}$ ∴ $س = ل جتا \frac{π}{٣} = \frac{١}{٢} ل$

، $ص = ل جا \frac{π}{٣} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} ل$

∴ $\frac{١}{٢} ل \times ٣٠ + \frac{\sqrt{٣}}{٢} ل \times \frac{ءص}{ءن} = ٠$

∴ $\frac{ءص}{ءن} = -١٥ \times \frac{٢}{\sqrt{٣}} = -١٠\sqrt{٣}$ سم/ث

∴ معدل انزلاق الطرف العلوي = $١٠\sqrt{٣}$ سم/ث

⑤ −٨

الحل

∵ $\int_{١}^{٤} ٢ د(س) ءس = ١٤$

∴ $\int_{١}^{٤} د(س) ءس = ٧$

، ∵ $\int_{٤}^{١} ر(س) ءس = ٣$

∴ $\int_{١}^{٤} ر(س) ءس = -٣$

∴ $\int_{١}^{٤} [د(س) + ٢ ر(س) - ٣] ءس$

$= \int_{١}^{٤} د(س) ءس + ٢ \int_{١}^{٤} ر(س) ءس - \int_{١}^{٤} ٣ ءس$

$= ٧ + ٢ \times (-٣) - [٣س]_{١}^{٤}$

$= ٧ - ٦ - ٩ = -٨$

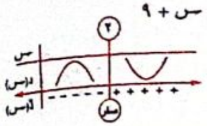
⑥ (٢ ، ١)

الحل

∵ $د(س) = س^٣ - ٦ س^٢ + ٩ س - ١$

∴ $د'(س) = ٣ س^٢ - ١٢ س + ٩$

∴ $د''(س) = ٦ س - ١٢$



بوضع $د''(س) = ٠$

∴ $٦ س - ١٢ = ٠$ ∴ $س = ٢$

، ∵ إشارة $د''(س)$ يتغير قبل وبعد س = ٢

∴ د لها نقطة انقلاب عند س = ٢

، ∵ $د(٢) = (٢)^٣ - ٦(٢)^٢ + ٩(٢) - ١ = ١$

∴ نقطة الانقلاب هي (٢ ، ١)

③

∵ $س^٢ ص = أ ب لو س$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ $٢ س ص + س^٢ ص' = \frac{أ ب}{س}$

∴ $٢ س^٢ ص + س^٣ ص' = أ ب$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ $٤ س ص + ٢ س^٢ ص' + ٣ س^٢ ص' + س^٣ ص'' = ٠$

∴ $س^٣ ص'' + ٥ س^٢ ص' + ٤ س ص = ٠$

(بالقسمة على س)

∴ $س^٢ ص'' + ٥ س ص' + ٤ ص = ٠$

④

$\frac{ءص}{ءس} = -أ قا^٢ س$

∴ $د(س) = \int -أ قا^٢ س ءس$

∴ $د(س) = -أ ظا س + ث$

، ∵ المنحنى يمر بالنقطتين $(\frac{π}{٤} ، ٥)$ ، $(\frac{٣π}{٤} ، ١)$

∴ $-أ ظا \frac{π}{٤} + ث = ٥$

∴ $-أ + ث = ٥$ (١)

، $-أ ظا \frac{٣π}{٤} + ث = ١$

∴ $أ + ث = ١$ (٢)

بحل المعادلتين (١) ، (٢) : ∴ أ = −٢ ، ث = ٣

∴ معادلة المنحنى هي : ص = ٢ ظا س + ٣

دور ثان ٢٠٢٢

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

1

① ب

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{١٠}ق_ر \times \left(\frac{١}{ب س}\right)^ر \times (أ س)^{١٠-ر}$

$= {}^{١٠}ق_ر \times ب^{-ر} \times (أ)^{١٠-ر} \times س^{١٠-٢ر}$

بوضع : ١٠ − ٢ ر = ٠ ∴ ر = ٥

∴ $ح_٦$ هو الحد الخالي من س

∴ $ح_٦$ = معامل $ح_٧$ ∴ $\frac{معامل ح_٧}{معامل ح_٦} = ١$

∴ $\frac{١٠ - ٦ + ١}{٦} \times \frac{ب^{-١}}{أ} = ١$ ∴ $\frac{٥}{٦} \times \frac{١}{أب} = ١$

∴ $أب = \frac{٥}{٦}$

② ج

الحل

$\overrightarrow{ه_١} = (٢ ، ٠ ، -٢)$ ، $\overrightarrow{ه_٢} = (١ ، ٢ ، -٢)$

∴ $جتا θ = \frac{|(٢ ، ٠ ، -٢) . (١ ، ٢ ، -٢)|}{\sqrt{٤ + ٠ + ٤} \times \sqrt{١ + ٤ + ٤}}$

$= \frac{٦}{٢\sqrt{٢} \times ٣} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

∴ θ = ٤٥°

③ ج

الحل

البعد بين النقطة (٦ ، ٣ ، ٤)

والمحور س = $\sqrt{٩ + ١٦} = ٥$ وحدة طول

④ ب

الحل

$\left(\frac{٣ + ٥ω}{٥ + ٣ω^٢} - \frac{٥ + ٣ω^٢}{٣ + ٥ω}\right)^٤$

$= \left(\frac{ω(٣ω^٢ + ٥)}{٥ + ٣ω^٢} - \frac{ω^٢(٥ω + ٣)}{٣ + ٥ω}\right)^٤$

$= (ω - ω^٢)^٤ = (\pm\sqrt{٣} ت)^٤ = ٩ ت^٤ = ٩$

⑤ د

الحل

مجموع متسلسلة هندسية حدها الأول أ = ١

وأساسها ر = ω ، عدد حدودها ن = ١٠١

∴ $ح_{١٠١} = \frac{١(ω^{١٠١} - ١)}{ω - ١} = \frac{ω^٢ - ١}{ω - ١}$

$= \frac{(ω - ١)(ω + ١)}{(ω - ١)} = -ω^٢$

⑥ ب

الحل

∵ المستوى يوازي المحور س ، المحور ص

∴ المستوى يوازي المستوى س ص

ويمر بالنقطة (١ ، ٢ ، ٣)

∴ معادلة المستوى هي : ع = ٣

2

① $\sqrt[٤]{٢}\left(جتا\left(\frac{π}{٨}\right) + ت جا\left(\frac{π}{٨}\right)\right)$ ، $\sqrt[٤]{٢}\left(جتا\left(\frac{-٧π}{٨}\right) + ت جا\left(\frac{-٧π}{٨}\right)\right)$

الحل

$ع = \frac{٢ت}{١ + ت} \times \frac{١ - ت}{١ - ت} = \frac{٢ت(١ - ت)}{٢} = ١ + ت$

∵ $|ع| = \sqrt{١ + ١} = \sqrt{٢}$ ، س > ٠ ، ص > ٠

∴ $θ = ظا^{-١} \frac{١}{١} = \frac{π}{٤}$

∴ $ع = \sqrt{٢}(جتا ٤٥° + ت جا ٤٥°)$

∴ $ع^{\frac{١}{٢}} = ٢^{\frac{١}{٤}}\left(جتا\left(\frac{٤٥° + ٣٦٠° ر}{٢}\right) + ت جا\left(\frac{٤٥° + ٣٦٠° ر}{٢}\right)\right)$

حيث ر = ٠ ، −١

∴ $ع_١ = ٢^{\frac{١}{٤}}\left(جتا \frac{٤٥°}{٢} + ت جا \frac{٤٥°}{٢}\right)$

$= \sqrt[٤]{٢}\left(جتا \frac{π}{٨} + ت جا \frac{π}{٨}\right)$

، $ع_٢ = ٢^{\frac{١}{٤}}\left(جتا \frac{-٣١٥°}{٢} + ت جا \frac{-٣١٥°}{٢}\right)$

$= \sqrt[٤]{٢}\left(جتا \frac{-٧π}{٨} + ت جا \frac{-٧π}{٨}\right)$

② ٧ أو −١

الحل

$\frac{|\sqrt{٢} \cdot \sqrt{٢} + (٠) - (-١) - ٢ + ك|}{\sqrt{٢ + ١ + ١}} = ٢$

∴ $\frac{|ك - ٣|}{٢} = ٢$ ∴ $|ك - ٣| = ٤$

∴ ك − ٣ = ٤ ومنها ك = ٧

أو ك − ٣ = −٤ ومنها ك = −١

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly

③ ١٧

الحل

$\overrightarrow{\text{ءهـ}} = (-١ ، -٥ ، ٥)$ ، $\overrightarrow{\text{ءو}} = (-٣ ، ٣ ، ٢)$

$\overrightarrow{\text{ءهـ}} \times \overrightarrow{\text{ءو}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ -١ & -٥ & ٥ \\ -٣ & ٣ & ٢ \end{vmatrix}$

$= -٢٥ \overrightarrow{\text{س}} - ١٢ \overrightarrow{\text{ص}} - ١٨ \overrightarrow{\text{ع}}$

مساحة المثلث ء هـ و $= \frac{١}{٢} \sqrt{(-٢٥)^٢ + (-١٢)^٢ + (-١٨)^٢}$

= ١٧ وحدة مساحة

④ ٤

الحل

$\because \overrightarrow{\text{هـ}} = (٢ ، ٢ ، م)$ ، $\overrightarrow{\text{ن}} = (١ ، \frac{٢}{٢} ، ٢)$

، ∵ المستقيم عمودى على المستوى.

$\therefore \overrightarrow{\text{هـ}} \parallel \overrightarrow{\text{ن}}$ $\quad \therefore \frac{٢}{١} = \frac{م}{٢}$ $\quad \therefore م = ٤$

⑤ ٣٤٣٢

الحل

$ح_{ر+١} = {}^{١٤}ق_ر \times \left(\frac{١}{س}\right)^ر \times (س^٢)^{١٤ - ر}$

$= {}^{١٤}ق_ر \times س^{٢٨ - ٣ر}$

بوضع : ٢٨ − ٣ ر = ٧

∴ ر = ٧ $\quad \therefore ح_٨ = {}^{١٤}ق_٧ \times س^٧$

∴ معامل الحد المشتمل على $س^٧ = {}^{١٤}ق_٧ = ٣٤٣٢$

٢

$ل : \frac{س + ٤}{٣} = \frac{ص + ٢,٥}{١} = \frac{ع - ٤}{-٤}$

$\therefore \overrightarrow{\text{هـ}} = (٣ ، ١ ، -٤)$

، المستقيم يمر بالنقطة أ (−٤ ، −٢,٥ ، ٤)

∴ المعادلة المتجهة هى :

$\overrightarrow{\text{ر}} = (-٤ ، -٢,٥ ، ٤) + ك (٣ ، ١ ، -٤)$

، المعادلات البارامترية هى :

س = −٤ + ٣ ك ، ص = −٢,٥ + ك ، ع = ٤ − ٤ ك

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١

① (جـ)

الحل

$\frac{ءص}{ءن} = ٦ ن^٢$ ، $\frac{ءع}{ءن} = ٢ ن$

$\therefore \frac{ءص}{ءع} = \frac{٦ ن^٢}{٢ ن} = ٣ ن$

$\therefore \left(\frac{ءص}{ءع}\right)_{ن = ٢} = ٣ (٢) = ٦$

② (د)

الحل

إذا كانت : د (س) = ٢ + $س^٤$

$\therefore د'(س) = ٤ س^٣$ ، $د''(س) = ١٢ س^٢$

$\therefore د''(س) > ٠$ لكل س ∈ ح − {٠}

∴ المنحنى محدب لأسفل فى ح

③ (ب)

الحل

بفرض أن : طول قطعة الأرض المستطيلة = س متر

، عرض قطعة الأرض المستطيلة = ص متر

∴ س + ص = ٦٠ $\quad$ ∴ ص = ٦٠ − س

∴ مساحة قطعة الأرض = د (س) حيث :

$د(س) = س (٦٠ - س) = ٦٠ س - س^٢$

$\therefore د'(س) = ٦٠ - ٢ س$ ، $د''(س) = -٢$

بوضع $د'(س) = ٠$ $\quad$ ∴ ٦٠ − ٢ س = ٠

∴ س = ٣٠

، $\because د''(٣٠) = -٢ < ٠$

∴ المساحة أكبر ما يمكن عندما س = ٣٠ متر

∴ أكبر مساحة = $٦٠ (٣٠) - (٣٠)^٢ = ٩٠٠$ متر مربع

④ (د)

الحل

الحجم = $\pi \int_١^٤ \left(\frac{٢}{س}\right)^٢ ءس = \pi \int_١^٤ ٤ س^{-٢} ءس$

$= \pi \left[-٤ س^{-١}\right]_١^٤ = \pi \left[\frac{-٤}{س}\right]_١^٤$

$= \pi \left[\frac{-٤}{٤} - \frac{-٤}{١}\right] = ٣ \pi$ وحدة مكعبة

⑤ (أ)

الحل

$د(س) = س^٣ \text{ جتا } س$

$\therefore د(-س) = (-س)^٣ \text{ جتا } (-س) = -س^٣ \text{ جتا } س$

$= - د(س)$

∴ د دالة فردية

$\therefore \int_{-\pi}^{\pi} س^٣ \text{ جتا } س \, ءس = \text{صفر}$

⑥ (أ)

الحل

$\because ص^٢ = س^٣$

$\therefore ٢ ص \frac{ءص}{ءن} = ٣ س^٢ \frac{ءس}{ءن}$

عند ص = −١ $\quad \therefore (-١)^٢ = س^٣ \quad \therefore س = ١$

$\therefore ٢ (-١) \times \frac{ءص}{ءن} = ٣ (١)^٢ \times \frac{١}{٢}$

$\therefore \frac{ءص}{ءن} = \frac{-٣}{٤}$

٢

① $\sqrt{٢}$

الحل

$\because ص = هـ^س \quad \therefore \frac{ءص}{ءس} = هـ^س$

$\therefore \left(\frac{ءص}{ءس}\right)_{(٠ ، ١)} = هـ^٠ = ١$

∴ معادلة المماس للمنحنى عند النقطة (٠ ، ١) هى :

$\frac{ص - ١}{س} = ١ \quad \therefore -س + ص = ١$

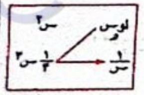
∴ المماس للمنحنى يقطع محور السينات فى أ (−١ ، ٠)

ومحور الصادات فى ب (٠ ، ١)

∴ طول $\overline{\text{أب}} = \sqrt{١ + ١} = \sqrt{٢}$ وحدة طول

② $\frac{١}{٢} س^٢ \text{ لو}_هـ س - \frac{١}{٩} س^٣$

الحل



$\int س^٢ \text{ لو}_هـ س \, ءس$

$= \frac{١}{٣} س^٣ \text{ لو}_هـ س - \int \frac{١}{٣} س^٢ ءس$

$= \frac{١}{٣} س^٣ \text{ لو}_هـ س - \frac{١}{٩} س^٣ + ث$

③ ٨,٤

الحل

$\because م = \pi (نق_١^٢ - نق_٢^٢)$

$\therefore \frac{ءم}{ءن} = \pi \left(٢ نق_١ \frac{ءنق_١}{ءن} - ٢ نق_٢ \frac{ءنق_٢}{ءن}\right)$

عندما : $نق_١ = ١٠$ سم ، $نق_٢ = ٦$ سم

، $\frac{ءنق_١}{ءن} = ٠,٣$ سم/ث ، $\frac{ءنق_٢}{ءن} = -٠,٢$ سم/ث

$\therefore \frac{ءم}{ءن} = ٢ \pi \left(١٠ \times ٠,٣ - ٦ \times (-٠,٢)\right)$

$= ٨,٤ \pi$ سم٢/ث

④ (−٣ ، ٠) ، (−١ ، −٤)

الحل

$\because د(س) = س (س + ٣)^٢ = س (س^٢ + ٦ س + ٩)$

$= س^٣ + ٦ س^٢ + ٩ س$

$\therefore د'(س) = ٣ س^٢ + ١٢ س + ٩$

، $د''(س) = ٦ س + ١٢$

بوضع $د'(س) = ٠$

$\therefore ٣ س^٢ + ١٢ س + ٩ = ٠$

∴ س = −١ ، س = −٣

، $\because د''(-١) = ٦ (-١) + ١٢ = ٦ > ٠$

∴ د لها قيمة صغرى محلية عند س = −١

، $\because د(-١) = -١ (-١ + ٣)^٢ = -٤$

∴ د لها قيمة صغرى محلية عند النقطة (−١ ، −٤)

، $\because د''(-٣) = ٦ (-٣) + ١٢ = -٦ < ٠$

∴ د لها قيمة عظمى محلية عند س = −٣

، $\because د(-٣) = -٣ (-٣ + ٣)^٢ = ٠$

∴ د لها قيمة عظمى محلية عند النقطة (−٣ ، ٠)

⑤ ٢٨

الحل

$\because \int_٤^٢ ر(س) ءس = -٢$

$\therefore \int_٢^٤ ر(س) ءس = ٢$

$\therefore \int_٢^٤ (د(س) + ٣ ر(س) + ٤ س) ءس$

$= \int_٢^٤ د(س) ءس + ٣ \int_٢^٤ ر(س) ءس$

$+ \int_٢^٤ ٤ س \, ءس$

$= ٥ + ٣ (٢) + [٢ س^٢]_٢^٤$

$= ١٤ + (٣٢ - ٨) = ٢٨$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

⑥ $-\frac{1}{9}$

الحل

∵ $\text{س} = \frac{ع+1}{ع-1}$ ، $\text{ص} = \frac{ع-1}{ع+1}$

∴ س ص = ١

∴ $\text{ص} = \frac{1}{\text{س}}$ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{-1}{\text{س}^2}$

عند ع = ٢ : $\text{س} = \frac{2+1}{2-1} = 3$

∴ $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\right)_{ع=2} = \frac{-1}{3^2} = \frac{-1}{9}$

٣

∵ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = 3\pi \text{ جتا}(\pi\text{س}) - 2\pi \text{ جا}(\pi\text{س})$

∴ $\text{ص} = \int \left(3\pi \text{ جتا}(\pi\text{س}) - 2\pi \text{ جا}(\pi\text{س})\right) \text{ءس}$

∴ $\text{ص} = 3 \text{ جا}(\pi\text{س}) + 2 \text{ جتا}(\pi\text{س}) + \text{ث}$

، ∵ النقطة (١ ، −٢) ∋ المنحنى

∴ $-2 = 3 \text{ جا}(\pi) + 2 \text{ جتا}(\pi) + \text{ث}$

∴ ث = صفر

∴ معادلة المنحنى هى :

$\text{ص} = 3 \text{ جا}(\pi\text{س}) + 2 \text{ جتا}(\pi\text{س})$

٤

∵ $\text{ص} = \sqrt{2\text{س} + 5}$

∴ $\text{ص}^2 = 2\text{س} + 5$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

∴ $2 \text{ص ص}' = 2$

∴ $\text{ص ص}' = 1$ (بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ $\text{ص}' \times \text{ص}' + \text{ص} \times \text{ص}'' = 0$

∴ $(\text{ص}')^2 + \text{ص ص}'' = 0$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

∴ $2 \text{ص}' \times \text{ص}'' + \text{ص}' \times \text{ص}'' + \text{ص} \times \text{ص}''' = 0$

∴ $3 \text{ص}' \text{ص}'' + \text{ص ص}''' = 0$ بالضرب × ص

∴ $3 \text{ص ص}' \text{ص}'' + \text{ص}^2 \text{ص}''' = 0$

∴ $3 \times 1 \times \text{ص}'' + (2\text{س} + 5) \text{ص}''' = 0$

∴ $(2\text{س} + 5)\frac{\text{ء}^3\text{ص}}{\text{ءس}^3} + 3\frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2} = 0$

دور أول ٢٠٢٣

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١

① ج

الحل

$\frac{-2}{1+\omega} = \frac{-2}{-\omega^2} = 2\omega$ ، $\frac{-2}{1+\omega^2} = \frac{-2}{-\omega} = 2\omega^2$

∴ مجموع الجذرين $= 2\omega + 2\omega^2 = 2(\omega + \omega^2)$

$= 2 \times -1 = -2$

، حاصل ضربهما $= (2\omega)(2\omega^2) = 4\omega^3 = 4$

∴ المعادلة التربيعية هى $\text{س}^2 + 2\text{س} + 4 =$ صفر

---

② ب

الحل

∵ $\text{جتا}^2 45^\circ + \text{جتا}^2 45^\circ + \text{جتا}^2 \theta = 1$

∴ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \text{جتا}^2 \theta = 1$

∴ $\text{جتا}^2 \theta =$ صفر ∴ $\text{جتا}\, \theta =$ صفر ∴ $\theta = 90^\circ$

---

③ ب

الحل

∵ $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ج}$ ∴ $\overrightarrow{أ} \parallel (\overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{ج})$

، ∵ $\overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{ج} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{ع} \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

$= -\overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{ع}$

∴ $\overrightarrow{أ} = (-ك ، 0 ، ك)$ حيث ك ≠ ٠

، ∵ $\|\overrightarrow{أ}\| = 4\sqrt{2}$

∴ $(-ك)^2 + (ك)^2 = (4\sqrt{2})^2$

∴ $2ك^2 = 32$ ∴ $ك^2 = 16$ ∴ $ك = \pm 4$

∴ $\overrightarrow{أ} = (-4 ، 0 ، 4)$ أو $\overrightarrow{أ} = (4 ، 0 ، -4)$

---

④ أ

الحل

∵ المستقيم $ل_1$: $\frac{\text{س}-1}{1} = \frac{\text{ص}+2}{\sqrt{2}} = \frac{ع-1}{-1}$

∴ متجه اتجاه المستقيم $ل_1$ هو $(1 ، \sqrt{2} ، -1)$

، المستقيم $ل_2$: $\frac{\text{س}}{-1} = \frac{ع+3}{1}$ ، ص = ٤

∴ متجه اتجاه المستقيم $ل_2$ هو (−١ ، ٠ ، ١)

∴ $\text{جتا}\,\theta = \frac{|(1 ، \sqrt{2} ، -1) \cdot (-1 ، 0 ، 1)|}{\sqrt{(1)^2 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2}\sqrt{(-1)^2 + (0)^2 + (1)^2}}$

$= \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ $\theta = 45^\circ$

---

⑤ ج

الحل

رتب الحدين الأوسطين فى مفكوك $(3أ - 2ب)^{11}$

هما $\frac{11+1}{2} = 6$ ، $\frac{11+3}{2} = 7$

∴ $\frac{ح_7}{ح_6} = \frac{11-6+1}{6}\left(\frac{-2ب}{3أ}\right)$

∴ $\frac{-2ب}{3أ} = \frac{-4}{3}$ ∴ $-12أ = -6ب$

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{1}{2}$

---

⑥ ج

الحل

∵ $\text{س} = \omega + \frac{1}{\omega} = \omega + \omega^2 = -1$

، $\text{ص} = -1 - \frac{1}{\omega^2} = -1 - \omega = \omega^2$

، $ع = \frac{7 + 5\omega}{5 + 7\omega^2} = \frac{7\omega^3 + 5\omega}{5 + 7\omega^2} = \frac{\omega(7\omega^2 + 5)}{(5 + 7\omega^2)} = \omega$

∴ $\text{س}^2 + \text{ص}^2 + ع^2 = (-1)^2 + (\omega^2)^2 + (\omega)^2$

$= 1 + \omega + \omega^2 =$ صفر

٢

① $\overrightarrow{ر} = (1 ، -1 ، 0) + ك(5 ، -1 ، -1)$

الحل

$\overrightarrow{ب ج} = \overrightarrow{ج} - \overrightarrow{ب} = (2 ، 1 ، 0) - (-3 ، 2 ، 1)$

$= (5 ، -1 ، -1)$

، المستقيم يمر بالنقطة أ (١ ، −١ ، ٠)

∴ الصورة المتجهه لمعادلة المستقيم هى

$\overrightarrow{ر} = (1 ، -1 ، 0) + ك(5 ، -1 ، -1)$

---

② $2\left(\text{جتا}\left(\frac{\pi}{8}\right) + \text{ت جا}\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$

، $2\left(\text{جتا}\left(\frac{-7\pi}{8}\right) + \text{ت جا}\left(\frac{-7\pi}{8}\right)\right)$

الحل

∵ $ع = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,\text{ت}$

$|ع| = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4$

∴ س > ٠ ، ص > ٠

∴ θ تقع فى الربع الأول

، $\text{ظا}\,\theta = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1$ ∴ $\theta = \frac{\pi}{4}$

∴ $ع = 4\left(\text{جتا}\frac{\pi}{4} + \text{ت جا}\frac{\pi}{4}\right)$

∴ $\sqrt{ع} = 2\left(\text{جتا}\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi ن}{2}\right) + \text{ت جا}\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi ن}{2}\right)\right)$

حيث ن = ٠ ، −١

عند ن = ٠ : $\sqrt{ع} = 2\left(\text{جتا}\left(\frac{\pi}{8}\right) + \text{ت جا}\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$

، عند ن = −١ : $\sqrt{ع} = 2\left(\text{جتا}\left(\frac{-7\pi}{8}\right) + \text{ت جا}\left(\frac{-7\pi}{8}\right)\right)$

---

③ $ح = \frac{2}{3}$

الحل

$ح_{ر+1} = {}^{15}\text{ق}_ر \left(\frac{ح}{\text{س}^3}\right)^ر (\text{س}^2)^{15-ر}$

$= {}^{15}\text{ق}_ر (ح)^ر \text{س}^{30-5ر}$

نضع ٣٠ − ٥ر = ١٠ ∴ ر = ٤

معامل $\text{س}^{10} = {}^{15}\text{ق}_4 ح^4 = 1365 ح^4$

، نضع ٣٠ − ٥ر = ١٥ ∴ ر = ٣

∴ معامل $\text{س}^{15} = {}^{15}\text{ق}_3 ح^3 = 455 ح^3$

∴ $1365 ح^4 = 2 \times 455 ح^3$ ∴ $ح = \frac{2}{3}$

---

④ ٢

الحل

الصوره الإحداثية لمعادلة المستوى

$\overrightarrow{ر} \cdot \left(\overrightarrow{\text{س}} - 2\overrightarrow{\text{ص}} + 2\overrightarrow{ع}\right) = 7$

هى س − ٢ص + ٢ع − ٧ = صفر

∴ بعد النقطة (٢ ، ١ ، −١) عن المستوى

$= \frac{|(2) - 2(1) + 2(-1) - 7|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (2)^2}} = \frac{9}{3} = 2$ وحدات طول

٣

نضع $\overrightarrow{ر_1} = \overrightarrow{ر_2}$:

∴ $(3 + ك_1 ، 1 + 2ك_1 ، -1 + 2ك_1)$

$= (2 + ك_2 ، 5 - ك_2 ، ك_2)$

∴ $3 + ك_1 = 2 + ك_2$ ∴ $ك_1 - ك_2 = -1$ (١)

، $1 + 2ك_1 = 5 - ك_2$ ∴ $2ك_1 + ك_2 = 4$ (٢)

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

، −١ + ٣ ك$_{1}$ = ك$_{2}$ ∴ ٣ ك$_{1}$ − ك$_{2}$ = ١ (٣)

بحل المعادلتين (١) ، (٢) : ك$_{1}$ = ١ ، ك$_{2}$ = ٢

بالتعويض فى (٣) : الطرف الأيمن = ٣ (١) − (٢)

= ١ = الطرف الأيسر.

∴ المستقيمان متقاطعان ولأيجاد نقطة تقاطعهما نضع

ك$_{1}$ = ١ فى $\overrightarrow{\text{ر}_1}$

∴ $\overrightarrow{\text{ر}_1}$ = (٣ ، ١ ، −١) + (١ ، ٢ ، ٣) = (٤ ، ٣ ، ٢)

، ∵ $\overrightarrow{\text{ى}_1}$ (متجه اتجاه المستقيم ر$_{1}$) = (١ ، ٢ ، ٣)

، $\overrightarrow{\text{ى}_2}$ (متجه اتجاه المستقيم ر$_{2}$) = (١ ، −١ ، ١)

∴ $\overrightarrow{\text{ن}}$ (متجه اتجاه عمودى على المستوى)

$$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 5\,\overrightarrow{\text{س}} + 2\,\overrightarrow{\text{ص}} - 3\,\overrightarrow{\text{ع}}$$

∴ الصورة المتجهة للمستوى هى $\overrightarrow{\text{ر}}$. (٥ ، ٢ ، −٣)

= (٤ ، ٣ ، ٢) . (٥ ، ٢ ، −٣)

∴ $\overrightarrow{\text{ر}}$. (٥ ، ٢ ، −٣) = ٢٠

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١

① ج

الحل

∵ د (س) = ظتا س ∴ دَ (س) = − قتا^{2} س

∴ دً (س) = −٢ قتا س (− قتا س ظتا س)

= ٢ قتا^{2} س ظتا س

∴ دً $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = ٢ قتا^{2} $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ظتا $\left(\frac{\pi}{4}\right)$

= ٢ × $(\sqrt{2})^{2}$ × (١) = ٤

② ب

الحل

∵ ص = س^{2} − ٨١ لو$_{هـ}$ س

∴ صَ = ٢ س^{2} − $\frac{81}{\text{س}}$

∵ المماس يوازى محور السينات ∴ ميل المماس = ٠

بوضع صَ = ٠ : ٣ س^{2} − $\frac{81}{\text{س}}$ = ٠ ∴ ٣ س^{3} = ٨١

∴ س^{3} = ٢٧ ∴ س = ٣

③ د

الحل

ص = س^{4} − ٢ س^{2}

∴ صَ = ٤ س^{3} − ٤ س = ٤ س (س^{2} − ١)

بوضع صَ = ٠ : ٤ س (س^{2} − ١) = ٠

∴ ٤ س = ٠ ∴ س = ٠

أ، س^{2} − ١ = ٠ ∴ س = ١ أ، س = −١

، صً = ١٢ س^{2} − ٤

عند س = ٠ : صً = −٤

∴ الدالة لها قيمة عظمى محلية عند س = ٠

، الدالة د (س) = س^{2} − ٢ هى دالة تربيعية لها قيمة صغرى محلية فقط

، الدالة د (س) = س^{3} + ١ هى دالة تكعيبية ليس لها قيمة عظمى أو صغرى محلية

، ∵ د (س) = س^{3} + ٣ س

∴ دَ (س) = ٣ س^{2} + ٣

، ∵ دَ (س) > صفر لكل قيم س ∈ ح

∴ د (س) = س^{3} + ٣ س

ليس لها قيم عظمى أو صغرى محلية

④ ب

الحل

نفرض أن أبعاد المستطيل هما س ، ص

∵ المحيط = ١٢٠ م ∴ ٢ س + ٢ ص = ١٢٠

∴ ص = ٦٠ − س

، مساحة المستطيل م = س × ص = س (٦٠ − س)

= ٦٠ س − س^{2}

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءس}}$ = ٦٠ − ٢ س

بوضع $\frac{\text{ءم}}{\text{ءس}}$ = ٠ ∴ ٦٠ − ٢ س = ٠

∴ س = ٣٠

، ∵ $\frac{\text{ء}^2\text{م}}{\text{ءس}^2}$ = −٢ < صفر

∴ المساحة تكون أكبر ما يمكن عند س = ٣٠

، أكبر مساحة للمستطيل = ٦٠ × ٣٠ − (٣٠)^{2} = ٩٠٠ م^{2}

⑤ ب

الحل

$\int_{\text{هـ}}^{\text{هـ}^2} \frac{1}{\text{س} - 1}$ ءس = [لو$_{هـ}$ |س − ١|]$_{هـ}^{هـ^2}$

= لو$_{هـ}$ |هـ^{2} − ١| − لو$_{هـ}$ |هـ − ١|

= لو$_{هـ}$ $\left|\frac{\text{هـ}^2 - 1}{\text{هـ} - 1}\right|$ = لو$_{هـ}$ $\left|\frac{(\text{هـ} - 1)(\text{هـ}^2 + \text{هـ} + 1)}{(\text{هـ} - 1)}\right|$

= لو$_{هـ}$ (هـ^{2} + هـ + ١)

⑥ ب

الحل

∵ س = هـ^{2ن} ∴ $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = ٢ هـ^{2ن}

، ص = هـ^{3ن} ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ = ٣ هـ^{3ن}

∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$ ÷ $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = $\frac{3}{2}$ هـ^{ن}

، $\frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2}$ = $\frac{3}{2}$ هـ^{ن} × $\frac{\text{ءن}}{\text{ءس}}$ = $\frac{3}{2}$ هـ^{ن} × $\frac{1}{2}$ هـ$^{-2ن}$

= $\frac{3}{4}$ هـ$^{-ن}$

٢

① ٤

الحل

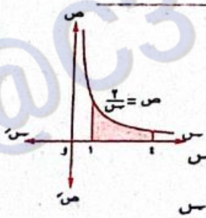
∵ د (س) = لو$_{هـ}$ (س^{2} + ٤)^{4} = ٤ لو$_{هـ}$ (س^{2} + ٤)

∴ دَ (س) = $\frac{4\,(2\,\text{س})}{\text{س}^2 + 4}$ = $\frac{12\,\text{س}^2}{\text{س}^2 + 4}$

∴ دَ (٢) = $\frac{12\,(2)^2}{(2)^2 + 4}$ = ٤

② ٢ π

الحل



الحجم = π $\int_1^4$ ص^{2} ءس

= π $\int_1^4 \left(\frac{2}{\text{س}}\right)^2$ ءس

= π $\int_1^4$ (٤ س$^{-2}$) ءس

= π [−٤ س$^{-1}$]$_1^4$ = ٢ π

③ معادلة المماس : ص − س − ٤ = ٠

، معادلة العمودى : ص + س − ٢ = ٠

الحل

∵ ٣ س^{2} + ص^{2} = ١٢

∴ ٦ س + ٢ ص صَ = ٠

∴ ٣ س + ص صَ = ٠

عند النقطة (−١ ، ٣) : ٣ (−١) + ٣ صَ = ٠

∴ صَ = ١

∴ معادلة المماس هى : $\frac{\text{ص} - 3}{\text{س} - (-1)}$ = ١

∴ ص − ٣ = س + ١ ∴ ص − س − ٤ = ٠

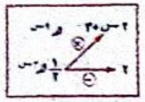
، معادلة العمودى هى : $\frac{\text{ص} - 3}{\text{س} - (-1)}$ = −١

∴ ص − ٣ = − س − ١

∴ ص + س − ٢ = ٠

④ هـ^{2س} (س + ١) + ث

الحل



$\int$ (٢ س + ٣) هـ^{2س} ءس

= (٢ س + ٣) $\frac{1}{2}$ هـ^{2س} − $\int$ ٢ × $\frac{1}{2}$ هـ^{2س} ءس

= $\frac{1}{2}$ (٢ س + ٣) هـ^{2س} − $\frac{1}{2}$ هـ^{2س} + ث

= هـ^{2س} (س + ١) + ث

⑤ −٢٧

الحل

∵ $\int_0^3$ د (س) ءس = ٤

∴ $\int_3^5$ د (س) ءس = −٤

∴ $\int_{-2}^{5}$ [٢ د (س) − ٦] ءس

= ٢ $\int_{-2}^{5}$ د (س) ءس − $\int_{-2}^{5}$ (٦) ءس

= ٢ [$\int_{-2}^{3}$ د (س) ءس + $\int_3^5$ د (س) ءس] − [٦ س]$_{-2}^{5}$

= ٢ [٩ + (−٤)] − ٤٢ = −٢٧

⑥ ٢ ، ٠,٠٥٤

الحل

(١) نفرض أن طول حرف المكعب س

∵ مساحة سطح المكعب م = ٦ س^{2}

∴ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = ١٢ س $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$

، ∵ $\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}}$ = ٠,٧٢ سم^{2}/د ، $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = ٠,٠٢ سم/د

∴ ٠,٧٢ = ١٢ س × ٠,٠٢

∴ س = ٣ سم

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

(٢) ∵ حجم المكعب ع = $س^{٣}$

∴ $\frac{ءع}{ءن} = ٣ س^{٢} \cdot \frac{ءس}{ءن}$

∴ $\frac{ءع}{ءن} = ٣ \times (٣)^{٢} \times ٠{,}٠٢ = ٠{,}٥٤$ سم^{٣}/د

---

⑦ $\frac{٧}{٨}$

الحل

∵ د(س) = ٢ $س^{٤}$ − $س^{٢}$ + ١

∴ دَ(س) = ٨ $س^{٣}$ − ٢ س

بوضع دَ(س) = ٠ ∴ ٨ $س^{٣}$ − ٢ س = ٠

، ٢ س (٤ $س^{٢}$ − ١) = ٠

∴ س = ٠ ∈ [−١ ، ١] أو س = $\frac{-١}{٢}$ ∈ [−١ ، ١]

أو س = $\frac{١}{٢}$ ∈ [−١ ، ١]

∴ د(٠) = ١ ، د$\left(\frac{١}{٢}\right) = \frac{٧}{٨}$

، د$\left(-\frac{١}{٢}\right) = \frac{٧}{٨}$ ، د(−١) = ٢ ، د(١) = ٢

∴ القيمة الصغرى المطلقة للدالة = $\frac{٧}{٨}$

٢

∵ $ص^{٢}$ + ٢ س ص = ٨

∴ ٢ ص $\frac{ءص}{ءس}$ + ٢ ص + ٢ س $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر

∴ ص $\frac{ءص}{ءس}$ + ص + س $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر

$\frac{ءص}{ءس}$ (ص + س) + ص = صفر

، $\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}}$ (ص + س) + $\frac{ءص}{ءس}$ $\left(\frac{ءص}{ءس} + ١\right)$ + $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر

∴ (ص + س) $\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}}$ + ٢ $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)$ + $\left(\frac{ءص}{ءس}\right)^{٢}$ = صفر

٤

∵ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ س + $\frac{١}{٢}$ $قا^{٢}$ $\frac{س}{٢}$

∴ ∫ ءص = ∫ (٢ س + $\frac{١}{٢}$ $قا^{٢}$ $\frac{س}{٢}$) ءس

∴ ص = $س^{٢}$ + ظا $\frac{س}{٢}$ + ث

∵ (٠ ، ٨) ∈ منحنى الدالة ∴ ٨ = ث

∴ ص = $س^{٢}$ + ظا $\frac{س}{٢}$ + ٨

دور ثان ٢٠٢٣

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١

① ب

الحل

$ح_{ر+١}$ = $^{١٠}ق_{ر}$ $\left(\frac{١}{ب س}\right)^{ر}$ $(أ س)^{١٠-ر}$

= $^{١٠}ق_{ر}$ $(أ)^{١٠-ر}$ $(ب)^{-ر}$ $س^{١٠-٢ر}$

بوضع ١٠ − ٢ ر = صفر ∴ ر = ٥

، $ح_{٦}$ = $^{١٠}ق_{٥}$ $أ^{٥}$ $(ب)^{-٥}$

، $ح_{٧}$ = $^{١٠}ق_{٦}$ $(أ)^{٤}$ $(ب)^{-٦}$ $س^{-٢}$

∵ معامل الحد السابع = الحد الخالي من س

∴ $^{١٠}ق_{٦}$ $أ^{٤}$ $ب^{-٦}$ = $^{١٠}ق_{٥}$ $أ^{٥}$ $ب^{-٥}$

∴ أ ب = $\frac{^{١٠}ق_{٦}}{^{١٠}ق_{٥}}$ ∴ أ ب = $\frac{٥}{٦}$

---

② جـ

الحل

$\left(\frac{٥ ω^{٢} - ٣ ω^{٢}}{٥ ω - ٣} - \frac{٢ ω^{٣} - ٧ ω}{٢ ω^{٢} - ٧}\right)^{٢}$

= $\left(\frac{ω^{٢}(٥ ω - ٣)}{٥ ω - ٣} - \frac{ω (٢ ω^{٢} - ٧)}{٢ ω^{٢} - ٧}\right)^{٢}$

= $(ω^{٢} - ω)^{٢}$ = $ω^{٤} - ٢ ω^{٣} + ω^{٢}$

= ω + $ω^{٢}$ − ٢ = −١ − ٢ = −٣

---

③ د

الحل

(١ − ω + $ω^{٢}$) (١ − $ω^{٢}$ + $ω^{٤}$)

(١ − $ω^{٤}$ + $ω^{٨}$) (١ − $ω^{٨}$ + $ω^{١٦}$)

= (١ − ω + $ω^{٢}$) (١ − $ω^{٢}$ + ω)

(١ − ω + $ω^{٢}$) (١ − $ω^{٢}$ + ω)

= (−ω − ω) (−$ω^{٢}$ − $ω^{٢}$) (−ω − ω) (−$ω^{٢}$ − $ω^{٢}$)

= −٢ ω × −٢ $ω^{٢}$ × −٢ ω × −٢ $ω^{٢}$

= ١٦ $ω^{٦}$ = ١٦

④ د

الحل

∵ ‖$\overline{أ}$ + $\overline{ب}$ + $\overline{جـ}$‖^{٢} = ($\overline{أ}$ + $\overline{ب}$ + $\overline{جـ}$) . ($\overline{أ}$ + $\overline{ب}$ + $\overline{جـ}$)

= $\overline{أ}$. $\overline{أ}$ + $\overline{أ}$. $\overline{ب}$ + $\overline{أ}$. $\overline{جـ}$ + $\overline{ب}$. $\overline{أ}$

+ $\overline{ب}$. $\overline{ب}$ + $\overline{ب}$. $\overline{جـ}$

+ $\overline{جـ}$. $\overline{أ}$ + $\overline{جـ}$. $\overline{ب}$ + $\overline{جـ}$. $\overline{جـ}$

= ‖$\overline{أ}$‖^{٢} + ‖$\overline{ب}$‖^{٢} + ‖$\overline{جـ}$‖^{٢} + ٢ $\overline{أ}$. $\overline{ب}$

+ ٢ $\overline{ب}$. $\overline{جـ}$ + ٢ $\overline{أ}$. $\overline{جـ}$

، ∵ $\overline{أ}$ ، $\overline{ب}$ ، $\overline{جـ}$ متعامدة مثنى مثنى

فإن $\overline{أ}$. $\overline{ب}$ = $\overline{ب}$. $\overline{جـ}$ = $\overline{أ}$. $\overline{جـ}$ = صفر

∴ ‖$\overline{أ}$ + $\overline{ب}$ + $\overline{جـ}$‖^{٢} = ‖$\overline{أ}$‖^{٢} + ‖$\overline{ب}$‖^{٢} + ‖$\overline{جـ}$‖^{٢}

= $(٢)^{٢}$ + $(٣)^{٢}$ + $(١٢)^{٢}$ = ١٥٧

∴ ‖$\overline{أ}$ + $\overline{ب}$ + $\overline{جـ}$‖ = $\sqrt{١٥٧}$

---

⑤ ①

الحل

نوجد نقطة ∈ للمستوى الأول بوضع س = ٠ ، ص = −٣

∴ ٤ (٠) + ٦ (−٣) + ١٢ ع + ١٨ = ٠

∴ ع = صفر

∴ النقطة (٠ ، −٣ ، ٠) ∈ للمستوى الأول

∴ المسافة بين المستويين

= $\frac{|٤ (٠) + ٦ (-٣) + ١٢ (٠) - ١٠|}{\sqrt{(٤)^{٢} + (٦)^{٢} + (١٢)^{٢}}}$

= ٢ وحدة طول.

٢

① $\frac{٥}{٢}$

الحل

$ح_{٤}$ ، $ح_{٥}$ ، ٢٥ $ح_{٧}$ ، $ح_{٦}$ متناسبة

∴ $\frac{ح_{٤}}{ح_{٥}}$ = $\frac{٤}{٨ - ٤ + ١}$ × $\frac{\sqrt{س}}{\frac{١}{س}}$ = $\frac{٤}{٥}$ $س^{\frac{٣}{٢}}$

$\frac{٢٥ ح_{٧}}{ح_{٦}}$ = $\frac{٢٥ (٨ - ٦ + ١)}{٦}$ × $\frac{\frac{١}{س}}{\sqrt{س}}$ = $\frac{٢٥}{٢}$ × $\frac{١}{س^{\frac{٣}{٢}}}$

∴ $\frac{٤}{٥}$ × $س^{\frac{٣}{٢}}$ = $\frac{٢٥}{٢}$ × $\frac{١}{س^{\frac{٣}{٢}}}$

∴ $س^{٣}$ = $\frac{١٢٥}{٨}$

∴ س = $\frac{٥}{٢}$

---

② $هـ^{-\frac{π}{٤} ت}$ ، $هـ^{\frac{٣π}{٤} ت}$

الحل

ع = $\frac{١ - ت}{١ + ت}$ × $\frac{١ - ت}{١ - ت}$ = $\frac{١ - ٢ت - ١}{٢}$ = −ت

∴ ع = $هـ^{\left(\frac{-\frac{π}{٢} + ٢ π ر}{٢}\right) ت}$ حيث ر = ٠ ، ١

عندما ر = ٠ : الجذر التربيعي الأول للعدد ع = $هـ^{-\frac{π}{٤} ت}$

عندما ر = ١ : الجذر التربيعي الثاني للعدد ع = $هـ^{\frac{٣π}{٤} ت}$

---

③ ٣ $\sqrt{٣٥}$

الحل

$\overline{أ}$ × $\overline{ب}$ = $\begin{vmatrix} \overline{س} & \overline{ص} & \overline{ع} \\ -٣ & ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ & -١ \end{vmatrix}$

= −٩ $\overline{س}$ + ٣ $\overline{ص}$ − ١٥ $\overline{ع}$

∴ مساحة متوازي الأضلاع = ‖$\overline{أ}$ × $\overline{ب}$‖

= $\sqrt{(-٩)^{٢} + (٣)^{٢} + (-١٥)^{٢}}$ = ٣ $\sqrt{٣٥}$ وحدة مساحة.

---

④ ٦٠°

الحل

$م_{١}$ = (١ ، ١ ، ٠) ، $م_{٢}$ = (٠ ، ١ ، ١)

∴ جتا θ = $\frac{|٠ + ١ + ٠|}{\sqrt{١ + ١ + ٠}\sqrt{٠ + ١ + ١}}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ θ = ٦٠°

---

⑤ (−٢٨ ، −٢٥ ، −٧٢)

الحل

بفرض ٢ س = ٣ ص − ١ = ع − ٤ = ك

∴ س = $\frac{١}{٢}$ ك ، ص = $\frac{ك + ١}{٣}$ ، ع = ك + ٤

، بالتعويض في معادلة المستوى

∴ ($\frac{١}{٢}$ ك ، $\frac{ك + ١}{٣}$ ، ك + ٤) . (٢ ، ١ ، −٢) = ٥

∴ $\frac{٢}{٢}$ ك + $\frac{ك + ١}{٣}$ − ٢ ك − ٨ = ٥

∴ ك = −٧٦ ∴ النقطة هي (−٢٨ ، −٢٥ ، −٧٢)

٣

متجه الاتجاه = (−١ ، ٣ ، ٤) − (٣ ، ٢ ، ٠)

= (−٤ ، ١ ، ٤)

∴ المعادلة المتجهة : $\overline{ر}$ = (٣ ، ٢ ، ٠) + ك (−٤ ، ١ ، ٤)

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

، المعادلات البارامترية : $س = ٢ - ٤ك$ ، $ص = ٢ + ك$

، $ص = ٤ك$

، المعادلات الكارتيزية : $\frac{س - ٢}{-٤} = \frac{ص - ٢}{١} = \frac{ع}{٤}$

ثانيًا | التفاضل والتكامل

❶

① (ج)

الحل

$\int_{١}^{هـ} ٢س^{٢} هـ^{لو_{هـ} س} ءس = \int_{١}^{هـ} ٢س^{٢} . س ءس$

$= \int_{١}^{هـ} ٢س^{٣} ءس = \left[\frac{١}{٢}س^{٤}\right]_{١}^{هـ} = \frac{١}{٢}هـ^{٤} - \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٢}(هـ^{٤} - ١)$

② (د)

الحل

$\because ص^{٢} = ٢\sqrt{س}$ $\therefore ص^{٤} = ٤س$

$\therefore ٤ص^{٣}\frac{ءص}{ءس} = ٤$ $\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{١}{ص^{٣}}$

③ (ب)

الحل

$\because د(س) = هـ^{جا(\frac{\pi}{٢})} + لو_{هـ}(١ - جتا^{٢} س)$

$= هـ + لو_{هـ}(جا^{٢} س) = هـ + ٢ لو_{هـ}(جا س)$

$\therefore د'(س) = \frac{٢ جتا س}{جا س}$

$\therefore د'(\frac{\pi}{٤}) = \frac{٢ جتا(\frac{\pi}{٤})}{جا(\frac{\pi}{٤})} = ٢$

④ (ب)

الحل

$\because د(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٢$

$\therefore د'(س) = ٣س^{٢} - ٦س$

$\therefore د''(س) = ٦س - ٦$

∴ منحنى الدالة محدب لأعلى عندما تكون $د''(س) < صفر$

$\therefore ٦س - ٦ < صفر$ $\therefore س < ١$

$\therefore س \in]-\infty ، ١[$

⑤ (ب)

الحل

$\because د(س) = \frac{س}{س - ٢}$

$\therefore د'(س) = \frac{س - ٢ - س}{(س - ٢)^{٢}} = -٢.(س - ٢)^{-٢}$

$\therefore د''(س) = ٤(س - ٢)^{-٣}$

، $د'''(س) = -١٢(س - ٢)^{-٤}$

$\therefore د'''(٣) = -١٢(٣ - ٢)^{-٤} = -١٢$

⑥ (د)

الحل

∵ حجم متوازى المستطيلات ح = الطول × العرض × ع

$\therefore ح = ٩ \times ١٢ \times ع = ١٠٨ ع$

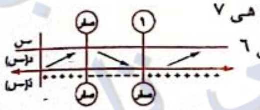
$\therefore \frac{ءح}{ءن} = ١٠٨\frac{ءع}{ءن}$ $\therefore ٢٧ = ١٠٨\frac{ءع}{ءن}$

$\therefore \frac{ءع}{ءن} = \frac{١}{٤}$ سم/د

❷

① القيمة العظمى المحلية هى ٧

، الصغرى المحلية هى ٦



الحل

$\because د(س) = ٢س^{٣} - ٣س^{٢} + ٧$

$\therefore د'(س) = ٦س^{٢} - ٦س$

بوضع $د'(س) = ٠$ $\therefore ٦س^{٢} - ٦س = ٠$

$٦س(س - ١) = صفر$

∴ س = صفر ومنها د (صفر) = ٧

أو س = ١ ومنها د (١) = ٦

∴ الدالة لها قيمة عظمى محلية = ٧

ولها قيمة صغرى محلية = ٦

② $\frac{١}{٤}\left[\frac{١}{٧}(٢س - ١)^{٧} + \frac{١}{٦}(٢س - ١)^{٦}\right]$

الحل

$\because \int س(٢س - ١)^{٥} ءس$

$= \frac{١}{٢}\int (٢س - ١ + ١)(٢س - ١)^{٥} ءس$

$= \frac{١}{٢}\int \left((٢س - ١)^{٦} + (٢س - ١)^{٥}\right) ءس$

$= \frac{١}{٢}\left[\frac{١}{١٤}(٢س - ١)^{٧} + \frac{١}{١٢}(٢س - ١)^{٦}\right] + ث$

$= \frac{١}{٤}\left[\frac{١}{٧}(٢س - ١)^{٧} + \frac{١}{٦}(٢س - ١)^{٦}\right] + ث$

③ $١٢س - ص + ٢ - ٣\pi = صفر$

الحل

$\because د(\frac{\pi}{٤}) = ٢ طا^{٣}(\frac{\pi}{٤}) = ٢$

∴ النقطة $(\frac{\pi}{٤} ، ٢)$ تقع على المنحنى

$د'(س) = ٦ طا^{٢} س . قا^{٢} س$

$\therefore د'(\frac{\pi}{٤}) = ٦ طا^{٢}(\frac{\pi}{٤}) قا^{٢}(\frac{\pi}{٤}) = ١٢$

∴ معادلة المماس هى $\frac{ص - ٢}{س - \frac{\pi}{٤}} = ١٢$

$\therefore ١٢س - ص + ٢ - ٣\pi = صفر$

④ −١١

الحل

$\because \int_{٠}^{٢} ٣ر(س) ءس = ٩$

$\therefore \int_{٢}^{٥} ر(س) ءس = -٣$

، $\int_{٢}^{٥} [د(س) + ٢ر(س) - ٤] ءس$

$= \int_{٢}^{٥} د(س) ءس + ٢\int_{٢}^{٥} ر(س) ءس - \int_{٢}^{٥} ٤ ءس$

$= ٧ + ٢(-٣) - [٤س]_{٢}^{٥} = ٧ - ٦ - ١٢ = -١١$

⑤ −١

الحل

$\because \sqrt{ص} - \sqrt{س} = ٢$

$\therefore ص = (\sqrt{س} + ٢)^{٢} = س + ٤\sqrt{س} + ٤$

$\therefore ص' = ١ + ٢س^{-\frac{١}{٢}}$ $\therefore ص'' = -س^{-\frac{٣}{٢}}$

$\therefore [ص'']_{س = ١} = -(١)^{-\frac{٣}{٢}} = -١$

⑥ $(\frac{١}{٢} ، \frac{\sqrt{٢}}{٢})$

الحل

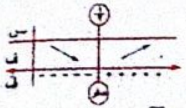
∵ النقطة (س ، ص) تقع على المنحنى $ص = \sqrt{س}$

∴ $(س ، \sqrt{س})$ تقع على المنحنى

$\therefore ف = \sqrt{(س - ١)^{٢} + (\sqrt{س} - ٠)^{٢}}$

$\therefore ف = \sqrt{س^{٢} - س + ١}$ (بالاشتقاق بالنسبة لـ س)

$\therefore ف' = \frac{٢س - ١}{٢\sqrt{س^{٢} - س + ١}}$



بوضع $ف' = ٠$

$\therefore س = \frac{١}{٢}$

عند $س = \frac{١}{٢}$ $\therefore ص = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

∴ ف أصغر ما يمكن عند النقطة $(\frac{١}{٢} ، \frac{\sqrt{٢}}{٢})$

❸

$\because ص = هـ^{٣س} + س^{٢}$ (١)

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = ٣هـ^{٣س} + ٢س$

، $\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ٩هـ^{٣س} + ٢$

$\therefore \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} - ٢ = ٩هـ^{٣س}$

من (١) : $هـ^{٣س} = ص - س^{٢}$

$\therefore \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} - ٢ = ٩(ص - س^{٢})$

❹

∵ ميل العمودى = ٣ − س

∴ ميل المماس = $\frac{١}{س - ٣}$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = \frac{١}{س - ٣}$

$\int ءص = \int \frac{١}{س - ٣} ءس$

$ص = لو_{هـ}|س - ٣| + ث$

، ∵ المنحنى يمر بالنقطة أ (٢ ، ٣)

$\therefore ٣ = لو_{هـ}|٢ - ٣| + ث$

$\therefore ث = ٣$

$\therefore ص = لو_{هـ}|س - ٣| + ٣$

دور أول ٢٠٢٤

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

❶

① (ج)

الحل

$ح_{٧} = {}^{ن}ق_{٦} \times س^{ن-٦} \times (\frac{١}{س})^{٦}$

$= {}^{ن}ق_{٦} \times س^{ن-٦} \times س^{-٦}$

$= {}^{ن}ق_{٦} س^{ن-١٢}$

بوضع $ن - ١٢ = ٠$ $\therefore ن = ١٢$

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C
Watermarkly

② (ب)

الحل

$(1 - 2\omega + \omega^2)(1 + \omega - 5\omega^2)$

$= (1 + \omega^2 - 2\omega)(1 + \omega - 5\omega^2)$

$= (-\omega - 2\omega)(-\omega^2 - 5\omega^2)$

$= -3\omega \times -6\omega^2 = 18\omega^3 = 18$

---

③ (ب)

الحل

$(1 + \omega^2 + \text{ت})(1 + \omega + \text{ت})$

$= (-\omega + \text{ت})(-\omega^2 + \text{ت})$

$= \omega^3 - \omega\,\text{ت} - \omega^2\,\text{ت} + \text{ت}^2$

$= 1 - \text{ت}(\omega + \omega^2) - 1$

$= -\text{ت} \times -1 = \text{ت}$

---

④ (د)

الحل

معادلة المستقيم

$\frac{\text{س}}{1} = \frac{\text{ص}}{\frac{1}{2}} = \frac{\text{ع}}{\frac{1}{\text{أ}}}$

∴ متجه اتجاه المستقيم هو $(1 ، \frac{1}{2} ، \frac{1}{\text{أ}})$

متجه الاتجاه العمودى على المستوى هو (١ ، ٣ ، ٢)

∵ المستقيم // المستوى

∴ متجه اتجاه المستقيم ⊥ متجه الاتجاه العمودى على المستوى

$(1 ، \frac{1}{2} ، \frac{1}{\text{أ}}) \cdot (1 ، 3 ، 2) = 0$

$1 + 1 + \frac{2}{\text{أ}} = 0$

∴ $\frac{2}{\text{أ}} = -2$ ∴ $\text{أ} = -1$

---

⑤ (ب)

الحل

$\vec{\text{أ}} + \vec{\text{ب}} + \vec{\text{ج}} = \vec{\text{س}}$

∴ $(-1 ، 5 ، -2) + (3 ، 1 ، 1) + \vec{\text{ج}} = (1 ، 0 ، 0)$

$(2 ، 6 ، -1) + \vec{\text{ج}} = (1 ، 0 ، 0)$

∴ $\vec{\text{ج}} = (-1 ، -6 ، 1)$

∴ $\vec{\text{ج}} = -\vec{\text{س}} - 6\vec{\text{ص}} + \vec{\text{ع}}$

❷

① ٨٤°

الحل

∵ $\text{ل}_1 : \frac{\text{س}}{\frac{1}{2}} = \frac{\text{ص}}{\frac{1}{3}} = \frac{\text{ع}}{\frac{1}{4}}$

∴ متجه اتجاه المستقيم $(\frac{1}{2} ، \frac{1}{3} ، \frac{1}{4})$ بالضرب × ١٢

∴ $\vec{\text{ى}_1} = (6 ، 4 ، 3)$

∵ $\text{ل}_2 : \frac{\text{س} - 1}{3} = \frac{\text{ص} + 2}{-2} = \frac{\text{ع}}{-5}$

∴ $\vec{\text{ى}_2} = (3 ، -2 ، -5)$

$\text{جتا}\,\theta = \frac{|\vec{\text{ى}_1} \cdot \vec{\text{ى}_2}|}{\|\vec{\text{ى}_1}\|\,\|\vec{\text{ى}_2}\|}$

$= \frac{|18 - 8 - 15|}{\sqrt{36 + 16 + 9}\sqrt{9 + 4 + 25}} = \frac{5}{\sqrt{61}\sqrt{38}}$

∴ $\theta = 84°$

---

② ٢س + ٣ص + ٥ع = ٢٧

الحل

∵ المستويان متوازيان

∴ لهما نفس متجه الاتجاه العمودى

$\vec{\text{ن}} = (2 ، 3 ، 5)$

معادلة المستوى المطلوب

$2\text{س} + 3\text{ص} + 5\text{ع} = (2 ، 3 ، 5) \cdot (2 ، 1 ، 4)$

$2\text{س} + 3\text{ص} + 5\text{ع} = 27$

---

③ $\text{هـ}^{\frac{-\pi}{3}\text{ت}}$ ، $\text{هـ}^{\frac{2\pi}{3}\text{ت}}$

الحل

$\text{ع} = \frac{-\sqrt{3} - \text{ت}}{\sqrt{3} - \text{ت}} \times \frac{\sqrt{3} + \text{ت}}{\sqrt{3} + \text{ت}}$

$= \frac{-3 - \sqrt{3}\,\text{ت} - \sqrt{3}\,\text{ت} - \text{ت}^2}{3 - \text{ت}^2} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}\,\text{ت}}{4}$

∴ $\text{ع} = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\text{ت}$

$|\text{ع}| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1$

$\text{ظا}\,\theta = \frac{\frac{-\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = \sqrt{3}$ ، $\text{س} < 0$ ، $\text{ص} < 0$

∴ $\theta = \frac{-2\pi}{3}$

∴ $\text{ع} = \text{هـ}^{\frac{-2\pi}{3}\text{ت}}$

∴ $\sqrt{\text{ع}} = \text{هـ}^{\frac{\frac{-2\pi}{3} + 2\pi\text{ر}}{2}\text{ت}}$ ، ر = ٠، ١

∴ الجذر التربيعى الأول = $\text{هـ}^{\frac{-\pi}{3}\text{ت}}$

الجذر التربيعى الثانى = $\text{هـ}^{\frac{2\pi}{3}\text{ت}}$

---

④ $\pm\frac{1}{2}$

الحل:

$\text{ح}_3 = \text{ح}_6$

$\cancel{\text{ق}} \times (2\text{س}^2)^5 \times (\frac{1}{2})^2 = \cancel{\text{ق}} \times (2\text{س}^2)^2 \times (\frac{1}{2})^5$

$2^5\,\text{س}^{10} \times \frac{1}{4} = 4\,\text{س}^4 \times \frac{1}{32}$

$8\,\text{س}^{10} = \frac{1}{8}\,\text{س}^4$

$64\,\text{س}^{10} = \text{س}^4$

$64\,\text{س}^{10} - \text{س}^4 = 0$

$\text{س}^4 (64\,\text{س}^6 - 1) = 0$

$\text{س}^4 = 0$ مرفوض ، $64\,\text{س}^6 = 1$

$\text{س}^6 = \frac{1}{64}$ ∴ $\text{س} = \pm\frac{1}{2}$

---

⑤ $\frac{5\sqrt{14}}{2}$ وحدة مساحة

الحل

$\vec{\text{أ}} \times \vec{\text{ب}} = \begin{vmatrix} \vec{\text{س}} & \vec{\text{ص}} & \vec{\text{ع}} \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & 5 & -1 \end{vmatrix}$

$= (18 ، 1 ، 5)$

∴ مساحة المثلث $= \frac{1}{2}\,\|\vec{\text{أ}} \times \vec{\text{ب}}\|$

$= \frac{1}{2}\sqrt{(18)^2 + 1^2 + 5^2}$

$= \frac{1}{2} \times 5\sqrt{14} = \frac{5\sqrt{14}}{2}$ وحدة مساحة

---

❸

نفرض $\frac{\text{س} + 1}{2} = \frac{\text{ص} - 2}{1} = \frac{\text{ع}}{3} = \text{ك}$

ومنها س = ٢ك − ١ ، ص = ك + ٢ ، ع = ٣ك

بالتعويض فى معادلة المستوى

∴ $\cancel{2\text{ك}} - 1 - \cancel{2\text{ك}} - 4 + 9\text{ك} + 5 = 0$

٩ك = صفر ∴ ك = ٠

بالتعويض فى معادلة المستقيم

س = −١ ، ص = ٢ ، ع = ٠

∴ نقطة التقاطع هى (−١ ، ٢ ، ٠)

ثانيًا | التفاضل والتكامل

❶

① (أ)

الحل

$\text{د}'(\text{س}) = 3\text{س}^2 + 2\text{ك}\,\text{س}$

$\text{د}''(\text{س}) = 6\text{س} + 2\text{ك}$

بوضع $\text{د}''(\text{س}) = $ صفر ، س = ٢

$6 \times 2 + 2\text{ك} = 0$ ∴ $\text{ك} = -6$

---

② (جـ)

الحل

$\frac{\text{د}\text{ص}}{\text{د}\text{س}} = \text{س} \times \frac{1}{\text{س}} + \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{س} \times 1$

$\frac{\text{د}\text{ص}}{\text{د}\text{س}} = 1 + \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{س}$

$\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{د}\text{س}^2} = \frac{1}{\text{س}}$ ، $\frac{\text{د}^3\text{ص}}{\text{د}\text{س}^3} = \frac{-1}{\text{س}^2}$

عند س = ٢

$\frac{\text{د}^3\text{ص}}{\text{د}\text{س}^3} = \frac{-1}{4}$

---

③ (د)

الحل

∵ $\text{ص}^2 = 4\text{س}$

∴ $2\text{ص} \times \frac{\text{د}\text{ص}}{\text{د}\text{ن}} = 4 \times \frac{\text{د}\text{س}}{\text{د}\text{ن}}$

عند النقطة (٤ ، −٤) ، $\frac{\text{د}\text{س}}{\text{د}\text{ن}} = 2$

$2 \times -4 \times \frac{\text{د}\text{ص}}{\text{د}\text{ن}} = 4 \times 2$ ∴ $\frac{\text{د}\text{ص}}{\text{د}\text{ن}} = -1$

---

④ (ب)

الحل

$\text{ص} = 4 - \text{س}^2$

بوضع ص = ٠

∴ $4 - \text{س}^2 = 0$ ∴ $\text{س}^2 = 4$

∴ س = ±٢ ، ∵ المنطقة تقع فى الربع الأول

∴ حجم الجسم المطلوب $= \pi \int_0^2 (4 - \text{س}^2)^2\,\text{د}\text{س}$

$= \pi \int_0^2 (16 - 8\text{س}^2 + \text{س}^4)\,\text{د}\text{س}$

$= \pi \left[16\text{س} - \frac{8}{3}\text{س}^3 + \frac{1}{5}\text{س}^5\right]_0^2$

$= \pi \left[\frac{256}{15} - 0\right] = \frac{256}{15}\pi$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

⑤ ①

الحل

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\text{جا}\,س + \text{جتا}\,س)\,.ءس$

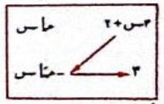
$= [-\text{جتا}\,س + \text{جا}\,س]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$

$= [(٠ + ١) - (٠ - ١)] = ٢$

٢

① $-(٣س + ٢)\,\text{جتا}\,س + ٢\,\text{جا}\,س + ث$

الحل



$\int (٣س + ٢)\,\text{جا}\,س\,.ءس$

$= (٣س + ٢) \times -\text{جتا}\,س - \int ٣ \times -\text{جتا}\,س\,.ءس$

$= -(٣س + ٢)\,\text{جتا}\,س + ٢\,\text{جا}\,س + ث$

---

② $ص - س - \sqrt{٢} = ٠$

الحل

$\frac{ءس}{ءθ} = -\text{جا}\,θ$ ، $\frac{ءص}{ءθ} = \text{جتا}\,θ$

$\frac{ءص}{ءس} = -\frac{\text{جتا}\,θ}{\text{جا}\,θ} = -\text{ظتا}\,θ$ ، عند $θ = \frac{\pi}{٤}$

∴ ميل المماس $= -\text{ظتا}\,\frac{\pi}{٤} = -١$

∴ ميل العمودى $= ١$ ،

، $س = \text{جتا}\,\frac{\pi}{٤} = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

، $ص = \sqrt{٢} + \text{جا}\,\frac{\pi}{٤} = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$

∴ معادلة العمودى هى

$ص - \frac{٣\sqrt{٢}}{٢} = (س - \frac{\sqrt{٢}}{٢})$

$ص - س - \sqrt{٢} = ٠$

---

③ ١٠

الحل

∵ $٦ \int_{١}^{٢} ر(س)\,.ءس = ١٢$

∴ $\int_{١}^{٢} ر(س)\,.ءس = ٢$

∴ $\int_{٤}^{١} ر(س)\,.ءس = -٢$

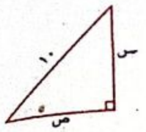
∴ $\int_{٢}^{٤} [٢\,د(س) - ٣\,ر(س) - ٥]\,.ءس$

$= ٢\int_{٢}^{٤} د(س)\,.ءس - ٣\int_{٢}^{٤} ر(س)\,.ءس - \int_{٢}^{٤} ٥\,.ءس$

$= ٢ \times ٧ - ٣ \times -٢ - (٤ \times ٥ - ٢ \times ٥) = ١٠$

④ $٥\sqrt{٢}$ سم ، $٥\sqrt{٢}$ سم

الحل



نفرض طولا ضلعى القائمة

س ، ص

مساحة المثلث $م = \frac{١}{٢}\,س\,ص$ (١)

من فيثاغورث $س^٢ + ص^٢ = ١٠٠$

$ص^٢ = ١٠٠ - س^٢$ ∴ $ص = \sqrt{١٠٠ - س^٢}$ (٢)

بالتعويض من (٢) فى (١) :

$م = \frac{١}{٢}\,س\,\sqrt{١٠٠ - س^٢}$

$مَ = \frac{١}{٢}\,س \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{١٠٠ - س^٢}} + \frac{١}{٢}\sqrt{١٠٠ - س^٢}$

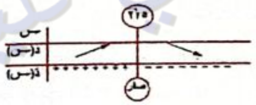
$= \frac{-س^٢}{٢\sqrt{١٠٠ - س^٢}} + \frac{\sqrt{١٠٠ - س^٢}}{٢}$

$= \frac{-س^٢ + ١٠٠ - س^٢}{٢\sqrt{١٠٠ - س^٢}} = \frac{-٢س^٢ + ١٠٠}{٢\sqrt{١٠٠ - س^٢}}$

$مَ = \frac{٥٠ - س^٢}{\sqrt{١٠٠ - س^٢}}$

بوضع مَ = صفر ∴ $٥٠ - س^٢ = ٠$

∴ $س^٢ = ٥٠$ ∴ $س = ٥\sqrt{٢}$



أكبر قيمة للمساحة عند $س = ٥\sqrt{٢}$

بالتعويض فى (٢) : $ص = ٥\sqrt{٢}$

∴ طولا ضلعى القائمة هما $٥\sqrt{٢}$ سم ، $٥\sqrt{٢}$ سم

---

⑤ $\frac{١}{هـ^٢} + هـ^٢$ ، ٢

الحل

$د(س) = هـ^{س} + هـ^{-س}$ ، $س \in [-٢ ، ١]$

$دَ(س) = هـ^{س} - هـ^{-س}$

بوضع دَ(س) = صفر ∴ $هـ^{س} = هـ^{-س}$

$هـ^{س} = \frac{١}{هـ^{س}}$ ∴ $هـ^{٢س} = ١$

∴ $٢س = ٠$ ∴ $س = ٠ \in [-٢ ، ١]$

$د(٠) = هـ^{صفر} + هـ^{صفر} = ٢$

$د(-٢) = هـ^{-٢} + هـ^{٢} = \frac{١}{هـ^٢} + هـ^٢$

$د(١) = هـ + هـ^{-١} = هـ + \frac{١}{هـ}$

$\frac{١}{هـ^٢} + هـ^٢$ قيمة عظمى مطلقه تبلغها الدالة عند $س = -٢$

، ٢ قيمة صغرى مطلقة تبلغها عند $س = ٠$

---

⑥ ٢٠

الحل

نفرض $ص = \sqrt{٩ + س^٢}$ ، $ع = \frac{س}{س - ١}$

$\frac{ءص}{ءس} = \frac{٢س}{٢\sqrt{٩ + س^٢}} = \frac{س}{\sqrt{٩ + س^٢}}$

$\frac{ءع}{ءس} = \frac{س - ١ - س}{(س - ١)^٢} = \frac{-١}{(س - ١)^٢}$

$\frac{ءص}{ءع} = \frac{س}{\sqrt{٩ + س^٢}} \times \frac{(س - ١)^٢}{-١} = \frac{-س(س - ١)^٢}{\sqrt{٩ + س^٢}}$

عند $س = -٤$ ∴ $\frac{ءص}{ءع} = ٢٠$

٣

$\text{جا}\,ص + \text{جتا}\,٢س = ٠$ بالإشتقاق بالنسبة لـ س

$\text{جتا}\,ص \times \frac{ءص}{ءس} - ٢\,\text{جا}\,٢س = ٠$

بالإشتقاق مرة أخرى بالنسبة لـ س

$\text{جتا}\,ص \times \frac{ء^٢ص}{ءس^٢} + \frac{ءص}{ءس} \times -\text{جا}\,ص \times \frac{ءص}{ءس} - ٤\,\text{جتا}\,٢س = ٠$

$\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}\,\text{جتا}\,ص - \left(\frac{ءص}{ءس}\right)^٢ \text{جا}\,ص = ٤\,\text{جتا}\,٢س$

بالقسمة ÷ جتا ص للطرفين

$\frac{ء^٢ص}{ءس^٢} - \left(\frac{ءص}{ءس}\right)^٢ \text{ظا}\,ص = ٤\,\text{جتا}\,٢س\,\text{قا}\,ص$

٤

∵ $دَ(س) = ٨ - ٢\,هـ^{س}$

∴ $د(س) = \int (٨ - ٢\,هـ^{س})\,.ءس$

$د(س) = ٨س - ٢\,هـ^{س} + ث$

$د(\text{لو}_{هـ}\,٣) = ٨\,\text{لو}_{هـ}\,٣ - ٢\,هـ^{\text{لو}_{هـ}٣} + ث$

$٢ = ٨\,\text{لو}_{هـ}\,٣ - ٢ \times ٣ + ث$

∴ $ث = ٨ - ٨\,\text{لو}_{هـ}\,٣$

∴ معادلة المنحنى هى

$د(س) = ٨س - ٢\,هـ^{س} + ٨ - ٨\,\text{لو}_{هـ}\,٣$

دور ثان ٢٠٢٤

أولًا | الجبر والهندسة الفراغية

١

① Ⓐ

الحل

$ح_٩ = {}^{ن+٢}ق_٨\,س^٨$

$ح_٨ = {}^{ن+٢}ق_٧\,س^٧$

∵ معامل $ح_٩$ = معامل $ح_٨$

∴ ${}^{ن+٢}ق_٨ = {}^{ن+٢}ق_٧$

∴ $ن + ٢ = ١٥$ ∴ $ن = ١٣$

---

② Ⓑ

الحل

$\left(\frac{أω^٢ - ءω}{أω^٢ - ء} - ω^٢\right) = \left(\frac{ω(أω^٢ - ء)}{أω^٢ - ء} - ω^٢\right)$

$= ω - ω^٢ = \pm\sqrt{٣}\,ت$

---

③ Ⓓ

الحل

$\text{جتا}\,θ = \frac{\vec{أ}\,.\,\vec{ب}}{\|\vec{أ}\|\,\|\vec{ب}\|} = \frac{(-٢ ، -٦ ، ١)\,.\,(٢ ، ٦ ، -١)}{\sqrt{٤ + ٣٦ + ١}\,\sqrt{٤ + ٣٦ + ١}}$

$= \frac{-٤ - ٣٦ - ١}{٤١} = \frac{-٤١}{٤١} = -١$

∴ $θ = ١٨٠°$

حل أخر :

∵ $\vec{أ} = -\vec{ب}$ ∴ $θ = ١٨٠°$

---

④ Ⓑ

الحل

$(١ + ٢ω^٢ + ω)(١ + ٢ω + ω^٢)$

$= (١ + ω + ٢ω^٢)(١ + ω^٢ + ٢ω)$

$= (-ω^٢ + ٢ω^٢)(-ω + ٢ω)$

$= ω^٢ \times ω = ω^٣ = ١$

---

⑤ Ⓓ

الحل

$\vec{أ}\,.\,(\vec{ب} \times \vec{حـ}) = \begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٣ \\ -١ & ٣ & ٢ \\ ١ & ١ & -٢ \end{vmatrix}$

$= ٢(-٦ - ٢) - ١(٢ - ٢) + ٣(-١ - ٣)$

$= -٢٨$

∴ حجم متوازى السطوح $= |-٢٨| = ٢٨$ وحدة مكعبة

ابحث في تليجرام كل الكتب والملخصات @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

٢

① $\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{١٢} + \text{ت جا}\frac{\pi}{١٢}\right)$ ، $\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\left(-\frac{١١\pi}{١٢}\right) + \text{ت جا}\left(-\frac{١١\pi}{١٢}\right)\right)$

الحل

$\frac{٧ - ١١\text{ت}}{٤ + \text{ت}} \times \frac{٤ - \text{ت}}{٤ - \text{ت}} = \text{أ} + \text{ب ت}$

$\frac{٢٨ - ٥١\text{ت} + ١١\text{ت}^٢}{١٦ - \text{ت}^٢} = \text{أ} + \text{ب ت}$

$\frac{١٧ - ٥١\text{ت}}{١٧} = \text{أ} + \text{ب ت}$

$١ - ٣\text{ت} = \text{أ} + \text{ب ت}$

$\therefore$ أ = ١ ، ب = −٣

$\left(\sqrt{-\text{ب}} + \text{أ ت}\right)^{\frac{١}{٢}} = \left(\sqrt{٣} + \text{ت}\right)^{\frac{١}{٢}}$

$= [٢(\text{جتا } ٣٠^\circ + \text{ت جا } ٣٠^\circ)]^{\frac{١}{٢}}$

$= \sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\frac{\pi}{٦} + ٢\text{ر}\pi}{٢} + \text{ت جا}\frac{\frac{\pi}{٦} + ٢\text{ر}\pi}{٢}\right)$

بوضع ر = ٠

$\text{ع}_١ = \sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{١٢} + \text{ت جا}\frac{\pi}{١٢}\right)$

بوضع ر = −١

$\text{ع}_٢ = \sqrt{٢}\left(\text{جتا} -\frac{١١\pi}{١٢} + \text{ت جا} -\frac{١١\pi}{١٢}\right)$

---

② ٩

الحل

$\frac{\text{ع}_٨}{\text{ع}_٧} = \frac{٦}{١٤} = \frac{٣}{٧}$

$\frac{\text{ن} - ٧ + ١}{٧} \times \frac{\text{س}}{١} = \frac{٣}{٧}$

$\therefore (\text{ن} - ٦)\text{س} = ٣$ (١)

$\frac{\text{ع}_٧}{\text{ع}_٦} = \frac{١٤}{٢١} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{\text{ن} - ٦ + ١}{٦} \times \frac{\text{س}}{١} = \frac{٢}{٣}$

$\therefore (\text{ن} - ٥)\text{س} = ٤$ (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢):

$\frac{\text{ن} - ٦}{\text{ن} - ٥} = \frac{٣}{٤}$

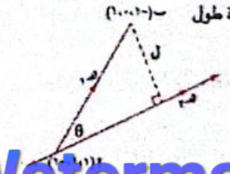
$٤\text{ن} - ٢٤ = ٣\text{ن} - ١٥$

ن = ٩

---

③ $\frac{\sqrt{٣٠}}{٦}$ وحدة طول

الحل



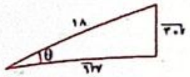
$\overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{أ}} = (٢ ، ١ ، -٢) = \overrightarrow{\text{ي}_١}$

طول $\overrightarrow{\text{أب}} = \sqrt{٤ + ١ + ٤} = ٣$

$\overrightarrow{\text{ي}_٢}$ للمستقيم المعطى = (٢ ، ١ ، −١)

$\text{جتا}\,\theta = \frac{\|\overrightarrow{\text{ي}_١} \times \overrightarrow{\text{ي}_٢}\|}{\|\overrightarrow{\text{ي}_١}\|\|\overrightarrow{\text{ي}_٢}\|} = \frac{٤ + ١ + ٢}{\sqrt{٩} \times \sqrt{٦}}$

$\text{جتا}\,\theta = \frac{٧\sqrt{٦}}{١٨}$



طول العمود ل = أب × جا θ

$= ٣ \times \frac{\sqrt{٣٠}}{١٨} = \frac{\sqrt{٣٠}}{٦}$ وحدة طول

---

④ ٣١

الحل

س + ٥ ص − ٦ ع = ٣٠

بالقسمة ÷ ٣٠

$\frac{\text{س}}{٣٠} + \frac{\text{ص}}{٦} + \frac{\text{ع}}{-٥} = ١$

أ = ٣٠ ، ب = ٦ ، حـ = −٥

أ + ب + حـ = ٣٠ + ٦ + (−٥) = ٣١

---

⑤ ٨

الحل

$\because \overrightarrow{\text{أ}} // \overrightarrow{\text{ب}}$

$\therefore \frac{\text{ك}}{-٢} = \frac{٣}{٩} = \frac{-٤}{\text{م}}$

$\therefore \frac{\text{ك}}{-٢} = \frac{-٤}{\text{م}}$

ك × م = −٢ × −٤ = ٨

٣

$\overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{أ}} = (-١ ، ٢ ، ٤)$

$\overrightarrow{\text{أحـ}} = \overrightarrow{\text{حـ}} - \overrightarrow{\text{أ}} = (-٣ ، ٤ ، ٣)$

$\overrightarrow{\text{ن}} = \overrightarrow{\text{أب}} \times \overrightarrow{\text{أحـ}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ -١ & ٢ & ٤ \\ -٣ & ٤ & ٣ \end{vmatrix}$

$\overrightarrow{\text{ن}} = -١٠\overrightarrow{\text{س}} - ٩\overrightarrow{\text{ص}} + ٢\overrightarrow{\text{ع}}$

∴ معادلة المستوى هى

الصيغة المتجهة هى $\overrightarrow{\text{ن}} . \overrightarrow{\text{ر}} = \overrightarrow{\text{ن}} . \overrightarrow{\text{أ}}$

(−١٠ ، −٩ ، ٢) . (س ، ص ، ع)

= (−١٠ ، −٩ ، ٢) . (٣ ، −١ ، ٠)

−١٠ س − ٩ ص + ٢ ع = −٢١

الصورة العامة هى

١٠ س + ٩ ص − ٢ ع − ٢١ = ٠

ثانيًا | التفاضل والتكامل

١

① ب

الحل

$\text{ص} = \frac{٣\text{س} - ٥}{\text{س} - ٢}$

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{(\text{س} - ٢) \times ٣ - (٣\text{س} - ٥) \times ١}{(\text{س} - ٢)^٢}$

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{-١}{(\text{س} - ٢)^٢} = -(\text{س} - ٢)^{-٢}$

$\frac{\text{ء}^٢\text{ص}}{\text{ءس}^٢} = ٢(\text{س} - ٢)^{-٣}$

$\frac{\text{ء}^٣\text{ص}}{\text{ءس}^٣} = -٦(\text{س} - ٢)^{-٤} = \frac{-٦}{(\text{س} - ٢)^٤}$

عند س = ١ ، $\frac{\text{ء}^٣\text{ص}}{\text{ءس}^٣} = \frac{-٦}{(١ - ٢)^٤} = -٦$

---

② د

الحل

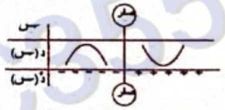
د (س) = (س − ٢) هـ^س

د َ(س) = (س − ٢) هـ^س + هـ^س = هـ^س (س − ١)

د ً(س) = (س − ١) هـ^س + هـ^س

= س هـ^س − هـ^س + هـ^س = س هـ^س

بوضع د ً(س) = ٠ ∴ س = ٠



منحنى الدالة محدب لأسفل فى]٠ ، ∞[

---

③ جـ

الحل

مساحة الدائرة م = π نق^٢

$\frac{\text{ءم}}{\text{ءن}} = ٢\pi\,\text{نق} \times \frac{\text{ءنق}}{\text{ءن}}$

٢٠π = ٢π نق × ٢

نق = ٥ سم

∴ طول القطر = ١٠ سم

④ جـ

الحل

ص = ٤ ن^٢ + ٤ $\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءن}} = ١٢\text{ن}^٢$

ع = ٣ ن^٢ − ٢ $\therefore \frac{\text{ءع}}{\text{ءن}} = ٦\text{ن}$

$\frac{\text{ءع}}{\text{ءص}} = \frac{٦\text{ن}}{١٢\text{ن}^٢} = \frac{١}{٢\text{ن}}$

---

⑤ د

الحل

ص = ٢ $\sqrt{\text{س} + ١}$ ، ص = ٠

∴ ٢ $\sqrt{\text{س} + ١}$ = ٠ ∴ س = −١

الحجم = $\pi \int_{-١}^{١} (٢\sqrt{\text{س} + ١})^٢ \,.\text{ءس}$

$= \pi \int_{-١}^{١} (٤\text{س} + ٤) \,.\text{ءس}$

$= \pi [٢\text{س}^٢ + ٤\text{س}]_{-١}^{١}$

$= \pi [(٢ + ٤) - (٢ - ٤)] = ٨\pi$

---

⑥ أ

الحل

$\frac{١}{٢}\int \frac{٢\text{هـ}^{٢\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٣} \,.\text{ءس}$

$= \frac{١}{٢} \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٣| + \text{ث}$

---

⑦ ب

الحل

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} \text{ظا ع قا}^٢\text{ع} \,.\text{ءع} = \left[\frac{١}{٢}\text{ظا}^٢\text{ع}\right]_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} = \frac{١}{٢} - \text{صفر} = \frac{١}{٢}$

٢

① $\frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة

الحل

ص = ٣ + ٢ س − س^٢

نضع ص = ٠ لتحديد نقط التقاطع مع محور السينات

∴ س^٢ − ٢ س − ٣ = ٠

(س − ٣) (س + ١) = ٠

س = ٣ ، س = −١

المساحة = $\left|\int_{-١}^{٣} (٣ + ٢\text{س} - \text{س}^٢) \,.\text{ءس}\right|$

$= \left|\left[٣\text{س} + \text{س}^٢ - \frac{١}{٣}\text{س}^٣\right]_{-١}^{٣}\right|$

$= \left|٩ - \frac{-٥}{٣}\right| = \frac{٣٢}{٣}$

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C
Watermarkly
جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C

② $\frac{1}{24}(2\text{س} - 3)^6 + \frac{3}{20}(2\text{س} - 3)^5 + \text{ث}$

الحل

بوضع ٢ س − ٣ = ع ∴ $\text{س} = \frac{\text{ع} + 3}{2}$

٢ . ءس = ءع ∴ $\text{ءس} = \frac{\text{ءع}}{2}$

$\int \text{س}(2\text{س} - 3)^4 \,.\text{ءس}$

$\int \frac{\text{ع}+3}{2} \times \text{ع}^4 . \frac{\text{ءع}}{2} = \frac{1}{4}\int (\text{ع}^5 + 3\text{ع}^4) .\text{ءع}$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{6}\text{ع}^6 + \frac{3}{5}\text{ع}^5 + \text{ث}\right]$

$= \frac{1}{24}(2\text{س} - 3)^6 + \frac{3}{20}(2\text{س} - 3)^5 + \text{ث}$

---

③ $\text{ص} - 2\text{س} + \sqrt{3} = 0$

الحل

س = قا θ ، ص = ظا θ

$\frac{\text{ءس}}{\text{ء}\theta} = \text{قا}\,\theta\,\text{ظا}\,\theta$ ، $\frac{\text{ءص}}{\text{ء}\theta} = \text{قا}^2\,\theta$

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{قا}^2\,\theta}{\text{قا}\,\theta\,\text{ظا}\,\theta} = \frac{\text{قا}\,\theta}{\text{ظا}\,\theta} = \text{قتا}\,\theta$

عند $\theta = \frac{\pi}{6}$

ميل المماس = $\text{قتا}\frac{\pi}{6} = 2$

، $\text{س} = \text{قا}\frac{\pi}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ، $\text{ص} = \text{ظا}\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

معادلة المماس هي

$\text{ص} - \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\left(\text{س} - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

$\text{ص} - 2\text{س} + \sqrt{3} = 0$

---

④ ٢٧

الحل

$\int_2^5 4\,\text{د}(\text{س}) .\text{ءس} = 32$

∴ $\int_2^5 \text{د}(\text{س}) .\text{ءس} = 8$

، $\int_2^4 5\,\text{د}(\text{س}) .\text{ءس} = 25$ ∴ $\int_2^4 \text{د}(\text{س}) .\text{ءس} = 5$

$\int_2^5 \text{د}(\text{س}) .\text{ءس} = \int_2^4 \text{د}(\text{س}) .\text{ءس} + \int_4^5 \text{د}(\text{س}) .\text{ءس}$

$8 = 5 + \int_4^5 \text{د}(\text{س}) .\text{ءس}$

∴ $\int_4^5 \text{د}(\text{س}) .\text{ءس} = 3$

∴ $\int_4^5 9\,\text{د}(\text{س}) .\text{ءس} = 9 \times 3 = 27$

⑤ ٥ سم

الحل

محيط القطاع ٢ نق + ل = ٢٠

ل = ٢٠ − ٢ نق

مساحة القطاع م = $\frac{1}{2}$ ل نق

∴ م = $\frac{1}{2}$ (٢٠ − ٢ نق) نق

م = ١٠ نق − نق^2 مَ = ١٠ − ٢ نق

بوضع مَ = ٠   ١٠ − ٢ نق = ٠   ∴ نق = ٥

مً = −٢ < ٠

المساحة اكبر ما يمكن عند نق = ٥ سم

---

⑥ −١٦

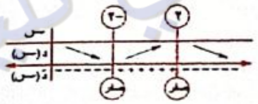
الحل

$\text{د}(\text{س}) = 12\text{س} - \text{س}^3$

$\text{دَ}(\text{س}) = 12 - 3\text{س}^2$

بوضع دَ(س) = ٠ $12 - 3\text{س}^2 = 0$

$\text{س}^2 = 4$ ∴ س = ±٢



للدالة قيمة صغرى محلية عند س = −٢

د(−٢) = −١٦

---

⑦ ٢ هـ$^{\text{هـ}}$

الحل

لوهـ ص = لوهـ س$^{\text{س}}$

لوهـ ص = س لوهـ س بالاشتقاق بالنسبة لـ س

$\frac{1}{\text{ص}} \times \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{س} \times \frac{1}{\text{س}} + \text{لوهـ س}$ بالضرب × ص

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{ص} + \text{ص لوهـ س} = \text{ص}(1 + \text{لوهـ س})$

عند س = هـ

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{هـ}^{\text{هـ}}(1 + \text{لوهـ هـ}) = 2\,\text{هـ}^{\text{هـ}}$

٢

س ص = جتا أ س   بالاشتقاق بالنسبة لـ س

$\text{س} \times \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} + \text{ص} = -\text{أ جا أ س}$

بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة لـ س

$\text{س} \times \frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2} + \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} + \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = -\text{أ}^2\,\text{جتا أ س}$

$= -\text{أ}^2\,\text{س ص}$

∴ $\text{س}\frac{\text{ء}^2\text{ص}}{\text{ءس}^2} + 2\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} + \text{أ}^2\,\text{س ص} = 0$

٤

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{2\text{س} + 3}{\text{س}} = 2 + \frac{3}{\text{س}}$

∴ $\text{ص} = \int \left(2 + \frac{3}{\text{س}}\right) .\text{ءس}$

ص = ٢ س + ٣ لوهـ |س| + ث

∵ المنحنى يمر بالنقطة (هـ ، ٢ هـ + ٤)

∴ ٢هـ + ٤ = ٢هـ + ٣ لوهـ هـ + ث

٤ = ٣ + ث   ∴ ث = ١

∴ معادلة المنحنى هي

ص = ٢ س + ٣ لوهـ |س| + ١

كل الكتب والملخصات ابحث في تليجرام @C355C

كل كتب المراجعة النهائية والملخصات اضغط على الرابط دا 👇

t.me/C355C

أو ابحث في تليجرام C355C@ 👈

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 C355C@

مذكـــرات

كل الكتب والملخصات
ابحث في تليجرام
@C355C

كل كتب المراجعة النهائية والملخصات اضغط على الرابط دا 👈

t.me/C355C

أو ابحث في تليجرام
👈 C355C@

Watermarkly

جميع الكتب والملخصات ابحث في تليجرام 👈 @C355C